

# Чисельні розрахунки пружних сталих осадкових порід у триклінному наближенні за даними вертикального сейсмічного профілювання

© Г. Т. Продайвода, П. М. Кузьменко, А. С. Вижва, 2015

Київський національний університет імені Тараса Шевченка,  
Київ, Україна

Надійшла 14 листопада 2014 р.

Представлено членом редколегії В. П. Коболевим

Путем инверсии индикатрис лучевых скоростей квазипродольной, "быстрой" и "медленной" квазипоперечных волн, которые получены по данным метода ВСГП, впервые определены симметрия и полный набор компонент тензорной матрицы упругих постоянных и упругих податливостей в стандартной акустической системе координат. Установлено, что упругие постоянные глинистой толщи имеют планальную триклинную симметрию, а карбонатной толщи — аксиальную ромбическую. Интегральный коэффициент упругой анизотропии достигает почти 22%. Впервые определены продольные нормали и акустические оси осадочных толщ по данным полевых сейсмических наблюдений. Даны оценки погрешностей аппроксимации упругой симметрии осадочных толщ моделями поперечно-изотропной и ромбической симметрии. Доказано, что такая аппроксимация изменяет характер азимутальной анизотропии сейсмических волн и вызывает значительные погрешности, которые могут существенно снижать эффективность 3D сейсморазведки при поисках нефти и газа в сложных геологических условиях.

**Ключевые слова:** азимутальная анизотропия, упругие постоянные, симметрия, сейсмические волны.

**Вступ.** Явище анізотропії швидкостей поширення сейсмічних хвиль у геологічному середовищі вже давно привертає увагу дослідників. Зростаючий інтерес до поглибленого вивчення азимутальної сейсмічної анізотропії пов'язаний з бурхливим розвитком трикомпонентних (3С) азимутальних 3D сейсмічних методів.

Факт існування сейсмічної анізотропії свідчить про наявність у реальному геологічному середовищі упорядкованості різної геологічної і фізичної природи [Ризниченко, 1949; Crampin et al., 1984; Александров, Продайвода, 2000; Продайвода та ін., 2011; Продайвода, Безродний, 2011]. Достатньо очевидно, що всі без винятку параметри азимутальної сейсмічної анізотропії контролюються типом симетрії упорядкованості структурних елементів геологічного середовища. Це органічно впливає із принципу Неймана—Кюрі [Nye, 1957; Paterson, Weiss, 1961; Сиротин, Шаскольская, 1975; Шафрановский, Плотноков, 1975; Продайвода, 1978 б, 2004; Александров, Продайвода, 2000; Продайвода та ін., 2011; Продайвода,

Безродний, 2011], згідно з яким симетрія структури упорядкованого геологічного середовища визначає і характер симетрії тензора пружних сталих. У свою чергу, пружна симетрія накладає жорсткі обмеження на усі параметри азимутальної анізотропії сейсмічних хвиль упорядкованого геологічного середовища.

Ультразвукові дослідження повного набору матриці пружних сталих на зразках різних генетичних типів гірських порід інваріантно-поляризаційним методом засвідчують, що у переважній більшості гірських порід, у тому числі осадкових, симетрія матриці пружних сталих виявляється ромбічною або триклінною [Alexandrov, Prodayvoda, 1994; Продайвода, Куликов, 1998; Александров, Продайвода, 2000, 2004; Продайвода та ін., 2011; Продайвода, Безродний, 2011]. Це підтверджується і результатами структурних досліджень зразків гірських порід оптичними рентгенівськими і нейтронними методами [Paterson, Weiss, 1961; Шафрановский, Плотноков, 1975].

У практиці сейсмічних досліджень склалась неоднозначна ситуація, що зумовлено як об'єктивними, так і суб'єктивними чинниками. Поширення хвиль у низькосиметричному анізотропному середовищі дійсно має надзвичайно складний характер [Федоров, 1965; Musgrave, 1970]. У будь-якому напрямку хвильової нормалі анізотропного середовища поширюються три хвилі із взаємно ортогональними векторами поляризації. Вектор пружних зміщень ні однієї із хвиль не колінеарний вектору хвильової нормалі. Фазові та променеві швидкості не збігаються, а вектори хвильової нормалі, пружних зміщень і променевої швидкості не є компланарними.

З метою подолання цих труднощів у практиці сейсмічних досліджень застосовують спрощені лінеаризовані моделі. Під час досліджень осадових товщ сейсмічними методами, як правило, застосовують три типи моделей [Grechka, 2009]: поперечно-ізотропну із вертикальною віссю симетрії, поперечно-ізотропну із горизонтальною віссю симетрії та модель ромбічної симетрії з ортогональною системою тріщин.

Для чисельних розрахунків фазових і променевих хвиль застосовують лінеаризовані залежності з використанням параметрів анізотропії Томпсона [Thomsen, 1986] і Ляховицького—Цванкіна [Ляховицький, Сиротенко, 1994; Tsvankin, 1997]. Однак застосування лінеаризованих моделей залишає відкритим питання оцінки ступеня надійності одержаних апостеріорних даних, оскільки невідомі в дійсності реальна симетрія і анізотропія упорядкованого геологічного середовища.

Внаслідок домінування такого методологічного підходу склалася парадоксальна ситуація: з одного боку, проведено значні обсяги дослідно-виробничих польових 3D сейсмічних спостережень і одержано важливі експериментальні дані, з іншого — практично відсутні надійні дані щодо пружних сталей і реальної азимутальної анізотропії осадових товщ.

У цій статті зроблено спробу визначити повний набір компонент матриці тензора пружних сталей у наближенні триклінної симетрії та оцінити характер азимутальної анізотропії сейсмічних хвиль за результатами польових сейсмічних досліджень [White et al., 1983; Brodov et al., 1984]. Пружні сталі визначають за інверсією індикатрис променевих або фазових швидкостей різної поляризації, групу симетрії осадової товщі — за допомогою акустичного тензора і тензора пружних сталей. Як базис стандартної акустичної системи координат (САСК)

взято праву трійку власних взаємно ортогональних векторів акустичного тензора. Для апроксимації тензора пружних сталей поперечно-ізотропним наближенням використано метод Федорова [Федоров, 1965], який не лише забезпечує кількісну оцінку компонент матриці пружних сталей, а й дає змогу оцінити ступінь відхилення пружних сталей реального анізотропного середовища від найближчого до нього поперечно-ізотропного середовища.

**Метод інверсії.** Для розв'язання поставленої задачі застосовано модифікований інваріантно-поляризаційний метод, який в разі вимірювання променевих або фазових швидкостей поширення пружних хвиль різної поляризації забезпечує визначення повного набору компонент матриці пружних сталей у САСК, у межах якої виконують чисельні розрахунки. Метод детально описаний в роботах [Alexandrov, Prodayvoda, 1994; Александров, Продайвода, 2000; Продайвода та ін., 2011; Продайвода, Безродний, 2011].

Задачу інверсії сформулюємо так: необхідно знайти пружні сталі геологічного середовища за інверсією азимутальної залежності променевих або фазових швидкостей поширення пружних хвиль різної поляризації, яку визначено в процесі польових сейсмічних спостережень. Для розв'язання задачі використано нелінійний метод найменших квадратів. Цільова функція  $\Phi(\mathbf{x})$  має вигляд

$$\Phi(\mathbf{x}) = \sum_{m=1}^M \left[ V_m^{(e)} - V_m^{(r)} \right]^2,$$

де  $V_m^{(e)}$ ,  $V_m^{(r)}$  — відповідно експериментальні та обчислені значення швидкостей різної поляризації ( $e, r = 1, 2, 3$ ; 1 — квазіпоздовжня, 2, 3 — квазіпоперечні — "швидка" і "повільна") в  $m$ -му напрямку вимірювань;  $\mathbf{x}$  — вектор шуканих параметрів розмірності  $N$ , який включає 21 компоненту матриці пружних сталей, густину та компоненти вектора хвильової нормалі (у випадку використання променевої швидкості). Під час визначення компонент вектора хвильової нормалі  $\mathbf{n}$  для чисельних розрахунків вектора променевої швидкості, враховуючи умови їх ортогональності, накладали обмеження на його компоненти:

$$n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 = 1.$$

Фазові швидкості і вектори поляризації пружних хвиль отримуємо із розв'язку рівняння Гріна—Крістоффеля [Федоров, 1965]:

$$(\Gamma_{il} - \rho v^2 \delta_{il}) U_l = 0, \quad (1)$$

де  $\Gamma_{il} = C_{ijkl} n_j n_k$  — тензор Крістоффеля;  $v$  — фазова швидкість;  $n_j$  — компоненти вектора хвильової нормалі;  $C_{ijkl}$  — тензор пружних сталей;  $U_l$  — компоненти вектора пружних зміщень;  $\rho$  — густина;  $\delta_{il}$  — тензор Кронекера.

Якщо заданий напрямком вектора хвильової нормалі, то з умови існування розв'язку рівняння (1)

$$\left| \Gamma_{il} - \rho v^2 \delta_{il} \right| = 0$$

знаходимо власні значення тензора Крістоффеля  $\Gamma_{il}$ , які з точністю до величини сталої  $\rho$  визначають фазові швидкості квазіпоzdовжньої ( $v_1$ ) і двох квазіпоперечних хвиль — “швидкої”  $v_2$  та “повільної”  $v_3$  ( $v_1 > v_2 \geq v_3$ ).

Пружні зміщення ізонармальних хвиль отримуємо із рівняння [Федоров, 1965]

$$U_j U_m = \frac{\overline{(\Gamma - \rho v^2)_{jm}}}{(\Gamma - \rho v^2)_c},$$

де  $\overline{(\Gamma - \rho v^2)_{jm}}$  — тензор, відповідає тензору  $(\Gamma - \rho v^2)_{jm}$ ;  $c$  — згортка тензора. Компоненти вектора променевої швидкості  $V_i^{(e)}$  обчислюємо за формулою [Федоров, 1965]:

$$V_i^{(e)} = \frac{C_{ijkl} \overline{(\Gamma - \rho v^2)_{jl}} n_k}{v (\Gamma - \rho v^2)_c}.$$

Чисельні розрахунки фазових швидкостей хвиль здійснювали модифікованим методом Якобі [Александров, Продайвода, 2000; Продайвода та ін., 2011; Продайвода, Безродний, 2011].

