УДК 550.830

# Моделирование эффектов рассеяния при прогнозе физико-геологических параметров неоднородных сред

© *А. И. Кобрунов, 2014*

Ухтинский государственный технический университет,
Ухта, Россия

Поступила 28 февраля 2014 г.

*Представлено членом редколлегии В. И. Старостенко*

Розглянуто задачу прогнозування параметрів фізико-геологічної моделі для неоднорідних середовищ на підставі наявної еталонної вибірки даних як поля розсіювання відповідних параметрів. Розсіювання параметрів досліджено як спостережувану компоненту прояву ефектів неоднорідності середовища, модельованого функцією концентрації на основі рівнянь дифузії. Оператор розсіяння побудований на підставі фундаментальних розв'язків рівнянь дифузії, що дає змогу отримати прогнозне поле розсіювання для шуканого параметра. Задачу реконструкції щільності концентрації неоднорідностей у розподілі прогнозного параметра сформульовано як розв'язок інтегрального рівняння першого роду. На підставі правила Мамдані логічного висновку сконструйовано ланцюгові правила розрахунку підсумкового поля розсіювання для прогнозу неоднорідностей кінцевих параметрів. Наведено приклад моделювання поля розсіювання для нафтоносності за одним з умовних нафтових родовищ, що демонструє обґрунтованість уведених нових понять.

**Ключові слова:** прогнозування параметрів, неоднорідність середовища, розсіювання параметрів, поле розсіювання, рівняння дифузії, фундаментальний розв'язок, оператор розсіяння, правило Мамдані, функція концентрації, обернена задача, ланцюгові правила прогнозу, α-перерізи, крива локалізації.

**Введение.** Одной из ключевых и наиболее распространенных задач при создании физико-геологических моделей сред является задача прогнозирования одних параметров по измеренным другим с помощью предварительно накопленных экспериментальных данных об их совместных значениях. Эта задача повсеместно возникает при комплексной интерпретации геолого-геофизических данных, позволяя объединить в единую процедуру инверсии частных геофизических полей. Для задач комплексной интерпретации данных сейсмогравиметрии такое прогнозирование служит элементом технологии совместной инверсии в той либо иной формулировке [Кобрунов, 1980; Голиздра, 1984; Starostenko et al., 1988; Аксенов, 1998]. Однако наибольшее прикладное значение задача прогнозирования параметров имеет в связи с интерпретацией данных геофизических исследований скважин [Дахнов, 1975; Вендельштейн, Резванов, 1978] и особенно при подсчете запасов углеводородного сырья. Традиционный способ ее решения хорошо известен и состоит в построении уравнений регрессии между экспериментально измеренными параметрами и последующим использовании этого уравнения для прогноза искомых параметров. Принципы регрессионного анализа достаточно изучены и обобщены в технологии геостатистики, впервые предложенной в работе [Krige, 1951]. Они состоят в выделении пространственных (региональных по другой терминологии) переменных и построении для них по экспериментальным данным вариограмм, характеризующих пространственную изменчивость этих переменных. Далее эти вариограммы используются для прогнозирования, интерполяции, называемой крикингом, значений переменных в других точках. Это направление интенсивно развивалось в работах [Матерон, 1968; Дюбрул, 2002; Демьянов, Савельева, 2010 и др.]. Тем не менее методы геостатистики применительно к прогнозу параметров для малого числа данных и включающие в себя цепочку взаимоподстановок различных по природе параметров для получения окончательного прогнозного соотношения оказываются в приведенных модификациях неприменимы.

Принцип подбора параметров уравнения регрессии, даже если это сопровождается построением вариограмм, основан на том, что все, что не укладывается в эту искомую зависимость, есть ошибка и эту ошибку следует сделать минимальной, отбрасывая особенности и характер рассеяния реальных наблюдений, считая рассеяние ошибками. Но физическая природа рассеяния данных связана не с ошибками измерений, а с неоднородностями изучаемого объекта, и несет информацию о мере этой неоднородности с ошибочностью представлений об изучаемом объекте как однородном с выдержанными параметрами. Такой взгляд требует прогнозирование значений параметра из синтезированного по исходным данным уравнения регрессии с учетом неоднородности и как минимум прогнозировать и рассеяние. Особое значение имеет изучение неоднородностей коллекторов в геофизических методах исследования скважин в связи с принятием решений о запасах углеводородов и влиянием этих результатов на технологические решения при разработке месторождений углеводородов [Маскет, 2004].

Характерной ситуацией при прогнозировании физико-геологических параметров по цепочке промежуточных рассеянных данных измерений косвенных признаков является то, что прогнозирование параметров $\left|Z\right\rangle$ выполняется по нескольким независимым цепочкам косвенных данных, результаты которых в дальнейшем взаимно корректируются. Модель этой цепочки такова: данные $\left|X\right\rangle$ экспериментально связаны некоторым правилом распределения параметров $\left|Y_1\right\rangle$, последние, в свою очередь, связаны с другими — $\left|Y_2\right\rangle$ и так далее. И лишь в конечном итоге данные $\left|Y_k\right\rangle$ могут служить непосредственно для прогноза $\left|Z\right\rangle$. В этой модели требуется не только конструирование элементов операторов перехода, слагающих цепочку прогноза, но и последующая "сборка" этой цепочки в итоговый оператор прогноза. Кроме того, прогноз параметра $\left|Z\right\rangle$ зачастую выполняется по нескольким независимым цепочкам: $X \to Y_k \to Z$ и $\Xi \to \Psi_k \to Z$, что требует соответствующего инструмента, обеспечивающего конструирование по результатам сборки разных цепочек прогноза итогового оператора.