Оскільки априорі пружна симетрія і просторова орієнтація елементів симетрії упорядкованого геологічного середовища невідомі, то для їх визначення в інваріантно-поляризаційному методі використовують додатно визначений симетричний акустичний тензор  $\mu_{il}$ , який є згорткою тензора пружних сталей за парою зовнішніх або внутрішніх індексів [Федоров, 1965]:

$$\rho \mu_{il} = C_{ijil}.$$

У довільному напрямку хвильової нормалі його визначають сумою квадратів фазових швидкостей з ортогональними векторами поляризації [Федоров, 1965]:

$$\mu(\mathbf{n}) = \mu_{il} n_i n_l = v_1^2 + v_2^2 + v_3^2.$$

Як впливає із характеристичного рівняння акустичного тензора [Федоров, 1965]

$$(\mu_{il} - \lambda \delta_{il}) x_l = 0,$$

де  $\lambda$  — скаляр, він має три власні значення  $\mu_1, \mu_2, \mu_3$ . Кожному власному значенню відповідає власний вектор  $\mathbf{X}', \mathbf{X}'', \mathbf{X}'''$ . Власні вектори утворюють трійку взаємно ортогональних векторів [Федоров, 1965]. Напрямки власних векторів акустичного тензора збігаються з орієнтацією елементів симетрії анізотропного середовища — вони або колінеарні осям симетрії, або ортогональні площинам симетрії [Продайвода, 1978 а, б]. Як зазначав Ф. І. Фьодоров [Федоров, 1965], за допомогою акустичного тензора можна єдиним чином здійснити природний вибір осей координат у моноклінних і триклінних кристалах.

Зваживши на ці особливості, праву трійку власних векторів акустичного тензора використовують як базис САСК [Продайвода, 1998; Федоров, 1965].

Запишемо параметри характеристичної поверхні акустичного тензора [Нуе, 1957; Сиротин, Шаскольская, 1975]:

$$\mu_{il} x_i x_l = 1.$$

У подальшому цю поверхню назвали акустичним еліпсоїдом і використовують для визначення симетрії акустичного тензора. Якщо найбільше власне значення акустичного тензора позначити  $\mu_g$ , найменше —  $\mu_p$ , а проміжне —  $\mu_m$  (як це прийнято в кристалооптиці), то можна обчислити параметри акустичного еліпсоїда: акустичну “лінійність”

$$L_\mu = \frac{\mu_g}{\mu_m},$$

акустичну “сланцюватість”

$$S_\mu = \frac{\mu_m}{\mu_p}.$$

Побудова акустичної діаграми-графіка залежності  $L_\mu$  від  $S_\mu$  дає можливість визначити належність упорядкованого геологічного середовища до таких класів симетрії:

- а) якщо  $L_\mu = 1, S_\mu = 1$  — симетрія сферична (ізотропне середовище);
- б) якщо  $L_\mu = 1, S_\mu > 1$  — планальна поперечно-ізотропна;
- в) якщо  $L_\mu > 1, S_\mu = 1$  — аксіальна поперечно-ізотропна;
- г) якщо  $L_\mu > 1, S_\mu > 1$  — ромбічна планальна або аксіальна.

За параметрами акустичного еліпсоїда розрізнити триклінну, моноклінну та ромбічну симетрію неможливо.

Для подальшої детальнішої класифікації геологічного середовища на групи симетрії вико-

ристовують симетрію матриці пружних сталей у САСК. Перетворення компонент матриці пружних сталей у робочій системі координат (РСК)  $C'_{mnpq}$  у компоненти матриці пружних сталей у САСК  $C_{ijkl}$ , у межах якої міститься розв'язок задачі, здійснюємо за формулою [Федоров, 1965]

$$C_{ijkl} = a_{im} a_{jn} a_{kp} a_{lq} C'_{mnpq},$$

де  $a_{im}$  — напрямні косинуси між власними векторами акустичного тензора і осями робочої системи координат.

Для кількісної оцінки акустичної і пружної анізотропії використовуємо інтегральні коефіцієнти відносної середньоквадратичної акустичної ( $A_\mu$ ) і пружної анізотропії [Федоров, 1965]:

$$A_\mu = \sqrt{\frac{\frac{1}{3}[(\mu_1 - \mu_2)^2 + (\mu_1 - \mu_3)^2 + (\mu_2 - \mu_3)^2]}{\mu_1^2 + \mu_2^2 + \mu_3^2}} \times 100\%,$$

$$A_c = \sqrt{\frac{\langle \Gamma^2 \rangle_c - \langle \Gamma_m^2 \rangle_c}{\langle \Gamma^2 \rangle_c}} 100\%, \quad (2)$$

де

$$\langle \Gamma^2 \rangle_c = \langle \Gamma_{11}^2 \rangle + \langle \Gamma_{22}^2 \rangle + \langle \Gamma_{33}^2 \rangle + 2 \left( \langle \Gamma_{12}^2 \rangle + \langle \Gamma_{13}^2 \rangle + \langle \Gamma_{23}^2 \rangle \right),$$

$$\langle \Gamma_m^2 \rangle_c = \frac{1}{2} \left[ \langle \Gamma_c \rangle^2 + 3 \langle \Gamma_{il} n_i n_l \rangle - 2 \langle \Gamma_c \rangle \langle \Gamma_{il} n_i n_l \rangle \right];$$

кутові дужки означають операцію осереднення за усіма напрямками хвильової нормалі;  $\mu_1, \mu_2, \mu_3$  — власні значення акустичного тензора.

Якщо операцію осереднення до формули (2) не застосовують, то тоді для кожного напрямку хвильової нормалі визначають диференціальний коефіцієнт пружної анізотропії, який характеризує в середньому ступінь відміни анізотроп-

ного середовища від найближчого до нього ізотропного середовища [Федоров, 1965].

Такий підхід до оцінки анізотропії дає змогу визначати, ступінь відміни упорядкованого геологічного середовища від будь-якого, в тому числі й найближчих до нього поперечно-ізотропного та ізотропного середовищ [Федоров, 1965].

Інтегральний і диференціальний коефіцієнти поперечної пружної анізотропії визначали за формулами, які наведені у праці [Федоров, 1965]. Унаслідок громіздкості визначення тут їх не вписуємо. За формулами вказаної праці знаходимо пружні сталі найближчого поперечно-ізотропного середовища до заданого анізотропного середовища.

Для оптимізації розв'язку задачі інверсії застосовують метод Бройдена—Флетчера—Гольдфарба—Шенно (корекція БФГШ), який належить до класу квазіньютонівських методів [Gill et al., 1981]. Перевагою цього методу глобальної оптимізації є можливість апроксимації кривизни нелінійної цільової функції  $\Phi(\mathbf{x})$  без явного обчислення матриці Гессіана  $H(\mathbf{x})$ , яка є матрицею її других похідних  $\partial^2 \Phi(\mathbf{x}) / (\partial x_i \partial x_j)$ . Це забезпечує суттєве прискорення збіжності і стійкості створеного ітераційного процесу. Метод детально описаний у праці [Gill et al., 1981].

**Експериментальні дані.** Для визначення повного набору компонент тензорної матриці пружних сталей осадових відкладів у триклінному наближенні були використані результати польових спостережень методом ВСП, які проведено в районі Південної Ельби (Прикаспійська западина) [Brodov et al., 1984]. Осадові відклади, які були об'єктом досліджень, складають верхи нижньої крейди. Методика експериментальних сейсмічних досліджень полягала у поєднанні спостережень відбитих і заломлених хвиль на поверхні зі спостереженнями прямих хвиль у свердловинах [Jolly, 1956; Vander Stoep, 1966; Brodov et al., 1984].

Польові експерименти виконували за збурення поздовжніх і поперечних хвиль з різною поляризацією. Запис поперечних хвиль здійснювали, використовуючи напрямні джерела за схемою  $YU$  і  $XX$ , які забезпечували реєстрацію  $SH$ - і  $SV$ -хвиль. У деяких випадках застосовували одночасне збурення обох типів  $S$ -хвиль.

Анізотропію осадових відкладів досліджували на геологічних розрізах з різним літологічним складом порід: слабодиференційованих піщано-глинистих і глинистих відкладів та гетерогенних карбонатних порід. Результати свердловинних спостережень поздовжніх  $P$ - і поперечних  $SH$ - і  $SV$ -хвиль показано на рис. 1, 2.

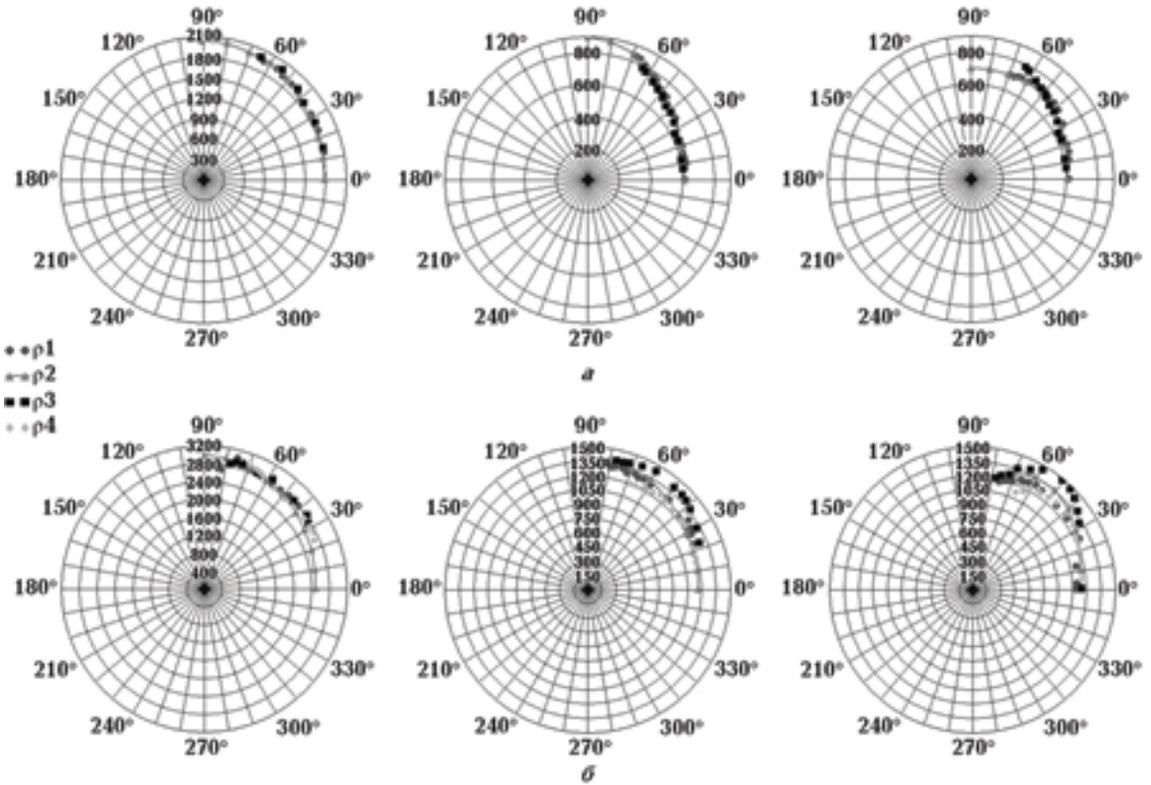


Рис. 1. Індикатриси променевих швидкостей поширення поздовжніх  $P$ - (1), поперечних  $SH$ - (2) і  $SV$ -хвиль (3) за результатами спостережень у свердловинах, за даними [Brodov et al., 1984]:  $a$  — глинисті відклади на глибині 180—220 м;  $b$  — мергелисто-крейдові відклади на глибинах 120—200 м. Лініями позначено теоретичні значення швидкостей для еліптичних індикатрис, значками — експериментальні дані.

На думку авторів статті [Brodov et al., 1984], індикатриси  $SH$ - і  $SV$ -хвиль (рис. 1,  $a$ ) за формою дуже близькі до теоретичних кривих для моделі поперечно-ізотропної симетрії. Криві індикатрис різних типів хвиль (рис. 2) відрізняються одна від одної, отже, для цієї площини характерна асиметричність кривих індикатрис відносно вертикалі. Для пошуку осі можливої симетрії у припущеній поперечно-ізотропній симетрії товщі відкладів автори застосовували аналіз фазового зсуву між  $SH$ - і  $SV$ -хвилями. Встановлений мінімум зсуву фаз (як і мінімуми годографів) відповідає куту  $15^\circ$ , що узгоджується з кутом падіння осадової товщі.

Результати чисельних розрахунків пружних сталих осадових відкладів у РСК, які отримано за інверсією індикатрис різних типів хвиль, наведено в табл. 1. Для визначення САСК і акустичної симетрії відкладів із знайдених значень пружних сталих були розраховані компоненти акустичного тензора в РСК та отримані його власні значення і напрямки (табл. 2). За одержаними чисельними результатами побудовано діаграму акустичного еліпсоїда (рис. 3). Як вид-

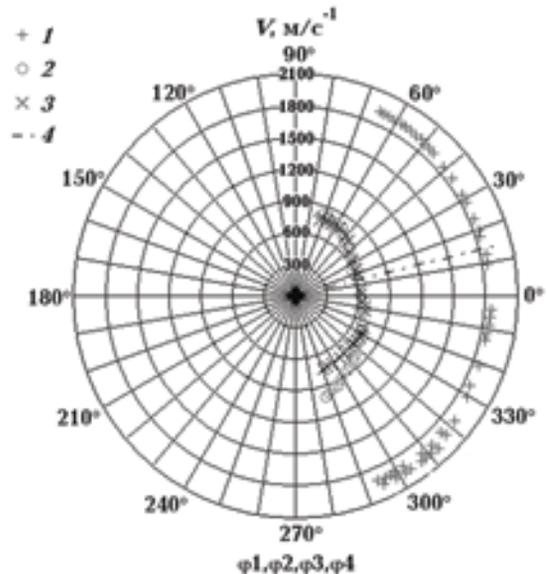


Рис. 2. Індикатриси променевих швидкостей поширення поздовжніх  $P$ - і поперечних  $SH$ - і  $SV$ -хвиль за результатами спостережень у свердловинах похило залягаючих глинистих відкладів, за даними [Brodov et al., 1984]. Типи хвиль: 1 —  $P$ , 2 —  $SH$ , 3 —  $SV$ , 4 — вісь анізотропії.

**Т а б л и ц я 1.** Пружні сталі ( $C_{mn}$ ) і пружні податливості ( $S_{mn}$ ) осадових відкладів у робочій системі координат (РСК) і стандартній акустичній системі координат (САСК) за результатами інверсії сейсмічних даних

Матричні індекси $mn$ , показник	Відклади					
	Піщано-глинисті		Глинисті		Карбонатні	
	РСК	САСК	РСК	САСК	РСК	САСК
11	9,15	9,18	9,16	8,82	17,79	17,79
	280,9	255,2	238,5	238,2	86,7	86,7
22	10,00	9,41	10,04	9,57	14,00	14,00
	141,1	233,0	135,5	175,4	95,7	95,7
33	7,34	7,14	7,28	7,02	13,85	13,85
	438,5	506,7	379,4	398,0	134,0	134,0
44	0,62	0,87	0,71	0,94	3,47	3,47
	1837,9	1609,1	1507,6	1330,2	288,2	288,2
55	0,98	1,02	0,86	0,88	3,41	3,41
	1058,1	1004,4	1181,3	1171,8	293,3	293,3
66	1,67	1,76	1,52	1,81	2,71	2,71
	685,3	700,1	672,0	656,3	369,0	369,0
12	1,99	2,25	1,90	2,37	5,00	5,00
	53,9	53,8	41,0	24,0	-2,5	-2,5
13	6,14	5,92	5,81	5,55	9,30	9,30
	-269,3	-245,5	-217,4	-197,4	-5,7	-5,7
23	4,01	4,36	3,95	4,28	7,00	7,00
	-125,6	-216,5	-109,4	-140,9	-4,7	-4,7
14	0,10	-0,74	0,29	-0,73	0	0
	104,4	33,4	98,7	43,9	0	0
15	0,03	-0,01	0,04	0,09	0	0
	53,2	-16,4	28,6	-22,1	0	0
16	-0,38	0,29	0,15	0,79	0	0
	94,0	48,2	-1,9	-35,8	0	0
24	-0,17	0,82	-0,02	0,56	0	0
	88,5	-294,2	50,4	-138,2	0	0
25	0	-0,11	-0,14	0,05	0	0
	27,7	-5,1	37,3	-23,8	0	0
26	0	-0,81	-0,02	-0,76	0	0
	32,7	158,8	9,1	70,8	0	0
34	0,21	-0,47	0,32	-0,54	0	0
	-194,6	272,1	-169,0	141,4	0	0
35	0,16	-0,06	0,14	-0,01	0	0
	-88,4	30,3	-66,6	36,5	0	0
36	0,06	0,46	0,20	0,43	0	0
	-114,2	-198,0	-17,6	-42,3	0	0
45	-0,05	0,04	0,02	0,03	0	0
	166,1	-36,3	-10,7	-74,9	0	0
46	-0,26	0,02	0,13	-0,37	0	0
	329,8	-226,4	-116,1	168,6	0	0
56	-0,13	0,19	-0,05	0,18	0	0
	123,5	-115,6	46,2	-140,8	0	0
Пружна симетрія	Планальна триклінна		Планальна триклінна		Аксіальна ромбічна	
A, %	21,6	21,6	21,92	21,98	13,08	13,08
Густина, г/см <sup>3</sup>	2,300		2,193		1,986	

Примітка. A — інтегральний коефіцієнт пружної анізотропії. Над рискою —  $C_{mn}$ , ГПа, під рискою —  $S_{mn}$ , ГПа<sup>-1</sup>. 1 ГПа<sup>-1</sup> = 10<sup>-13</sup> дин/см<sup>2</sup>.

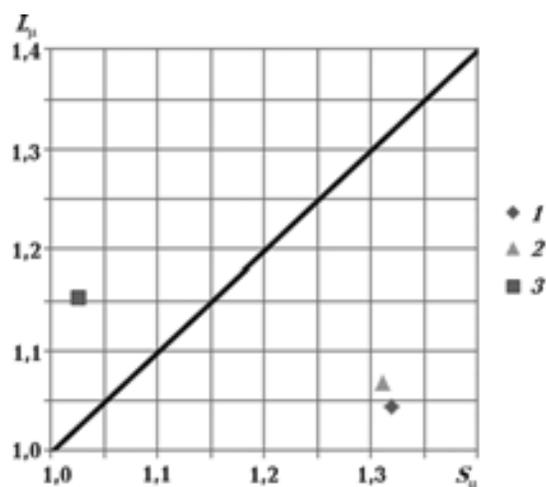


Рис. 3. Діаграма параметрів акустичних еліпсоїдів піщано-глинистої (1), глинистої (2) і карбонатної (3) товщі за даними спостережень методу ВСП: пряма — межа між планальними і аксіальними типами симетрії.

но із наведених даних, піщано-глиниста і глиниста товщі мають найбільшу анізотропію, а симетрія акустичного тензора виявилася планальною ромбічною. Вектор власного значення  $\mu_3$  глинистих відкладів утворює кут  $7,4^\circ$  із вертикаллю, а для піщано-глинистої товщі цей кут дещо менший —  $3^\circ$ . Карбонатні відклади ма-

ють аксіальну ромбічну симетрію, власний вектор акустичної компоненти  $\mu_3$  колінеарний до вертикалі.

За даними табл. 1, піщано-глиниста і глиниста товщі мають планальну триклінну симетрію, карбонатні відклади — аксіальну ромбічну. Інтегральні коефіцієнти пружної анізотропії глинистої і піщано-глинистої товщ майже однакові — 22 %, карбонатної — 13,08 %.

Для кількісної оцінки ступеня відхилення знайдених пружних сталих осадових відкладів від найближчого до них поперечно-ізотропного наближення розраховано коефіцієнти поперечно-ізотропної анізотропії і, відповідно, пружні сталі найближчого до них поперечно-ізотропного середовища.

За даними табл. 3, коефіцієнти поперечної пружної анізотропії для глинистих відкладів сягають понад 17 %. Це означає, що поперечно-ізотропне наближення є недопустимо грубим. Для порівняння в табл. 3 наведено результати визначення пружних сталих карбонатної товщі за даними сейсмічних спостережень [Bachman, 1983]. Оскільки система сейсмічних спостережень не давала можливості автору роботи визначити компоненту пружних сталих  $C_{13}$ , то її оцінки він намагався визначити емпірично [Bachman, 1983]. Як видно із наведених даних, оцінки  $C_{13}$  карбонатних порід морських від-

Т а б л и ц я 3. Поперечно-ізотропна апроксимація пружних сталих  $C_{mn}$  осадових відкладів, ГПа

Матричні індекси $mn$ , показник	Відклади				
	Піщано-глинисті	Глинисті	Карбонатні	Морські (за даними [Bachman, 1983])	
				Крейда	Вапняк
11	8,52	8,51	14,96	10,1	24,1
33	7,14	7,02	13,85	9,4	20,9
44	0,95	0,91	3,44	1,8	4,7
66	2,53	2,49	3,65	2,1	6,0
12	3,46	3,52	7,67	5,9	12,1
13	4,92	4,68	7,28	(0,9)	(2,0)
$A, \%$	17,7	17,5	12,7	—	—
$A_\mu, \%$	12,7	13,5	3,1	22,7	22,9

Примітка. Густина крейди 1,93, вапняку — 2,21 г/см<sup>3</sup>.  $A$  — інтегральний коефіцієнт поперечної пружної анізотропії;  $A_\mu$  — інтегральний коефіцієнт пружної анізотропії. У круглих дужках — значення пружних сталих  $C_{13}$ , які одержані емпірично [Bachman, 1983].