Альтернативой к статистическим методам прогнозирования могут служить методы и принципы нечеткого моделирования, основанные на рассмотрении исходных данных как нечетких, и оперирования ими по правилам нечеткой логики [Zadeh, 1965]. В основе методов лежит представление о функциях принадлежности $\mu_{\Re}(\xi)$, характеризующих меру принадлежности значения нечеткой величины $\xi$ множеству $\Re$, принимающей возможные значения от нуля до единицы, и меру отношений между двумя или несколькими нечеткими величинами. Последняя ассоциируется с мерой допустимости для совместного значения для каждой пары величин $\{\xi, \eta\}$. Интенсивное развитие это направление получило и в приложениях к описанию неопределенностей при подсчете запасов [Алтунин, Семухин, 2011], и при развитии технологии прогнозировании подсчетных параметров неоднородных сред по геофизическим данным [Кобрунов, Григорьевых, 2010]. Тем не менее нерешенными оставались вопросы о естественном выборе аналитических представлений функций принадлежности для отношений между параметрами и, что самое важное, повышение разрешенности прогнозных построений на основе анализа эффектов рассеяния как неоднородностей объекта. Решение этих проблем состоит в создании естественного инструмента для анализа и прогноза рассеяния данных, основанного на синтезе идей нечеткого моделирования и постулатов макроскопической теории рассеяния, включая конструирование операторов рассеяния и истокообразное представление их характеристик.

**Модельные представления и обратная задача рассеяния.** Рассмотрим неоднородный объект, модель которого приведена рис. 1 (геометрическая слева и параметрическая справа). Измерение параметров, выполненное над образцами этого объекта, даст различные результаты. Это различие наблюдается при рассеянии полученных значений параметров и характеризует меру неоднородности объекта. Пусть $\mathbf{S}$ — фазовое пространство параметров $\mathbf{s} = \{s^i,\ i = 1 \div M\} \in \mathbf{S}$ с размерностью $M \geq 2$ и $\mathbf{s} = \{\mathbf{s}^1, \mathbf{s}^2\}$. Группа параметров $\mathbf{s}^1$ ассоциируется с теми, которые используются для прогноза, $\mathbf{s}^2$ — значения, которые прогнозируются.

Построим модель зависимости результатов измерений от меры неоднородности объекта.

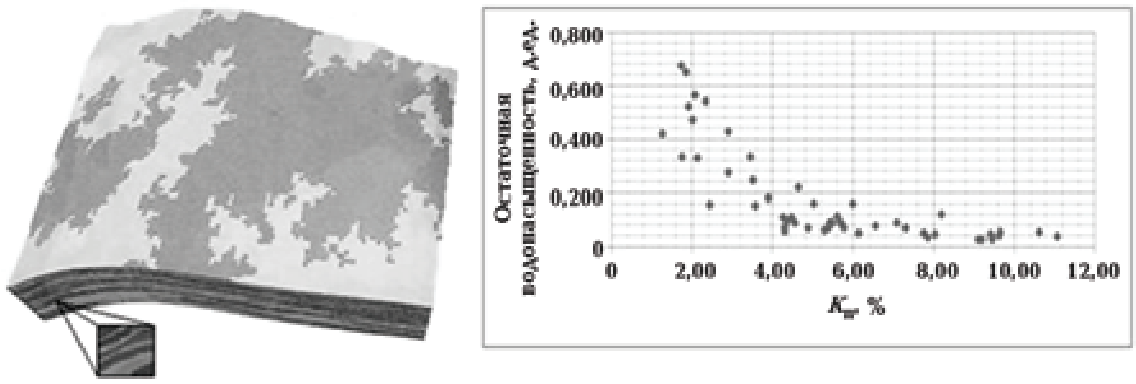


Рис. 1

Прежде всего необходимо определить эту меру. Введем понятие "функция концентраций" $\mu(\mathbf{s})$ для параметра $\mathbf{s}$ в области $\mathbf{S}$. Эта функция строго неотрицательна, принимает значения от нуля до единицы и устанавливает относительную долю вещества в общем объеме со значением параметра $\mathbf{s}$. Функция $\mu(\mathbf{s})$ может интерпретироваться также в рамках теории нечетких множеств как мера возможности или принадлежности для значения параметра $\mathbf{s}$ [Zadeh, 1965]. Другая ее интерпретация — это поле рассеяния. Последняя трактовка достаточно удобна с точки зрения вводимых далее преобразований для конструирования матриц рассеяния, аналогичных матрицам $\mathbf{S}$ в квантовой теории [Bogoljubov, Širkov, 1959]. Используем следующие обозначения: символы $|X\rangle$, $|Y\rangle$, ..., $|Z\rangle$, $|\Xi\rangle$ — локальные поля рассеяния, соответствующие данным для конкретного прогноза, или поля рассеяния, полученные в результате выполненного локального конкретного прогноза. В частности, эксперименты $\Re(\bar{\mathbf{s}}^1)|X\rangle = \mu_{\Re(\bar{\mathbf{s}}^1)}(\mathbf{s}^1)$, где $\bar{\mathbf{s}}^1$ — наблюдаемые значения, образуют группу измерений параметра $\mathbf{s}^1$, по которым следует выполнить прогноз $|Z\rangle = \mu_{\Re(\bar{\mathbf{s}}^1)}(\mathbf{s}^2)$. Это локальный прогноз, относящийся к конкретной задаче.

В отличие от локальных данных и прогнозных полей, оператор рассеяния, с помощью которого этот прогноз выполняется, должен включать в себя поле рассеяния для всего пространства параметров. Таким образом, локальные поля служат его подмножествами. Дальнейшее рассмотрение пояснит соотношение между введенными понятиями.

Прогнозирование выполняется по результатам накопленных измерений $\Re$ для допустимых пар $\{\mathbf{s}^1, \mathbf{s}^2\}$, образующих поле рассеяния $\mu_{\Re}(\mathbf{s})$, служащее, по сути, обучающим для прогноза выборкой. Конструируемое поле рассеяния $\mu_{\Re}(\mathbf{s})$ не совпадает с полем рассеяния — функцией концентрации $\mu(\mathbf{s})$, однако служит его наблюдаемой трансформацией.