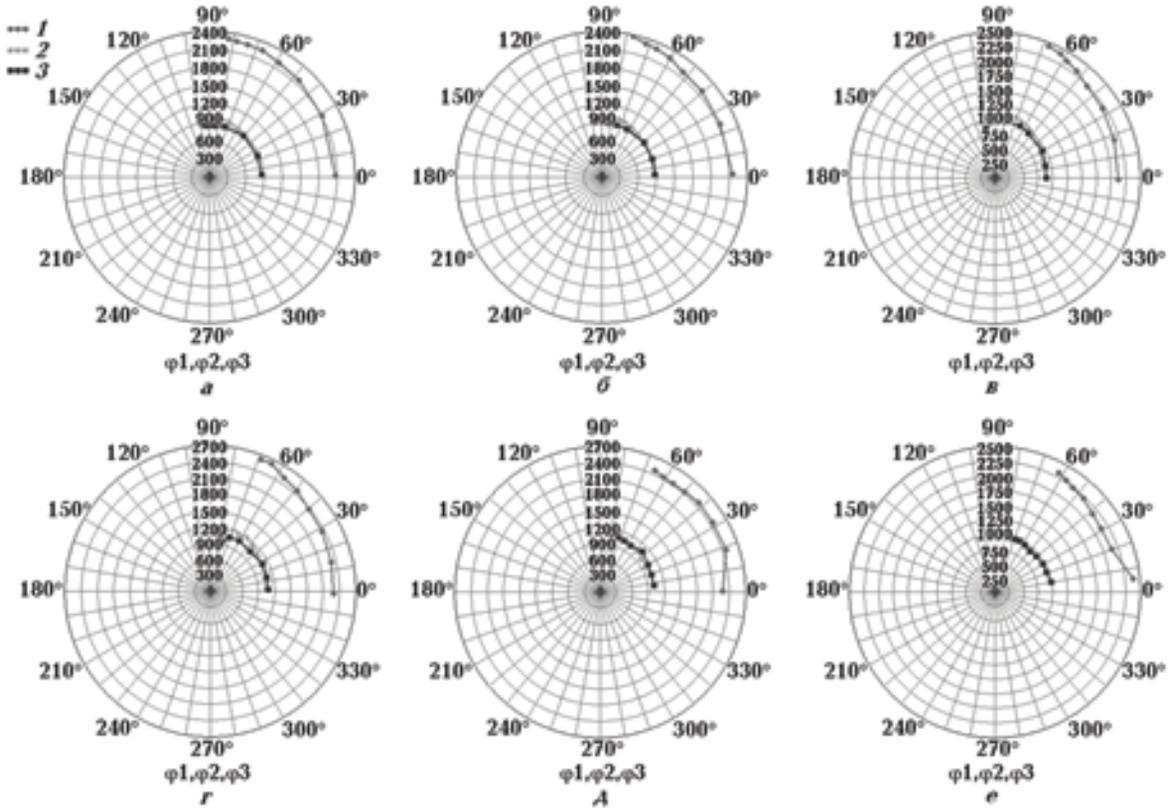


Рис. 4. Індикатриси фазових швидкостей поширення квазіпоздовжніх  $P$ - (1), квазіпоперечних  $SH$ - (2) та  $SV$ -хвиль (3) за експериментальними даними та поперечно-ізоотропне наближення приведених пружних сталей за даними [White et al., 1983].

кладів, які одержані емпірично, виявилися суттєво заниженими.

Була зроблена спроба здійснити інверсію фазових квазіпоздовжніх і квазіпоперечних  $SV$ - та  $SH$ -хвиль, які визначені методом ВСП [White et al., 1983] у товщі глинистих сланців із Пьєре на різних глибинах. Індикатриси фазових швидкостей за даними авторів і приведені пружні сталі у поперечно-ізоотропному наближенні показано на рис. 4.

Результати інверсії пружних сталей глинистих сланців із Пьєре інваріантно-поляризаційним методом у триклінному наближенні наведено в табл. 4, акустичні сталі — в табл. 2. Як видно з акустичної діаграми, симетрія пружних сталей аксіальна ромбічна і лише для глинистих сланців на глибині 167,64 м виявилася планальною ромбічною (рис. 5). Інтегральний коефіцієнт пружної анізотропії змінюється від 4,5 до 12,4%. Коефіцієнт поперечної анізотропії, який характеризує ступінь відхилення глинистих сланців від найближчого до них поперечно-ізоотропного середовища, варіює від 2,3 до 6,7% (табл. 5). Це однозначно засвідчує, що по-

перечно-ізоотропне наближення не задовольняє польовим експериментальним даним. Результати зіставлення пружних сталей поперечно-ізоотропного наближення за методом Федорова [Федоров, 1965] із наближенням, що отримано

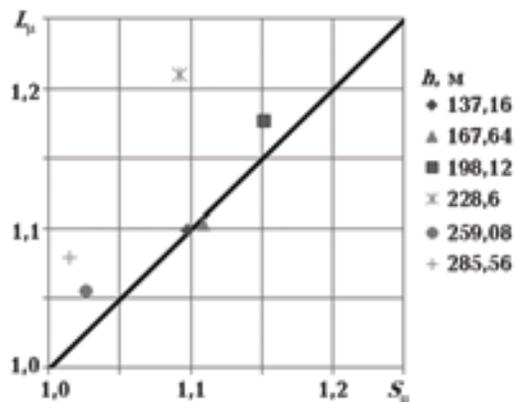


Рис. 5. Діаграма параметрів акустичних еліпсоїдів глинистих сланців Пьєре, за даними інверсії індикатрис фазових швидкостей, які одержані методом ВСП [White et al., 1983].

у статті [White et al., 1983], наведено у табл. 4. Привертають особливу увагу значні розбіжності, які спостерігаються за зіставлення пружних сталей  $C_{12}$  і  $C_{13}$ .

**Параметри анізотропії об'ємних пружних хвиль.** Визначення повного набору компонент тензорної матриці пружних сталей забезпечує чисельні розрахунки параметрів азимутальної анізотропії об'ємних хвиль в осадових товщах [Продайвода, Куликов, 1998; Александров, Продайвода, 2000; Продайвода, 2004; Продайвода та ін., 2011; Продайвода, Безродний, 2011]: індикатрис фазових швидкостей, кутів відхилення векторів пружних зміщень від напрямку хвильової нормалі квазіпоздовжніх хвиль і коефіцієнтів диференціальної пружної анізотропії, поверхонь рефракції і хвильових поверхонь. Одер-

жані результати представлені у вигляді стереопроекції ізоліній індикатрис фазових швидкостей (квазіпоздовжньої, "швидкої" і "повільної" квазіпоперечних), кутів відхилення векторів пружних зміщень квазіпоздовжніх хвиль від напрямку хвильової нормалі та коефіцієнтів диференціальної пружної анізотропії (рис. 6—8).

Як видно із наведених даних, стереопроекції ізоліній всіх без винятку параметрів азимутальної анізотропії пружних хвиль строго узгоджуються з типом пружної симетрії осадових товщ. При цьому спостерігаються певні особливості в характері просторової поведінки цих параметрів.

Якщо на стереопроекції екстремальні значення фазових швидкостей квазіпоздовжніх хвиль карбонатної товщі мають, відповідно до ромбіч-

**Т а б л и ц я 4.** Результати інверсії індикатрис фазових швидкостей для глинистих сланців на різних глибинах залягання в стандартній акустичній системі координат, за даними [White et al., 1983]

Матричні індекси $m, n$ , параметр	Глибина, м					
	137,16	167,64	198,12	228,6	259,08	289,56
11	$\frac{13,32}{132,07}$	$\frac{13,40}{130,88}$	$\frac{14,52}{114,44}$	$\frac{15,31}{104,15}$	$\frac{13,00}{134,43}$	$\frac{13,58}{125,00}$
22	$\frac{11,80}{160,00}$	$\frac{11,80}{160,13}$	$\frac{11,80}{158,29}$	$\frac{11,80}{154,24}$	$\frac{11,80}{155,26}$	$\frac{11,80}{153,95}$
33	$\frac{10,93}{170,42}$	$\frac{10,86}{172,26}$	$\frac{10,72}{173,77}$	$\frac{11,20}{159,07}$	$\frac{12,43}{136,29}$	$\frac{12,25}{138,68}$
44	$\frac{1,80}{555,56}$	$\frac{1,76}{568,18}$	$\frac{1,72}{58,140}$	$\frac{2,34}{427,35}$	$\frac{2,02}{495,05}$	$\frac{2,30}{434,78}$
55	$\frac{1,86}{537,63}$	$\frac{1,82}{549,5}$	$\frac{1,90}{526,32}$	$\frac{2,51}{398,41}$	$\frac{2,18}{438,72}$	$\frac{2,09}{478,47}$
66	$\frac{2,42}{413,22}$	$\frac{2,45}{408,16}$	$\frac{3,00}{333,33}$	$\frac{3,39}{294,99}$	$\frac{2,37}{421,94}$	$\frac{2,29}{436,68}$
12	$\frac{7,47}{-52,51}$	$\frac{7,47}{-51,71}$	$\frac{7,47}{-44,62}$	$\frac{7,47}{-42,37}$	$\frac{7,47}{-59,27}$	$\frac{7,47}{-54,57}$
13	$\frac{7,10}{-51,68}$	$\frac{7,10}{-51,76}$	$\frac{7,10}{-46,24}$	$\frac{7,10}{-39,17}$	$\frac{7,10}{-42,93}$	$\frac{7,10}{-40,82}$
23	$\frac{7,10}{-69,82}$	$\frac{7,10}{-70,88}$	$\frac{7,10}{-75,29}$	$\frac{7,10}{-70,92}$	$\frac{7,10}{-54,83}$	$\frac{7,10}{-57,60}$
Густина, г/см <sup>3</sup>	2,55	2,44	2,38	2,19	2,13	2,52
A, %	7,9	8,5	12,4	12,0	4,5	5,4
Пружна симетрія	Аксіальна ромбічна	Планальна ромбічна	Аксіальна ромбічна	Аксіальна ромбічна	Аксіальна ромбічна	Аксіальна ромбічна

Примітка. Над рискою — пружні сталі  $C_{mn}$ , ГПа, під рискою — пружні податливості  $S_{mn}$ , ТПа<sup>-1</sup>.

**Т а б л и ц я 5. Результати поперечно-ізотропної апроксимації пружних сталих для глинистих сланців, ГПа**

Матричні індекси $mn$ , параметр	Глибина, м					
	137,16	167,64	198,12	228,6	259,08	289,56
11	<u>12,72</u> 13,38	<u>12,76</u> 13,25	<u>13,45</u> 14,66	<u>14,02</u> 15,42	<u>12,61</u> 13,12	<u>12,80</u> 12,55
33	<u>10,93</u> 10,97	<u>10,86</u> 10,91	<u>10,72</u> 10,57	<u>11,20</u> 11,32	<u>12,43</u> 12,03	<u>12,30</u> 12,22
44	<u>1,83</u> 1,84	<u>1,79</u> 1,88	<u>1,81</u> 1,88	2,43 2,32	<u>2,10</u> 2,11	<u>2,20</u> 2,37
66	<u>2,26</u> 2,45	<u>2,29</u> 2,42	<u>2,71</u> 3,00	<u>2,92</u> 3,42	<u>2,17</u> 2,39	<u>2,2</u> 2,49
12	<u>8,21</u> 8,89	<u>8,19</u> 8,41	<u>8,04</u> 7,50	<u>8,17</u> 8,58	<u>8,28</u> 8,34	<u>8,50</u> 7,57
13	<u>6,65</u> 8,03	<u>6,66</u> 8,13	<u>6,67</u> 8,08	<u>6,52</u> 8,08	<u>6,60</u> 7,97	<u>6,50</u> 7,99
$A_{\mu}$ , %	2,9	2,7	4,8	6,7	3,3	2,3

*Примітка.* Над рискою — дані інверсії, під рискою — дані із статті [White et al, 1983]. Оскільки у статті [White et al., 1983] наведено значення приведенного тензора пружних сталих  $C_{mn}/\rho$ , для порівняння з результатами інверсії ці дані були помножені на густину, яку ми визначали в ході ітераційного процесу.