Рассмотрим диффузионную модель процедуры рассеяния. Будем считать, что поле рассеяния (концентрация $\mu(\mathbf{s}) = \mu(\mathbf{s}^1, \mathbf{s}^2)$) подвержено диффузии, происходящей с коэффициентом диффузии $a$, и продолжается некоторое время $t$, вследствие чего возникает наблюдаемое поле концентраций $\mu_{\Re}(\mathbf{s}) = \mu_{\Re}(\mathbf{s}^1, \mathbf{s}^2)$. Диффузия осуществляется в фазовом пространстве параметра $s = |\mathbf{s}|$ и подчинена уравнению

$$\frac{\partial \mu(s, \tau)}{\partial \tau} = a^2 \frac{\partial^2 \mu(s, \tau)}{\partial s^2},$$

$$\mu(\mathbf{s}, 0) = \mu(\mathbf{s}), \tag{1}$$

где $a$ — коэффициент диффузии. Фундаментальное решение этого уравнения примет вид

$$\frac{1}{2a\sqrt{\pi\tau}} \exp\left(-\frac{\mathbf{s}^2}{4a^2\tau}\right), \tag{2}$$

что приведет к решению (1):

$$\mu(s, \tau, a) =$$

$$= \int_{\mathbf{s}} \frac{1}{2a\sqrt{\pi\tau}} \mu(\xi) \exp\left(-\frac{|\xi - s|^2}{4a^2\tau}\right) d\xi. \tag{3}$$

Из уравнения (3) получим

$$\frac{1}{\zeta\sqrt{\pi}} \int_{\mathbf{s}} \mu(\xi) \exp\left(-\frac{|\xi - s|^2}{\zeta^2}\right) d\xi = \mu(s, \zeta), \tag{4}$$

где $\zeta = 2a\sqrt{\tau}$ — эффективный параметр глубины диффузии.

Поле рассеяния $\mu_{\Re}(\mathbf{s})$, соответствующее выполненным измерениям $\Re$, есть $\mu(\mathbf{s}, \zeta)$ при некотором значении параметра диффузии $\zeta$. Таким образом, может быть сформулирована задача нахождения функции концентрации для изучаемого объекта, характеризующая его неоднородность и распределение состава вещества идентифицированным параметром **s** по найденному в результате измерений $\Re$ полю рассеяния $\mu_{\Re}(\mathbf{s})$:

$$\frac{1}{\zeta\sqrt{\pi}} \int_{\mathbf{s}} \mu(\xi) \exp\left(-\frac{|\xi - \mathbf{s}|^2}{\zeta^2}\right) d\xi = \mu_{\Re}(\mathbf{s}). \quad (5)$$

Назовем уравнение (5) обратной задачей рассеяния (относительно $\mu(\mathbf{s})$) для прогноза параметров. Ее операторная форма

$$\Re\mu(s) = \mu_{\Re}(\mathbf{s}) \quad (6)$$

традиционна для формулировок обратных задач.

Из общих соображений понятно, что эта задача с линейным самосопряженным оператором некорректна. Однако при фиксированном значении параметра $\zeta$ однозначно разрешима при условии, если правая часть относится к образу оператора $\Re$: $\mu_{\Re}(\mathbf{s}) \in \mathrm{Im}\,\Re$. Кроме того, для ограниченной области **S** оператор $\Re$ вполне непрерывен, откуда следует, что $\mathrm{Im}\,\Re$ не образует в $L_2(\mathbf{S})$ локально компактное множество, а обратный к $\Re$ — неограничен. Таким образом, решение задачи (6) полностью соответствует классу задач, для которых применима процедура квазиобращения [Латтес, Лионс, 1970; Лаврентьев и др., 1980].

**Прямая задача рассеяния** представляет собой аппарат расчета из совокупности наблюдаемых данных приближения к полю рассеяния $\mu_{\Re}(\mathbf{s})$. Она направлена на решение следующих задач:

- конструирование оператора рассеяния $L_{X \circ Z}$, отображающего функцию рассеяния, соответствующую измеренным данным $|X\rangle$, в функцию рассеяния, соответствующую прогнозным параметрам $|Z\rangle$;
- синтез оператора $L_{X \circ Z}$ по цепочке операторов $L_{Y_{k-1} \circ Y_k}$, $k = 1 \div K$; $|Y_0\rangle = |X\rangle$; $|Y_K\rangle = |Z\rangle$;
- синтез оператора $L_{(\Xi \otimes X) \circ Z}$ для прогноза $|Z\rangle$ по операторам прогноза $L_{X \circ Z}: |X\rangle \to |Z\rangle$ и $L_{\Xi \circ Z}: |\Xi\rangle \to |Z\rangle$;
- постановка задачи нахождения поля концентраций $\mu(\mathbf{s}^2)$ по прогнозному полю рассеяния $\mu_{\Re(\bar{\mathbf{s}}^1)}(\mathbf{s}^2)$.