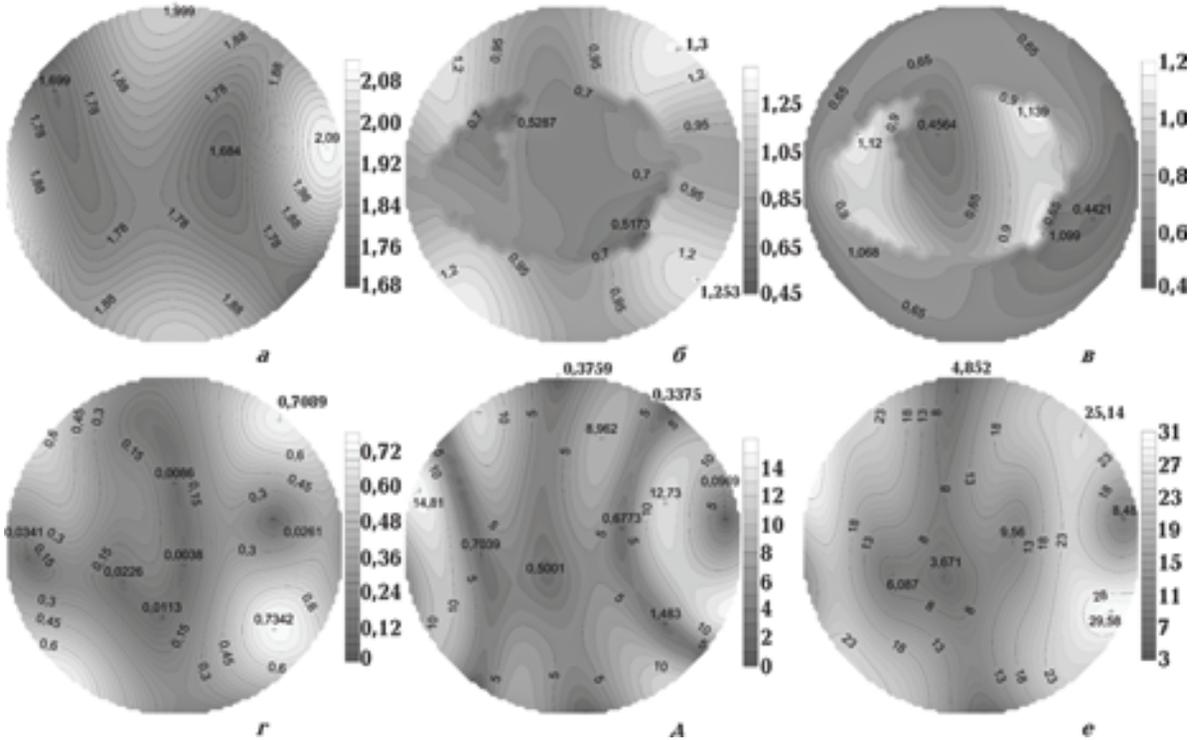


Рис. 6. Стереопроєкції розподілу величин для піщано-глинистої товщі: *a* — індикатриси квазіпоздовжньої хвилі, ізолінії в км/с; *b* — індикатриси "швидкої" квазіпоперечної хвилі, ізолінії в км/с; *c* — індикатриси "повільної" квазіпоперечної хвилі, ізолінії в км/с; *d* — різниці між фазовими швидкостями поширення "швидкої" та "повільної" квазіпоперечних хвиль, ізолінії в км/с; *e* — кутів відхилення вектора пружних зміщень квазіпоздовжньої хвилі від напрямку хвильової нормалі, ізолінії в градусах; *e* — диференціального коефіцієнта пружної анізотропії, ізолінії в %.

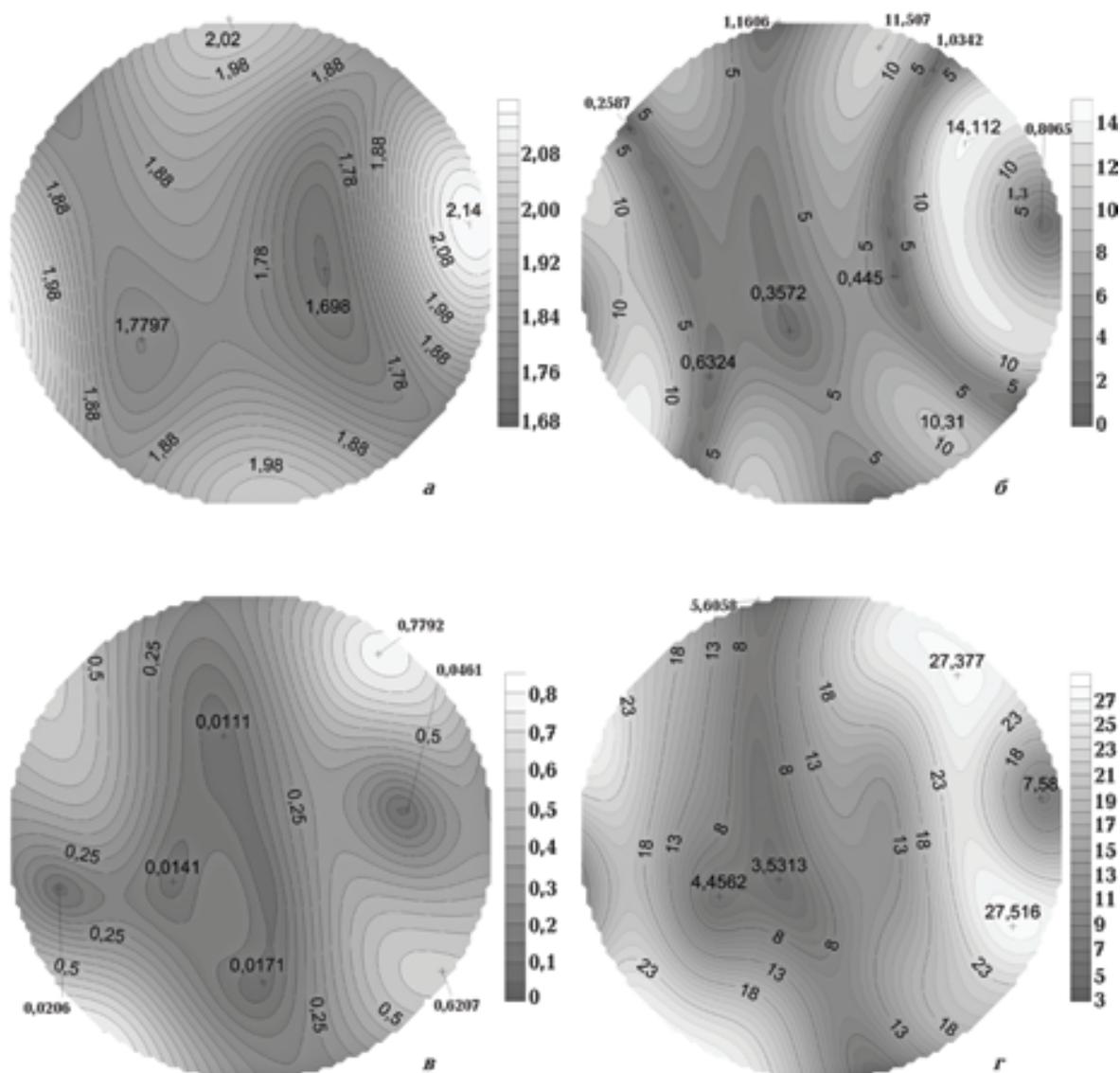


Рис. 7. Стереопроєкції розподілу величин для нахиленої глинистої товщі: *a* — індикатриси квазіпоздовжньої хвилі, ізолінії в км/с; *б* — кутів відхилення вектора пружних зміщень квазіпоздовжньої хвилі від хвильової нормалі, ізолінії в градусах; *в* — різниці між фазовими швидкостями поширення "швидкої" та "повільної" квазіпоперечних хвиль, ізолінії в км/с; *г* — диференціального коефіцієнта пружної анізотропії, ізолінії в %.

ної симетрії, симетрично розташовані 8 екстремумів (рис. 8, *a*), то екстремальні значення квазіпоздовжніх хвиль у піщано-глинистій (див. рис. 6, *a*) і глинистій (рис. 7, *a*) товщах розподіляються асиметрично та їх число неоднакове. Якщо розміщення поздовжніх нормалей (напрямок поширення суто поздовжніх хвиль) у карбонатній товщі (див. рис. 8, *a*) строго відповідає напрямкам просторової орієнтації елементів ромбічної симетрії — вздовж осей другого порядку і перпендикулярно до площин симетрії, то для глинистих товщ триклінної симетрії їх роз-

ташування є асиметричним, а екстремальні значення неоднакові (див. рис. 6, *д*, 7, *б*). Максимальний кут відхилення вектора пружних зміщень квазіпоздовжньої хвилі від напрямку хвильової нормалі для карбонатної товщі ромбічної симетрії перевищує  $7^\circ$ , для низькосиметричних глинистих товщ він сягає вже понад  $12^\circ$  (рис. 6, *д*; 7, *б*; 8, *д*).

Своєрідні особливості спостерігаються в просторовому розподілі максимальних і мінімальних значень диференціального коефіцієнта пружної анізотропії (див. рис. 6, *є*; 7, *г*; 8, *є*). У кар-

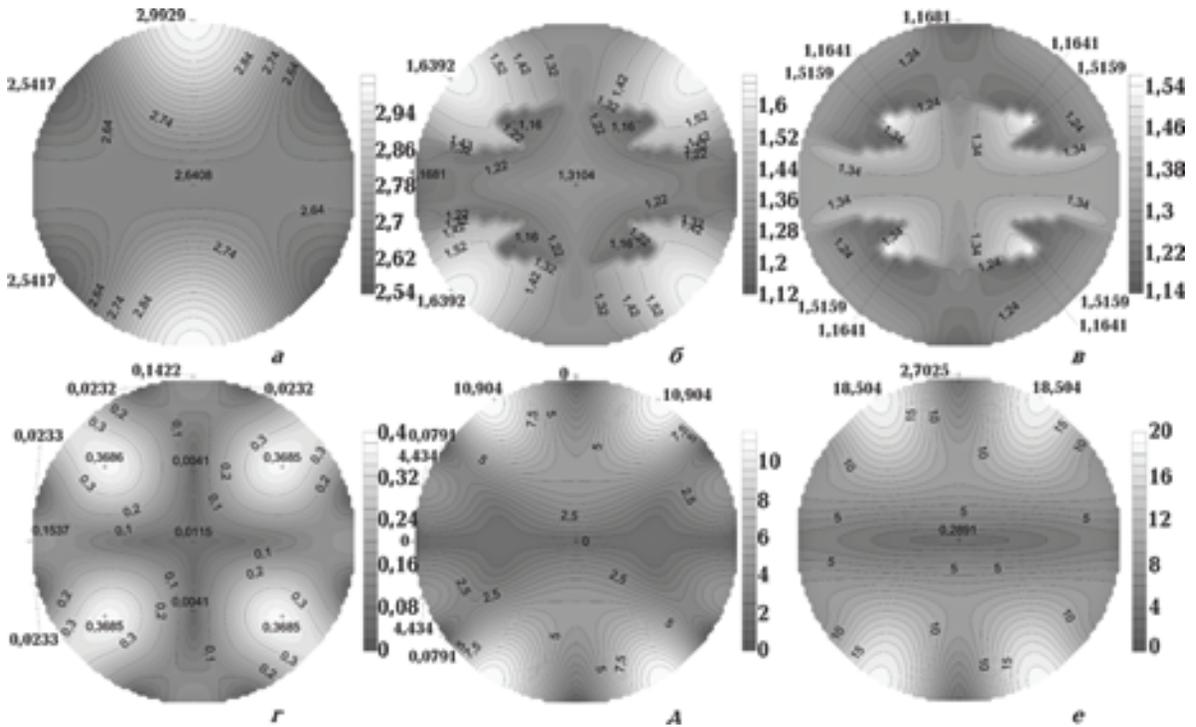


Рис. 8. Стереопроєкції розподілу величин для карбонатної товщі. Умовні позначення див. на рис. 6.