Совокупность данных, образующих систему $\Re$ и служащих основой для конструирования операторов прогноза, можно представить как объединение измерений $\Re(j)$, $j = 1 \div N$. Каждое измерение дает реализованное значение для параметров $\mathbf{s}_j = \{\mathbf{s}_j^1, \mathbf{s}_j^2\}$ и порождает поле рассеяния $\mu_{\Re(j)}(\mathbf{s})$, значение которого в точке $\mathbf{s}_j = \{\mathbf{s}_j^1, \mathbf{s}_j^2\}$ следующее:

$$\frac{1}{\zeta\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{|\mathbf{s}_j|^2}{\zeta^2}\right) = \mu_{\Re}(\mathbf{s}_j). \quad (7)$$

Поле рассеяния $\mu_{\Re}(\mathbf{s})$ состоит из своих элементов $\mu_{\Re(j)}(\mathbf{s})$ и является решением уравнения диффузии от источников $\Re(j)$, $j = 1 \div N$. Параметр $\zeta$ в уравнении (7) отличен по значению от уравнения (5). Тогда, рассматривая диффузию каждого из значений (7) и складывая результаты, получаем

$$\mu_{\Re}(\mathbf{s}) = \sum_j \mu_{\Re(j)}(\mathbf{s}_j)\, \mu_{\Re(j)}(\mathbf{s}) =$$

$$= \sum_j \mu_{\Re(j)}(\mathbf{s}_j) \frac{1}{\zeta\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{|\mathbf{s}_j - \mathbf{s}|^2}{\zeta^2}\right). \quad (8)$$

Примем для простоты $\mu_{\Re(j)}(\mathbf{s}_j) = \mu_{\Re(k)}(\mathbf{s}_k)$ для всех $j$, $k$ и применим правило нормировки $\mu_{\Re}(\mathbf{s}) \le 1$. Тогда уравнение (8) приведет его к соотношению

$$\mu_{\Re}(\mathbf{s}) = \frac{1}{N} \sum_j \frac{1}{\zeta\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{|\mathbf{s}_j - \mathbf{s}|^2}{\zeta^2}\right). \quad (9)$$

Рассмотрим процедуру $L_{X \circ Z}$ расчета $|Z\rangle = \mu_{\Re(\bar{\mathbf{s}}^1)}(\mathbf{s}^2)$ по данным

$$|X\rangle = \mu_{\Re(\bar{\mathbf{s}}^1)}(\mathbf{s}^1) =$$

$$= \frac{1}{N(\bar{\mathbf{s}}^1)} \sum_j \frac{1}{\zeta\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{|\bar{\mathbf{s}}^1 - \mathbf{s}^1|^2}{\zeta^2}\right), \quad 10)$$

где $N(\bar{\mathbf{s}}^1)$ — число измерений в группе $\Re(\bar{\mathbf{s}}^1)$;

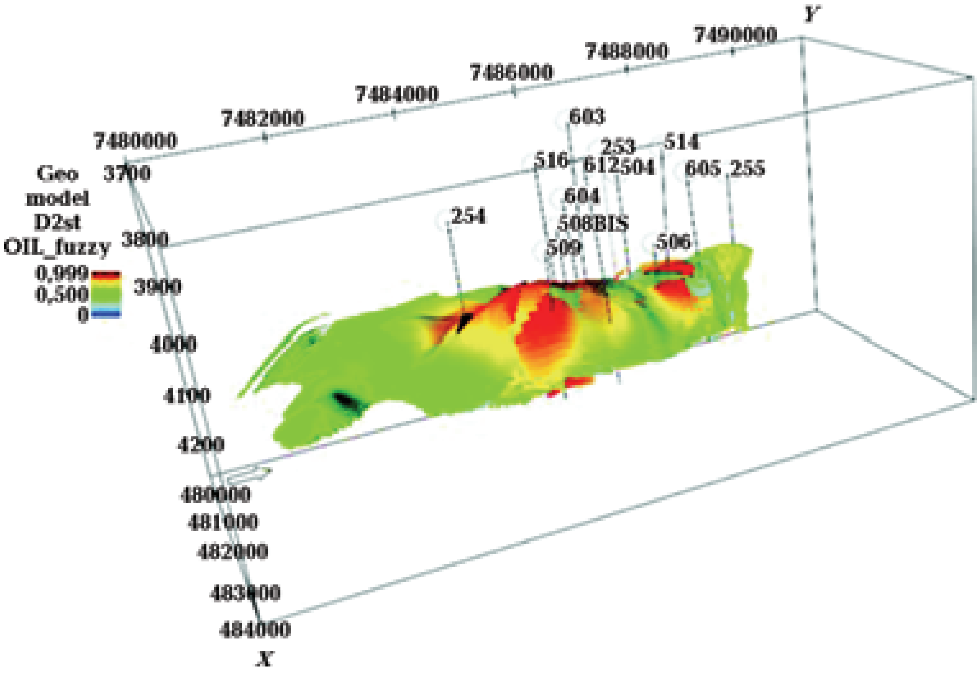


Рис. 2

$L_{X \circ Z}$ — оператор рассеяния, преобразующий поле $\mu_{\Re(\bar{s}^1)}(\mathbf{s}^1)$ в поле $\mu_{\Re(\bar{s}^1)}(\mathbf{s}^2)$ на основе аппроксимации полем рассеяния $\mu_{\Re}(\mathbf{s})$ функции концентрации $\mu(\mathbf{s})$.

Оперируя функциями рассеяния как эквивалентом функции принадлежности, отражающим относительную возможность значений рассматриваемого аргумента, приходим к выводу о необходимости использования правил алгебры логики для оперирования этими функциями. Напомним, что они эквивалентны обычным правилам умножения и суммирования операции матричной арифметики с их заменой на соответствующие логические эквиваленты. Одним из наиболее эффективных таких правил является правило Мамдани [Mamdani, 1974], состоящее в следующем:

$$\left| X \right\rangle L_{X \circ Z} =$$

$$= \max_{\mathbf{s}^1 \in S^1} \left[ \min \left\{ \mu_{\Re} \left( \mathbf{s}^1, \mathbf{s}^2 \right), \mu_{\Re(\bar{\mathbf{s}}^1)} (\mathbf{s}^1) \right\} \right] =$$

$$= \mu_{\Re(\bar{\mathbf{s}}^1)}(\mathbf{s}^2) = \left| Z \right\rangle. \qquad (11)$$

Заметим, что большое количество литературы посвящено правилу Мамдани и его использованию в различных областях техники, управления, а также его программно-алгоритмической и конструктивно-технической реализации. Однако эта литература не имеет прямого отношения к рассматриваемому вопросу, поэтому ограничимся ссылкой на оригинальную работу самого автора этого правила.