бонатній товщі найменші значення диференціального коефіцієнта анізотропії тяжіють до напрямків, ортогональних до площин симетрії. В цих напрямках коефіцієнт знижується до 1%. Для напрямків, які орієнтовані під азимутальним кутом  $30^\circ$ — $55^\circ$  і за крутих кутів падіння, коефіцієнт анізотропії сягає понад 18%. Ще контрастніше і достатньо асиметрично локалізуються екстремальні напрямки диференціального коефіцієнта анізотропії в глинистих товщах, величина якого перевищує 26%.

На стереопроєкціях ізоліній різниці між "швидкою" та "повільною" фазовими швидкостями квазіпоперечних хвиль (рис. 6, г; 7, в; 8, г) спостерігаються локалізовані напрямки екстремальних значень. Цілком природно, що у карбонатній товщі ромбічної симетрії вони розташовані симетрично відносно площин симетрії. Найбільша різниця між фазовими швидкостями квазіпоперечних хвиль у карбонатній товщі становить понад 0,36 км/с, що свідчить про інтенсивні ефекти розщеплення поперечних хвиль [Crampin et al., 1984]. Ці ефекти яскравіше проявляються у глинистій товщі, де різниця між фазовими швидкостями поперечних хвиль перевищує 0,7 км/с. Один локалізований мінімум різниці між значеннями цього параметра квазіпоперечних хвиль карбонатної товщі знаходиться

на перетині площин симетрії. Інші локалізовані мінімуми різниці фазових швидкостей квазіпоперечних хвиль не збігаються з елементами симетрії карбонатної товщі — їх налічуємо близько восьми (рис. 8, г).

У товщах піщано-глинистих і глинистих порід триклінної симетрії маємо три акустичні осі, причому дві чітко локалізовані, а одна утворює витягнуту область (див. рис. 7, в).

Слід підкреслити, що отримані закономірності зміни параметрів азимутальної анізотропії осадових товщ добре узгоджуються із результатами лабораторних досліджень зразків осадових порід ультразвуковим імпульсно-фазовим інваріантно-поляризаційним методом [Продайвода, Куликов, 1998; Александров, Продайвода, 2000].

В околі вертикальних кутів спостерігаємо лише відносно вузькі області, середньоквадратична похибка в яких менша за 1%. Для карбонатної товщі ромбічної симетрії (рис. 9, в) апроксимація азимутальної анізотропії квазіпоперечної хвилі поперечно-ізотропною моделлю спричинює середні варіації швидкості близько 3,6%. Однак для вертикальних кутів падіння від 0 до  $20^\circ$  похибка менша за 0,5%. Максимальні відхилення спостерігаємо при кутах падіння понад  $40^\circ$ , які за збільшення цих кутів швидко зростають і перевищують 7,5%.



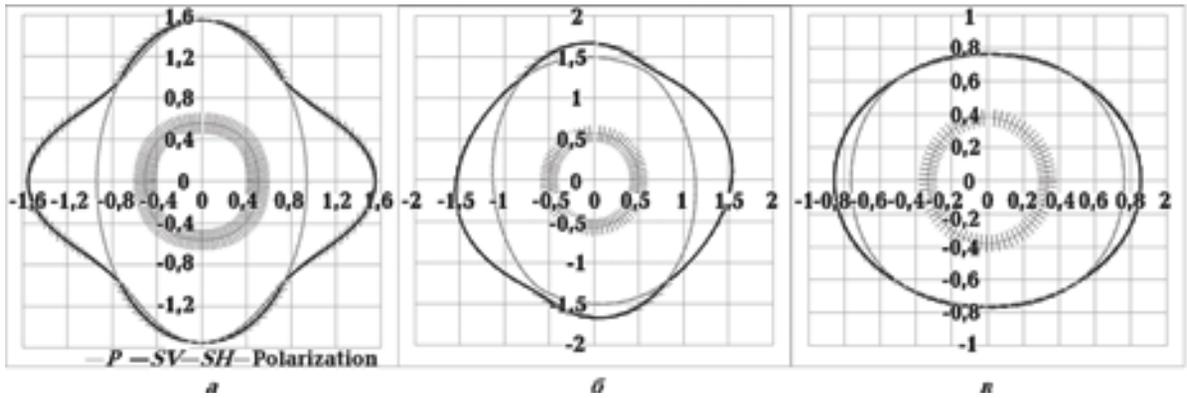


Рис. 11. Переріз поверхні плавності квазіпоздовжньої  $P$ , “повільної”  $SV$  та “швидкої”  $SH$  квазіпоперечних хвиль координатною площиною  $X_1 X_3$  (Polarization — напрямок поляризації):  $a$  — піщано-глинистої товщі планальної триклінної симетрії;  $b$  — глинистої товщі планальної триклінної симетрії;  $v$  — карбонатної товщі аксіальної ромбічної симетрії.

Шаскольская, 1975; Гольдин, 2008]. Для того щоб зрозуміти, до яких наслідків приводить увігнутість поверхні рефракції, необхідно зважити на той факт, що вектор променевої швидкості перпендикулярний до поверхні рефракції [Musgrave, 1970; Сиротин, Шаскольская, 1975; Гольдин, 2008].

Як видно з наведених даних (рис. 11, 12), форма перерізів координатною площиною поверхонь рефракції і проєкцій хвильових поверхонь на координатні площини добре узгоджується із пружною симетрією осадових товщ: планальна триклінна і аксіальна ромбічна.

Наявність увігнутості на поверхні рефракції “повільної” квазіпоперечної хвилі піщано-глинистої і глинистої товщі зумовлює появу петлі відповідно до наявності увігнутості на по-

верхні рефракції (рис. 11,  $a, b, SV$ ). Проте її розташування є асиметричним, як і розмір площі локалізації проєкції на координатну площину.

На координатній проєкції хвильової поверхні “повільної” квазіпоперечної хвилі (рис. 11,  $a, SV$ ) петля практично вироджується, тобто майже не проявляється, що пояснюється опуклістю поверхні рефракції (див. рис. 9,  $b$ ).

Для глинистого сланцю Пьєро характерні ромбічно-симетричні перерізи поверхні рефракції усіх типів хвиль координатною площиною (рис. 13,  $a$ ), але поверхня рефракції “повільної” квазіпоперечної хвилі має увігнутості з невеликою кривизною (рис. 13,  $a, SV$ ). Ці особливості теж спричинюють на хвильовій поверхні цієї хвилі симетрично розташовані петлі на її перерізі координатною площиною (рис. 13,  $b, SV$ ).

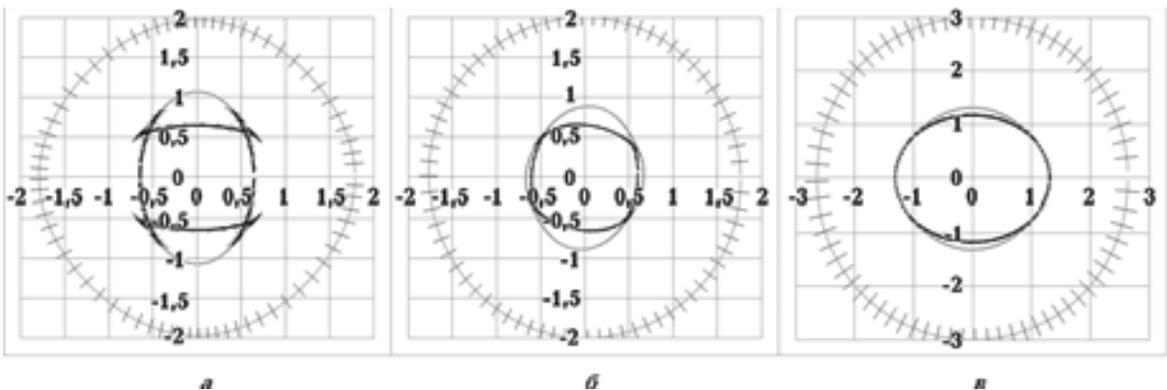


Рис. 12. Проєкція хвильової поверхні квазіпоздовжньої  $P$ , “повільної”  $SV$  та “швидкої”  $SH$  квазіпоперечних хвиль на координатну площину  $X_1 X_3$  (Polarization — напрямок поляризації). Умовні позначення див. на рис. 11.

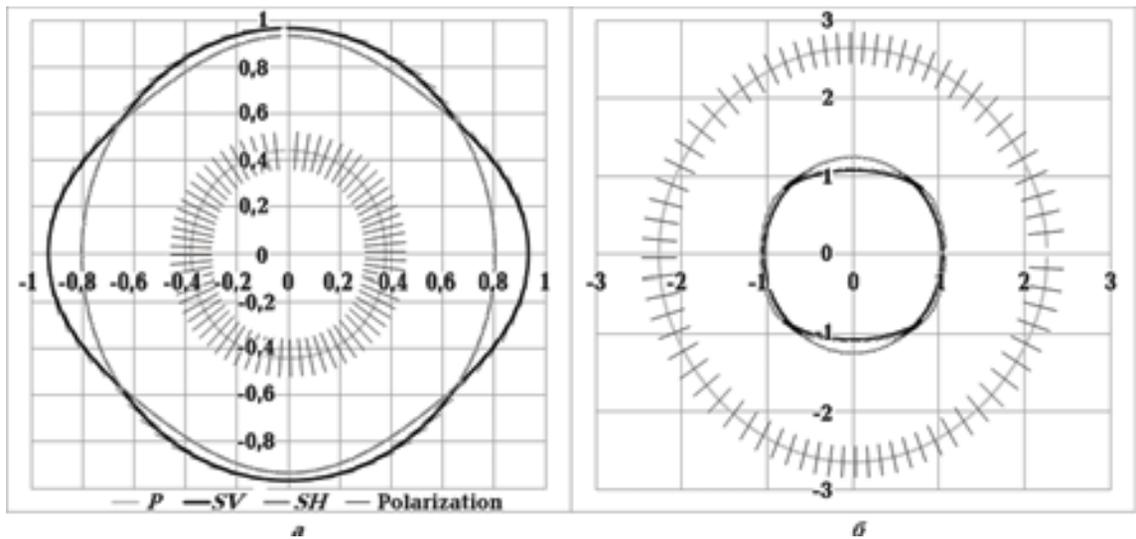


Рис. 13. Переріз поверхонь плавності (а) та рефракції (б) квазіпоzdовжньої P, "повільної" SV та "швидкої" SH квазіпоперечних хвиль координатною площиною  $X_1 X_3$  глинистого сланцю Пьєро на глибині 228,6 м (Polarization — напрямок поляризації).