Формула (11) дает решение первой из сформулированных в начале пункта задач. То же правило Мамдани позволяет решить и вторую из поставленных задач, которая имеет исключительно важное значение в интерпретации результатов геофизических исследований скважин с использованием цепных правил прогноза.

Пусть задана последовательность из $K$ полей рассеяния $\mu_{\Re^1}(\mathbf{s}^1, \mathbf{s}^2)$, $\mu_{\Re^2}(\mathbf{s}^2, \mathbf{s}^3)$, ..., $\mu_{\Re^{K-1}}(\mathbf{s}^{K-1}, \mathbf{s}^K)$, соответствующих аппроксимациям концентраций $\mu(\mathbf{s}^1, \mathbf{s}^2)$; $\mu(\mathbf{s}^2, \mathbf{s}^3)$, ..., $\mu(\mathbf{s}^{k-1}, \mathbf{s}^k)$. Поле рассеяния для прогноза $\left| Q \right\rangle = \bar{\mu}_{\Re^1 \circ \Re^2}(\mathbf{s}^3)$ по $\left| X \right\rangle = \mu_{\Re^1(\bar{\mathbf{s}}^1)}(\mathbf{s}^1)$ формируется как композиция Мамдани $\mu_{\Re^1 \circ \Re^2}(\mathbf{s}^1, \mathbf{s}^3)$ полей рассеяния $\mu_{\Re^1}(\mathbf{s}^1, \mathbf{s}^2)$ и $\mu_{\Re^2}(\mathbf{s}^2, \mathbf{s}^3)$:

$$\mu_{\Re^1 \circ \Re^2} \left( \mathbf{s}^1, \mathbf{s}^3 \right) =$$

$$= \max_{\mathbf{s}^2 \in S^2} \left[ \min \left\{ \mu_{\Re^1} \left( \mathbf{s}^1, \mathbf{s}^2 \right), \mu_{\Re^2} \left( \mathbf{s}^2, \mathbf{s}^3 \right) \right\} \right]. \qquad (12)$$

Это полностью эквивалентно обычному правилу умножения двух матриц с заменой ариф-

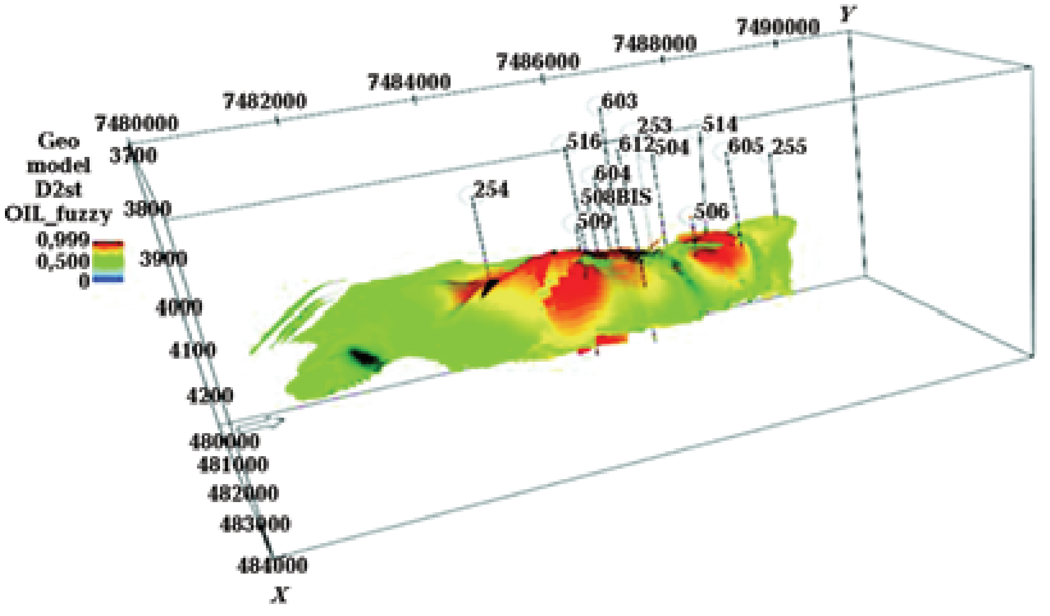
Geo
model
D2st
OIL_fuzzy
0,999
0,500
0
Y
X
7480000
7482000
7484000
7486000
7488000
7490000
3700
3800
3900
4000
4100
4200
480000
481000
482000
483000
484000
603
253
514
516
612
504
605
255
604
254
508BIS
506
509

Рис. 3.

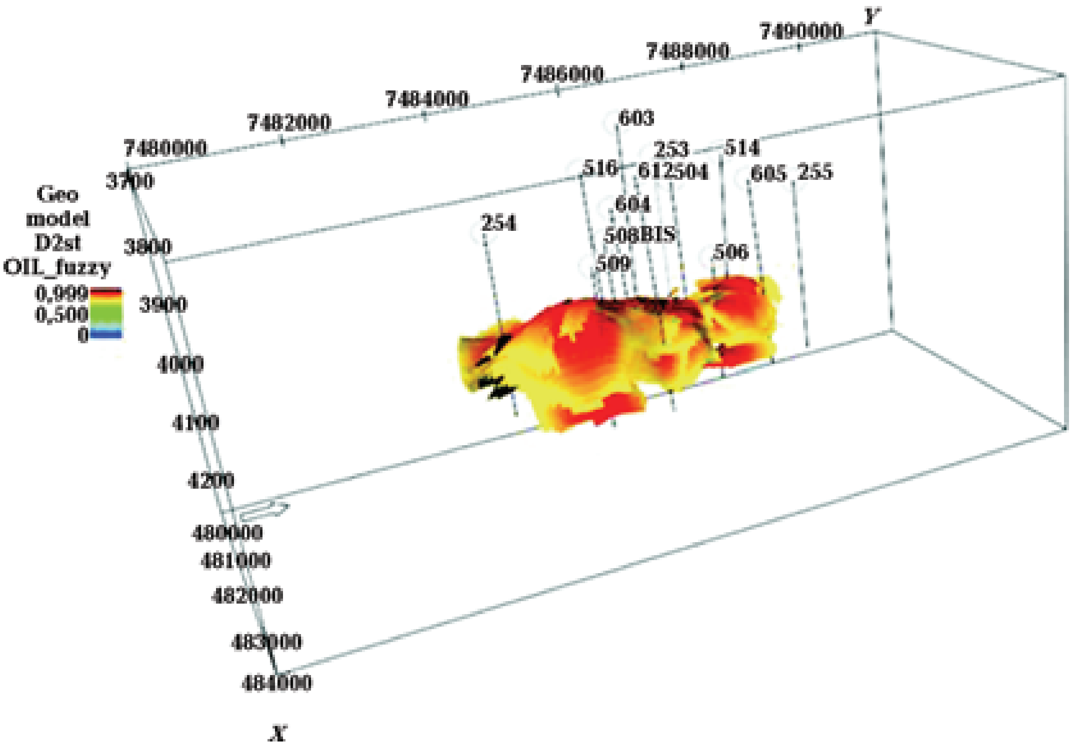
Geo
model
D2st
OIL_fuzzy
0,999
0,500
0
Y
X
7480000
7482000
7484000
7486000
7488000
7490000
3700
3800
3900
4000
4100
4200
480000
481000
482000
483000
484000
603
253
514
516
612
504
605
255
604
254
508BIS
506
509

Рис. 4.

метических операций на логические. Данная цепочка может быть продолжена:

$$\mu_{\Re^1\circ\Re^3}\left(\mathbf{s}^1,\mathbf{s}^4\right)=\mu_{\Re^1\circ\Re^2\circ\Re^3}\left(\mathbf{s}^1,\mathbf{s}^4\right)=$$

$$=\max_{\mathbf{s}^3}\left[\min\left\{\mu_{\Re^1\circ\Re^2}\left(\mathbf{s}^1,\mathbf{s}^3\right),\ \mu_{\Re^3}\left(\mathbf{s}^3,\mathbf{s}^4\right)\right\}\right] \quad (13)$$

и так далее. Тем самым построено поле рассеяния $\mu_{\Re^1\circ\Re^2\circ\Re^3\circ\ldots}(\mathbf{s}^1,\mathbf{s}^K)$, реализующее сборку элементарных операторов рассеяния $L_{X\circ Y^1}$, ..., $L_{Y^{K-1}\circ Q}$ в оператор $L_{X\circ Q}$ с последующим прогнозом по правилу

$$\left|X\right\rangle L_{X\circ Q}=$$

$$=\max_{\mathbf{s}^1\in S^1}\left[\min\left\{\mu_{\Re^1\circ\Re^{K-1}}\left(\mathbf{s}^1,\mathbf{s}^K\right),\ \mu_{\Re^1(\bar{\mathbf{s}}^1)}(\mathbf{s}^1)\right\}\right]=$$

$$=\mu_{\Re^1(\bar{\mathbf{s}}^1)}(\mathbf{s}^K)=\left|Z\right\rangle. \quad (14)$$

Для решения третьей из поставленных задач необходимо определить правило объединения прогнозных функций рассеяния для $\left|Z\right\rangle$, полученной по двум различным цепочкам прогноза, одна из которых опирается на данные $\Re(\bar{\mathbf{s}}^1)$ и полученную функцию рассеяния $\mu_{\Re(\bar{\mathbf{s}}^1)}(\mathbf{s}^K)$, вторая — на данные $\aleph(\bar{\xi}^1)$ и полученную по ним функцию рассеяния $\mu_{\aleph(\bar{\xi}^1)}(\mathbf{s}^K)$. С этой целью следует выбрать логическое произведение (пересечение нечетких множеств), выражающееся для построенных функций рассеяния правилом

$$\mu_{\aleph(\bar{\xi}^1)\circ\Re(\bar{\xi}^1)}(\mathbf{s}^K)=$$

$$=\min\left[\mu_{\Re(\bar{\mathbf{s}}^1)}(\mathbf{s}^K),\ \mu_{\aleph(\bar{\xi}^1)}(\mathbf{s}^K)\right]. \quad (15)$$

Для характеристики обобщенной меры рассеяния прогнозных параметров, заданных полем рассеяния $\mu_{\aleph(\bar{\xi}^1)\circ\Re(\bar{\xi}^1)}(\mathbf{s}^K)$, удобно воспользоваться анализом α-сечений:

$$\Omega^{\alpha}_{\mu_{\aleph(\bar{\xi}^1)\circ\Re(\bar{\xi}^1)}(\mathbf{s}^K)}=$$

$$=\left[\mathbf{s}^K:\ \mu_{\aleph(\bar{\xi}^1)\circ\Re(\bar{\xi}^1)}(\mathbf{s}^K)\ge\alpha\right], \quad (16)$$

а также ее кривой локализации:

$$f(\alpha)=\frac{\operatorname{mes}\left[\Omega^{\alpha}_{\mu_{\aleph(\bar{\xi}^1)\circ\Re(\bar{\xi}^1)}(\mathbf{s}^K)}\right]}{\operatorname{mes}\left[\Omega^{0}_{\mu_{\aleph(\bar{\xi}^1)\circ\Re(\bar{\xi}^1)}(\mathbf{s}^K)}\right]}, \quad (17)$$

где $\operatorname{mes}[\Omega]$ — мера множества $\Omega$. Понятно, что $f(0)=1$; $f(1)=0$, и крутизна убывания этой функции качественно характеризует степень сгруппированности данных.