**Лінійна стисливість і характеристичні поверхні модулів пружності.** Визначення повного набору матриці тензора пружних податливостей осадових відкладів забезпечує визначення характеру азимутальної анізотропії динамічних пружних модулів.

Для чисельних розрахунків тензора лінійної стисливості ( $\beta_{ij}$ ) можна скористатися згорткою тензора пружних податливостей за правою парою індексів [Сиротин, Шаскольская, 1975; Александров, Продайвода, 2000]:

$$\beta_{ij} = S_{ijkk}.$$

Результати чисельних розрахунків  $\beta_{ij}$  у стандартній акустичній системі координат і їх власні значення та власні напрямки наведено в табл. 6. За даними таблиці, коефіцієнт анізотропії тензора лінійної стисливості сягає 30,3 % для глинистої товщі, 19,4 — для товщі піщано-глинистих відкладів, 19,6 % — для товщі карбонатних порід.

Результати чисельних розрахунків компонент девіатора тензора лінійної стисливості  $D_{ij}$  осадових відкладів наведено в табл. 7. Об'ємне розширення осадової товщі під дією напружень зсуву ( $\bar{G}$ ) визначають девіатором тензора лінійної стисливості [Сиротин, Шаскольская, 1975; Александров, Продайвода, 2000]

$$\frac{\Delta V}{V} = 2\bar{G}D_{ij} \mathbf{p}_i \mathbf{q}_j,$$

де  $\mathbf{p}, \mathbf{q}$  — пари взаємно перпендикулярних напрямків дії напружень зсуву.

Значні та різнознакові компоненти девіатора тензора лінійної стисливості засвідчують, що осадові товщі під дією напружень зсуву також зазнають значних змін об'єму (розширюються або стискаються).

Для дослідження азимутальної анізотропії пружних модулів скористаємось їх характеристичними поверхнями. Характеристичну поверхню модуля Юнга  $E(\mathbf{l})$  можна обчислити за формулою [Сиротин, Шаскольская, 1975; Александров, Продайвода, 2000]

$$[E(\mathbf{l})]^{-1} = S_{ijkl} l_i l_j l_k l_l,$$

де  $\mathbf{l}$  — одиничний напрямок визначення цього модуля.

Відповідно, коефіцієнт Пуассона  $\nu(\mathbf{l})$  у цьому випадку можна визначити за співвідношенням [Сиротин, Шаскольская, 1975; Александров, Продайвода, 2000]

$$\nu(\mathbf{l}) = \frac{S_{ijkl} l_i l_j (\delta_{kl} - l_k l_l)}{2S_{pqrt} l_p l_q l_r l_t}.$$

Якщо напруження зсуву діють уздовж одиничних векторів  $\mathbf{p}$  і  $\mathbf{q}$  до бокових граней тіла, то модуль зсуву  $G(\mathbf{p}, \mathbf{q})$  обчислюють за формулою [Александров, Продайвода, 2000; Сиротин, Шаскольская, 1975]

$$[G(\mathbf{p}, \mathbf{q})]^{-1} = 4S_{ijkl} p_i q_j p_k q_l.$$

Результати чисельних розрахунків технічних динамічних модулів пружності товщ осадових

Т а б л и ц я 7. Компоненти девіатора тензора лінійних коефіцієнтів стисливості осадових відкладів за результатами чисельних розрахунків, ТПа<sup>-13</sup>

Відклади	Компоненти девіатора			Компоненти шарового тензора*
	$D_1$	$D_2$	$D_3$	
Піщано-глинисті	11,85	3,86	-16,13	59,64
Глинисті	21,74	3,91	-25,32	60,89
Карбонатні	-17,37	-10,37	27,73	95,87

\* —  $\beta_1^0 = \beta_2^0 = \beta_3^0 = \frac{1}{3} (\beta_1 + \beta_2 + \beta_3)$ .

**Висновки.** Вперше за інверсією променевих і фазових індикатрис квазіпоздовжніх і квазіпоперечних хвиль осадової товщі, які визначено методом ВСП, встановлено симетрію і повний набір компонент тензорної матриці пружних сталей осадових порід. Симетрія тензор-

ної матриці пружних сталей піщано-глинистої і глинистої товщ виявилася планальною триклінною, а карбонатної та глинистого сланцю — аксіальною і планальною ромбічною. Інтегральний коефіцієнт пружної анізотропії глинистої товщі сягає майже 22 %.

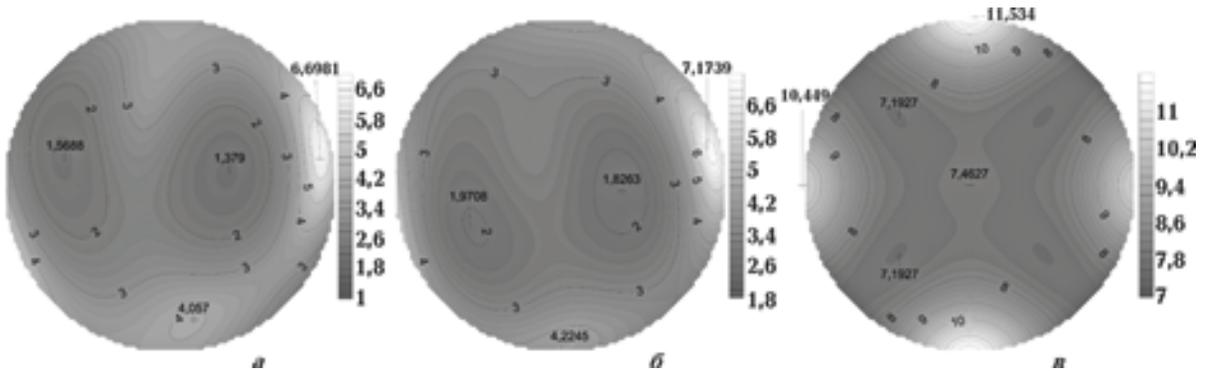


Рис. 14. Стереопроєкції характеристичної поверхні модуля Юнга  $E(I)$ , ГПа:  $a$  — піщано-глинистих відкладів;  $b$  — глинистих відкладів;  $v$  — карбонатних порід.

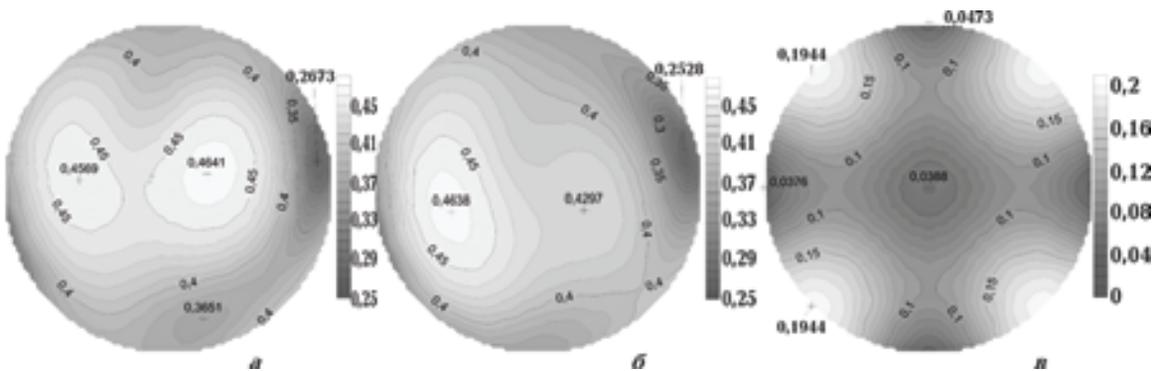


Рис. 15. Стереопроєкції характеристичної поверхні коефіцієнта Пуассона  $\nu(I)$ . Умовні позначення див. на рис. 11.

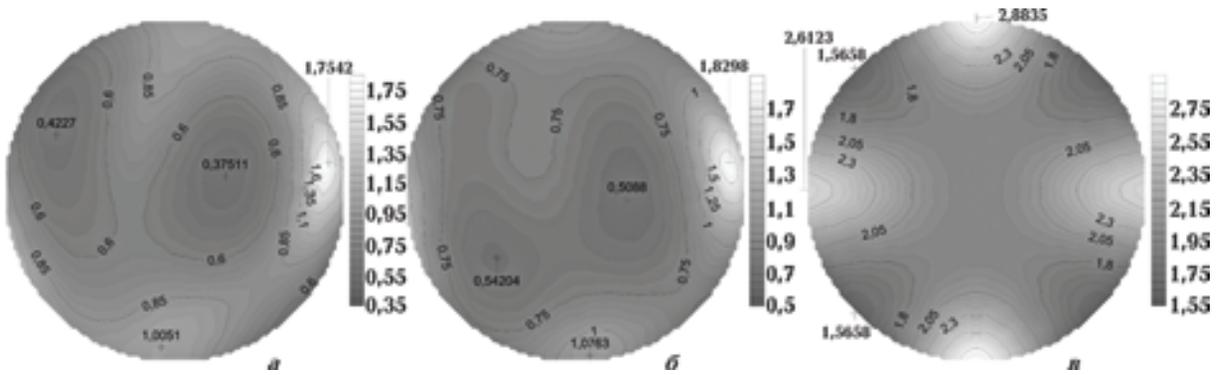


Рис. 16. Стереопроєкції характеристичної поверхні модуля зсуву ( $G(p, q)$ , ГПа). Умовні позначення див. на рис. 11.

Побудовані стереопроєкції параметрів анізотропії сейсмічних хвиль засвідчують, що просторовий характер азимутальної анізотропії сейсмічних хвиль повністю визначається симетрією матриці тензора пружних сталей. У глинистих і карбонатних товщах та глинистих сланцях на різних глибинах існують особливі напрямки — поздовжньої нормалі й акустичних осей.

Увігнутість поверхні рефракції "повільної" квазіпоперечної хвилі зумовлює появу петлі на її хвильовій поверхні. Поверхня рефракції "швидкої" квазіпоперечної хвилі опукла, подібно до поверхні  $SH$ -хвилі у поперечно-ізотропному середовищі, хвильова поверхня цієї хвилі теж не має петлі. Різниця між "швидкою" та "повільною" квазіпоперечними хвилями в деяких напрямках сягає 0,6 км/с.

Показано, що апроксимація матриці пружних сталей триклінної симетрії симетричнішими моделями, зокрема ромбічної та поперечно-ізотропної симетрії, не лише спотворює характер азимутальної анізотропії сейсмічних хвиль, а й спричинює значні похибки під час оцінювання азимутальної анізотропії сейсмічних швид-

костей. Це може суттєво впливати на достовірність результатів 3D сейсмозв'язки.