Решение четвертой из сформулированных задач — нахождение поля концентраций $\mu(\mathbf{s}^3)$ по прогнозному полю рассеяния $\mu_{\Re(\bar{\mathbf{s}}^1)}(\mathbf{s}^3)$ — основывается на уравнении (4):

$$\frac{1}{\zeta\sqrt{\pi}}\int_{\mathbf{s}^3}\mu(\xi^3)\exp\left(-\frac{\left|\xi^3-\mathbf{s}^3\right|^2}{\zeta^2}\right)d\xi=$$

$$=\mu_{\Re(\bar{\mathbf{s}}^1)}(\mathbf{s}^3), \quad (18)$$

где не известен эффективный параметр глубины диффузии ζ, при уменьшении которого задача решения (16) и $\mu(\mathbf{s}^3)$ становится все более неустойчивой. Поэтому целесообразно выполнить перебор решений по эффективному параметру глубины диффузии с целью выбора максимально разрешенного, но устойчивого относительно задаваемых критериев качества решения. Эта задача аналогична задаче аналитического продолжения краевых значений гармонической функции [Страхов, 1962; Лапина, 1967; Жданов, 1973].

**Заключение.** Развитые методы построения полей рассеяния для прогнозных параметров имеют особо важное значение при использовании цепных правил прогнозирования, характерных, в частности, для прогноза подсчетных параметров запасов углеводородов и их оценки. Ориентируясь на эти задачи, силами сотрудников лаборатории математического моделирования УГТУ А. Н. Художиловой, А. С. Могутова, В. Е. Кулешова на основе развитых методов и теоретических результатов было создано программно-алгоритмическое и технологическое обеспечение прогноза подсчетных параметров, названное впоследствии методом петрофизических композиций. Одним из итогов работы этой технологии является построение прогнозного поля рассеяния для подсчетных параметров, в частности пористости и нефтегазоносности по данным ГИС. Эти параметры прогнозировались по цепочке правил: ГИС-керн, керн-параметр (пористость, нефтенасыщенность) с использованием композиции Мамдани для расчета итогового поля рассеяния (13) и конструирования оператора рассеяния (14). В итоге построено поле рассеяния по прогнозному параметру нефтеносности и его $\alpha$-сечения. Приведем эти сечения по одному из участвовавших в расчетах месторождению с условным названием "Тестовое".

На рис. 2 приведено сечение куба поля рассеяния для запасов месторождения "Тестовое" при $\alpha = 0{,}25$. Это как раз та структура, которая была первоначально отстроена геологами при оценке запасов месторождения. Для сечения 0,5 получено распределение запасов, представленное на рис. 3; для сечения 0,75 — на рис. 4. В интерпретации поля рассеяния как функции принадлежности получаем, что с уровнем доверия 0,75 запасы существенно отличаются в меньшую сторону от принятого, что на самом деле соответствует уровню доверия 0,25.

Таким образом, приведенные в статье теория и методы моделирования эффектов рассеяния дополнительно к изучению эффектов неоднородности позволяют получить дифференцированный по достоверности прогноз запасов углеводородов.

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства образования и науки Российской Федерации.

## Список литературы

*Аксенов В.В.* Комплексная интерпретация геофизических данных. *Геофиз. журн.* 1998. Т. 20. № 1. С. 44—51.

*Алтунин А.Е., Семухин М.В.* Сравнительный анализ использования вероятностных и нечетких методов оценки неопределенности и рисков при подсчете запасов и ресурсов углеводородов. *Нефтяное хозяйство.* 2011. № 9. С. 44—49.

*Вендельштейн Б.Ю., Резванов Р.А.* Геофизические методы определения параметров нефтегазовых коллекторов: при подсчете запасов и проектировании разработки месторождений. Москва: Недра, 1978. 318 с.

*Голиздра Г.Я.* Развитие идей Г.А. Гамбурцева о комплексной интерпретации гравитационного поля и сейсмических наблюдений. В кн.: *Достижения и проблемы современной геофизики.* Москва: Изд. ИФЗ АН СССР, 1984. С. 194—207.

*Дахнов В.Н.* Геофизические методы определения коллекторских свойств и нефтегазонасыщения горных пород. Москва: Недра, 1975. 310 с.

*Демьянов В., Савельева Е.* Геостатистика. Теория и практика. Москва: Наука, 2010. 327 с.

*Дюбрул О.* Использование геостатистики для включения в геологическую модель сейсмических данных. Москва: EAGE, 2002. 298 с.

*Жданов М.С.* Развитие теории аналитического продолжения потенциальных полей в криволинейных трехмерных областях. *Изв. АН СССР. Физика Земли.* 1973. № 2. С. 136—147.

*Кобрунов А.И.* К теории комплексной интерпретации. *Геофиз. журн.* 1980. Т. 2. № 2. С. 31—39.

*Кобрунов А.И., Григорьевых А.В.* Методы нечеткого моделирования при изучении взаимосвязей между геофизическими параметрами. *Геофизика.* 2010. № 2. С. 17—23.

*Лаврентьев М.М., Романов В.Г., Шишатский С.П.* Некорректные задачи математической физики и анализа. Москва: Наука, 1980. 286 с.

*Лапина М.И.* Численный метод аналитического продолжения двумерных потенциальных полей. *Изв. АН СССР. Физика Земли.* 1967. № 2. С. 91—93.

*Латтес Р., Лионс Ж.Л.* Метод квазиобращения и его приложения. Москва: Мир, 1970. 280 с.

*Матерон Ж.* Основы прикладной геостатистики. Москва: Мир, 1968. 408 с.

*Маскет М.* Физические основы технологии добычи нефти. Москва: Изд. Ин-та компьютер. ис-следований, 2004. 608 с.

*Страхов В.Н.* Аналитическое продолжение двумерных потенциальных полей и его использование для решения обратной задачи магнитной и гравитационной разведки. *Изв. АН СССР. Сер. геофиз.* 1962. № 3. С. 1—3.

*Bogoljubov N.N., Širkov D.V.*, 1959. Introduction to the theory of quantized fields. New York: Interscience. 71 p.

*Krige D.G.*, 1951. A statistical approach to some basic mine valuation problems on the Witwatersrand. *J. Chem., Metal. Mining Soc. South Africa* 52(6), 119—139.

*Mamdani E.H.*, 1974. Application of fuzzy algorithms for control of simple dynamic plant. *Proc. Institution of Electrical Engineers* 121(12), 1585—1588.

*Starostenko V.I., Kostyukevich A.S., Kozlenko V.G.*, 1988. Seismogravimetric method: principles, algorithms, results. *Geophys. J. Int.* 93(2), 295—309.

*Zadeh L.A.*, 1965. Fuzzy sets. *Inform. Control* 8(3), 338—353.

# Dispersion effects modeling while forecasting physical-geological parameters of heterogeneous media

**© *A.I. Kobrunov, 2014***

A problem of forecasting the parameters of physical-chemical model for heterogeneous media based on available standard data selection considered as a field of corresponding parameters dispersion is being considered. Dispersion of parameters is considered as an observed component of medium heterogeneity effects manifestation, which is simulated by a function of concentration based on diffusion equations. Diffusion operator is being designed based on fundamental solutions of diffusion equations, which made possible to obtain prognostic field of dispersion for sought for parameter. A problem of reconstruction of heterogeneities density concentration in distribution of expected parameter as a solution of integral equation of the first kind is formulated. On the basis of Mamdani rule of logical conclusion chain rules of calculation for resultant dispersion field for prediction of heterogeneities of final parameters have been designed. An example of modeling the dispersion field for presence of oil by one of conditional oil deposits is presented, which demonstrates validity of new notions introduced.

**Key words:** prediction of parameters, heterogeneity of medium, dispersion of parameters, field of dispersion, diffusion equations, fundamental solution, operator of diffusion, Mamdani rule, function of concentration, inverse problem, chain rules of forecast, a sections, localization curve.

## References

*Aksenov V.V.*, 1998. Combined interpretation of geophysical date. *Geofizicheskij zhurnal* 20(1), 44—51 (in Russian).

*Altunin A.E., Semuhin M.V.*, 2011. Comparative analysis of the use of probabilistic and fuzzy methods to assess the risks and uncertainties in the calculation of hydrocarbon reserves and resources. *Neftjanoe hozjajstvo* (9), 44—49 (in Russian).

*Vendel'shtejn B.Ju., Rezvanov R.A.*, 1978. Geophysical methods for determining the parameters of oil reservoirs: the calculation of reserves and reservoir engineering. Moscow: Nedra, 318 p. (in Russian).

*Golizdra G.Ja.*, 1984. Development of G.A. Gamburtsev ideas complex interpretation of the gravitational field and seismic observations. In: *Achievements and challenges of modern geophysics*. Moscow: IPE AS USSR Publ., 194—207 (in Russian).

*Dahnov V.N.*, 1975. Geophysical methods for determining reservoir properties and oil and gas saturation of rocks. Moscow: Nedra, 310 p. (in Russian).

*Dem'janov V., Savel'eva E.*, 2010. Geostatistics. Theory and practice. Moscow: Nauka, 327 p. (in Russian).

*Djubrul O.*, 2002. Using geostatistics, for the geologic model of the seismic data. Moscow: EAGE, 298 p. (in Russian).

*Zhdanov M.S.*, 1973. Development of the theory of analytic continuation of potential fields in curved three-dimensional domains. *Izvestija AN SSSR. Fizika Zemli* (2), 136—147 (in Russian).

*Kobrunov A.I.*, 1980. The theory of complex interpretation. *Geofizicheskij zhurnal* 2(2), 31—39 (in Russian).

*Kobrunov A.I., Grigor'evyh A.V.*, 2010. Fuzzy modeling methods in the study of the relationships between geophysical parameters. *Geofizika* (2), 17—23 (in Russian).

*Lavrent'ev M.M., Romanov V.G., Shishatskij S.P.*, 1980. Ill-posed problems of mathematical physics and analysis. Moscow: Nauka, 286 p. (in Russian).

*Lapina M.I.*, 1967. A numerical method for analytic continuation of two-dimensional potential fields. *Izvestija AN SSSR. Fizika Zemli* (2), 91—93 (in Russian).

*Lattes R., Lions Zh.L.*, 1970. Quasiinversion method and its application. Moscow: Mir, 280 p. (in Russian).

*Materon Zh.*, 1968. Foundations of applied geostatistics. Moscow: Mir, 408 p. (in Russian).

*Masket M.*, 2004. Physical basis of oil production technology. Moscow: Institute Computer. Research Publ., 608 p. (in Russian).

*Strakhov V.N.*, 1962. Analytic continuation of the two-dimensional potential fields and its use for solving the inverse problem of magnetic and gravitational exploration. *Izvestija AN SSSR. Ser. geofiz.* (3), 1—3 (in Russian).

*Bogoljubov N.N., Širkov D.V.*, 1959. Introduction to the theory of quantized fields. New York: Interscience. 71 p.

*Krige D.G.*, 1951. A statistical approach to some basic mine valuation problems on the Witwatersrand. *J. Chem., Metal. Mining Soc. South Africa* 52(6), 119—139.

*Mamdani E.H.*, 1974. Application of fuzzy algorithms for control of simple dynamic plant. *Proc. Institution of Electrical Engineers* 121(12), 1585—1588.

*Starostenko V.I., Kostyukevich A.S., Kozlenko V.G.*, 1988. Seismogravimetric method: principles, algorithms, results. *Geophys. J. Int.* 93(2), 295—309.

*Zadeh L.A.*, 1965. Fuzzy sets. *Inform. Control* 8(3), 338—353.