Вперше за даними польових сейсмічних спостережень встановлені параметри азимутальної анізотропії технічних динамічних модулів пружності осадових товщ різного літологічного складу. Виявлені широкі варіації коефіцієнта Пуассона в межах однієї товщі та складний характер просторових змін усіх модулів пружності. Отримані числові значення девіатора тензора лінійної стисливості свідчать про значні зміни об'єму осадової товщі за дії напружень зсуву.

Запропонований інваріантно-поляризаційний сейсмічний метод визначення симетрії і пружних сталей відкриває нові можливості в процесі дослідження упорядкованого геологічного середовища методами 3D сейсмозв'язки і сприятиме суттєвому підвищенню ефективності сейсмозв'язки під час пошуків нафти і газу в складних геологічних умовах.

*Робота виконана за підтримки бюджетної комплексної науково-технічної програми Київського національного університету імені Тараса Шевченка.*

### Список літератури

Александров К. С., Продайвода Г. Т. Анизотропия упругих свойств минералов и горных пород. Новосибирск: Изд. СО РАН, 2000. 354 с.

Гольдин С. В. Сейсмические волны в анизотропных средах. Новосибирск: Изд. СО РАН, 2008. 375 с.

Ляховицкий Ф. М., Сиротенко Д. О. Параметры упругой анизотропии ортотропных геологических сред. *Физика Земли*. 1994. № 9. С. 46—50.

Продайвода Г. Т. Акустика текстур гірських порід. Київ: ВГЛ "Обрії", 2004. 144 с.

- Продайвога Г. Т.* Инвариантно-поляризационный акустический метод определения упругих постоянных горных пород. *Геофизический журнал*. 1998. Т. 20. № 6. С. 83—95.
- Продайвога Г. Т.* О некоторых практически важных аналогиях между акустическими и оптическими явлениями в кристаллах. *Зап. ВМО*. 1978 а. Ч. 107. Вып. 2. С. 220—227.
- Продайвога Г. Т.* Принципы симметрии в петрофизике. *Геол. журн.* 1978 б. т. 38. № 14. С. 61—70.
- Продайвога Г. Т., Безродний Д. А.* Акустичний текстурний аналіз гірських порід. Київ: ВПЦ "Київський ун-т", 2011. 303 с.
- Продайвога Г. Т., Вижва С. А., Безродний Д. А., Безродна І. М.* Акустичний текстурний аналіз метаморфічних порід Криворіжжя. Київ: ВПЦ "Київський ун-т", 2011. 368 с.
- Продайвога Г. Т., Куликов А. А.* Исследование упругой симметрии и анизотропии упругих волн в осадочных породах. *Физика Земли*. 1998. № 4. С. 79—88.
- Ризниченко Ю. В.* О сейсмической квазианизотропии. *Изв. АН СССР. Сер. географ. и геофиз.* 1949. № 6. С. 518—544.
- Сиротин Ю. И., Шаскольская М. П.* Основы кристаллофизики. Москва: Наука, 1975. 680 с.
- Федоров Ф. И.* Теория упругих волн в кристаллах. Москва: Наука, 1965. 386 с.
- Шафрановский И. И., Плотников Л. М.* Симметрия в геологии. Ленинград: Недра, 1975. 144 с.
- Alexandrov K. S., Prodayvoda G. T.*, 1994. The study of elastic symmetry and anisotropy of elastic body waves in gneiss. *Geophys. J. Int.* 119, 715—728.
- Bachman R. T.*, 1983. Elastic anisotropy in marine sedimentary rocks. *J. Geophys. Res.* 88(81), 539—545.
- Brodov L. Y., Evstifeyev V. I., Karus E. V., Kulichikhina T. N.*, 1984. Some results of the experimental study of seismic anisotropy of sedimentary rocks using different types of waves. *Geophys. J. Roy. Astron. Soc.* 76, 191—200.
- Crampin S., Chesnokov E. M., Hipkin R. A.*, 1984. Seismic anisotropy — the state of the art. *First Break*. 2 (3), 9—18.
- Gill P. E., Murray W., Wright M. H.*, 1981. *Practical Optimization*, Acad. Press, London, 401 p.
- Grechka V.*, 2009. Applications of seismic anisotropy in the oil and gas industry. EAGE Publication, 2009, 172 p.
- Jolly R. N.*, 1956. Investigation of shear waves. *Geophysics* 21, 905—938.
- Musgrave M. J. R.*, 1970. *Crystal Acoustics*. Holden — Day. San Francisco: CA, 1970. 288 p.
- Nye J. F.*, 1957. Physical properties of crystals: their representation by tensors and matrices. Oxford: At the Clarendon Press, 1957, 322 p.
- Paterson M. S., Weiss L. E.*, 1961. Symmetry concepts in the structural analysis of deformed rock. *The Geol. Soc. Amer. Bull.* 72 (6), 841—882.
- Thomsen L.*, 1986. Weak elastic anisotropy. *Geophysics* 51 (10), 1954—1966.
- Tsvankin I.*, 1997. Anisotropic parameters and *P*-wave velocity for orthorhombic media. *Geophysics* 62, 1292—1309.
- Vander Stoep D. M.*, 1966. Velocity anisotropy measurement in wells. *Geophysics* 32, 900—916.
- White J. E., Martineau-Nicoletis L., Monach C.*, 1983. Measured anisotropy in Pierre shale. *Geophys. Prosp.* 31, 709—725.

# Numerical calculation of elastic constants for sedimentary strata in triclinic approximation based on vertical seismic profiling data

© G. T. Prodayvoda, P. M. Kuzmenko, A. S. Vyzhva, 2015

It is firstly defined the symmetry and complete component set of tensor matrix elastic constants and elastic compliances by inversion of radial velocity indicatrices for quasi-longitudinal, "quick" and "slow" quasi-transverse waves that are obtained according to the VSP method in the standard acoustic coordinate system. It was established that the elastic constants of clay strata have planar triclinic symmetry and carbonate strata have axial rhombic symmetry. The value of the elastic anisotropy integral coefficient is nearly 22%. Longitudinal axis and acoustic normal of sedimentary strata were firstly determined according to field seismic survey. The estimation errors of elastic symmetry approximation for sedimentary strata by models with transversely isotropic and orthorhombic symmetry were calculated. It is proved that such approximation significantly changes the nature of the seismic wave azimuthal anisotropy and causes high error, which can significantly reduce the 3D seismic efficiency to the oil and gas exploration in the complex geological conditions.

**Key words:** azimuthal anisotropy, elastic constants, symmetry, seismic waves.

## References

- Aleksandrov K. S., Prodayvoda G. T., 2000. The elastic properties anisotropy of rocks and minerals. Novosibirsk: Ed. SB RAS, 354 p. (in Russian).
- Goldin S. V., 2008. Seismic waves in anisotropic media. Novosibirsk: Ed. SB RAS, 375 p. (in Russian).
- Lyakhovitskii F. M., Sirotenko D. O., 1994. Elastic anisotropy parameters of orthotropic geological environments. *Fizika Zemli* (9), 46—50 (in Russian).
- Prodayvoda G. T., 2004. Acoustics of rock textures. Kyiv: Publ. house of geographical literature "Obriyi", 144 p. (in Ukrainian).
- Prodayvoda G. T., 1998. Invariant-polarization acoustic method for determining the elastic constants of rocks. *Geofizicheskiy zhurnal* 20 (6), 83—95 (in Russian).
- Prodayvoda G. T., 1978a. Some practically important analogies between the acoustic and optical phenomena in crystals. *Zapiski VMO* part 107 (is. 2), 220—227 (in Russian).
- Prodayvoda G. T., 1978b. Symmetry principles in petrophysics. *Geologicheskii zhurnal* 38 (14), 61—70 (in Russian).
- Prodayvoda G. T., Bezrodny D. A. Acoustic textural analysis of rocks. Kyiv: Publishing and printing center "Kyiv University", 2011. 303 p. (in Ukrainian).
- Prodayvoda G. T., Vyzhva S. A., Bezrodny D. A., Bezrodna I. M. Acoustic textural analysis of metamorphic rocks of Kryvorizhzhya. Kyiv: Publishing and printing center "Kyiv University", 2011. 368 p. (in Ukrainian).
- Prodayvoda G. T., Kulikov A. A., 1998. Investigation of elastic symmetry and elastic wave anisotropy in sedimentary rocks. *Fizika Zemli* (4), 79—88 (in Russian).
- Riznichenko Y. V., 1949. About seismic quasi anisotropy. *Izvestiya AN SSSR. Ser. geograf. i geofiz.* (6), 518—544 (in Russian).
- Sirotin Y. I., Shaskolskaya M. P., 1975. Fundamentals of crystal physics. Moscow: Nauka, 680 p. (in Russian).
- Fedorov F. I., 1965. Theory of elastic waves in crystals. Moscow: Nauka, 386 p. (in Russian).
- Shafranovsky I. I., Plotnikov L. M. Symmetry in geology. Leningrad: Nedra, 1975. 144 p. (in Russian).
- Alexandrov K. S., Prodayvoda G. T., 1994. The study of elastic symmetry and anisotropy of elastic body waves in gneiss. *Geophys. J. Int.* 119, 715—728.
- Bachman R. T., 1983. Elastic anisotropy in marine sedimentary rocks. *J. Geophys. Res.* 88(81), 539—545.
- Brodov L. Y., Evstifeyev V. I., Karus E. V., Kulichikhi

- na T.N., 1984. Some results of the experimental study of seismic anisotropy of sedimentary rocks using different types of waves. *Geophys. J. Roy. Astron. Soc.* 76, 191—200.
- Crampin S., Chesnokov E.M., Hipkin R.A., 1984. Seismic anisotropy — the state of the art. *First Break*. 2 (3), 9—18.
- Gill P.E., Murray W., Wright M.H., 1981. Practical Optimization, Acad. Press, London, 401 p.
- Grechka V., 2009. Applications of seismic anisotropy in the oil and gas industry. EAGE Publication, 2009, 172 p.
- Jolly R.N., 1956. Investigation of shear waves. *Geophysics* 21, 905—938.
- Musgrave M.J.R., 1970. Crystal Acoustics. Holden — Day. San Francisco: CA, 1970. 288 p.
- Nye J.F., 1957. Physical properties of crystals: their representation by tensors and matrices. Oxford: At the Clarendon Press, 1957, 322 p.
- Paterson M.S., Weiss L.E., 1961. Symmetry concepts in the structural analysis of deformed rock. *The Geol. Soc. Amer. Bull.* 72 (6), 841—882.
- Thomsen L., 1986. Weak elastic anisotropy. *Geophysics* 51 (10), 1954—1966.
- Tsvankin I., 1997. Anisotropic parameters and P-wave velocity for orthorhombic media. *Geophysics* 62, 1292—1309.
- Vander Stoep D.M., 1966. Velocity anisotropy measurement in wells. *Geophysics* 32, 900—916.
- White J.E., Martineau-Nicoletis L., Monach C., 1983. Measured anisotropy in Pierre shale. *Geophys. Prosp.* 31, 709—725.