

# О возможности использования скалярных импедансов при решении обратной задачи МТЗ для трехмерных моделей

© Т. И. Причепий, 2016

Институт геофизики НАН Украины, Киев, Украина

Поступила 15 января 2016 г.

Представлено членом редколлегии В. Н. Шуманом

Наведено огляд результатів обчислення уявного питомого опору для елементарних моделей за методом скалярних імпедансів, зокрема за параметром імпедансного типу. Значення параметрів електромагнітного поля моделей розраховано за програмою Maskie 1994. За цим методом розрахунок поле збуджується плоскою низькочастотною однорідною електромагнітною хвилею. Для кожного модельного об'єкта параметри електромагнітного поля обчислено для ряду значень періодів  $T$ . Динаміку питомого опору, розрахованого за скалярним імпедансом, показано у вигляді графіків і полів ізоліній на площі спостережень. Отримані результати для наведеного класу моделей свідчать про можливість відновлення провідних характеристик нижнього півпростору без визначення тензора імпедансу. Подальший розвиток методу дасть змогу не тільки візуалізувати дані, а й отримати чисельні розв'язки оберненої задачі МТЗ.

**Ключові слова:** магнітотелуричне зондування, візуалізація, 3D-моделювання, скалярний імпеданс, провідникові структури.

Классическим методом решения обратных задач МТЗ принято считать определение параметров геоэлектрического разреза с привлечением тензора импеданса  $\hat{Z}$  и его модификаций. Импедансное описание геоэлектрической среды на поверхности раздела представлено соотношением между тангенциальными компонентами низкочастотного электромагнитного поля:

$$\mathbf{E}_\tau = [\hat{Z}] \mathbf{H}_\tau.$$

Возможность использования этого метода предопределена аппроксимацией проводящего полупространства и источника поля моделью горизонтально-слоистой Земли, возбуждаемой плоской вертикальнопадающей электромагнитной волной [Бердичевский, Дмитриев, 2009]. Согласно этой модели электромагнитное поле  $\mathbf{E}_\tau(E_x, E_y)$  и  $\mathbf{H}_\tau(H_x, H_y, H_z)$  наблюдается на земной поверхности  $z=0$ , а основными функциями отклика являются компоненты тензора импеданса

$$\hat{Z} = \begin{bmatrix} Z_{xx} & Z_{xy} \\ Z_{yx} & Z_{yy} \end{bmatrix}$$

и определяемое по этим компонентам кажущееся удельное сопротивление

$$\rho_{xy} = |Z_{xy}|^2 / \omega \mu_0, \quad \rho_{yx} = |Z_{yx}|^2 / \omega \mu_0. \quad (1)$$

Альтернативные методы интерпретации магнитотелурических данных в первую очередь опираются на экспериментальные данные, утверждающие более сложный механизм формирования электромагнитного отклика. Наиболее полно и убедительно аргументы в пользу альтернативного описания формирования электромагнитного отклика в МТЗ можно видеть в работах В. Н. Шумана [Шуман 2006, 2010 и др.]. Также им предложено использовать метод аппроксимации геоэлектрической ситуации, на поверхности Земли позволяющий принять более сложный механизм формирования электромагнитного отклика. Эта методика обработки МТ-данных основана на развитии идей [Aboul-Atta, Voerner, 1975], согласно которой локальная связь между компонентами комплексных амплитуд электрического и магнитного полей на границе раздела может быть представлена равенством

$$\mathbf{n} \times \mathbf{E} \times \mathbf{n} = \zeta (\mathbf{n} \times \mathbf{H}) + \xi^* (\mathbf{n} \times \mathbf{H}^* \times \mathbf{n}),$$

где

$$\zeta = -\frac{\mathbf{n}(\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*)}{\|\mathbf{n} \times \mathbf{H}\|^2}, \quad (2)$$

$$\xi^* = \frac{(\mathbf{n} \times \mathbf{E})(\mathbf{n} \times \mathbf{H})}{\|\mathbf{n} \times \mathbf{H}\|^2} \quad (3)$$

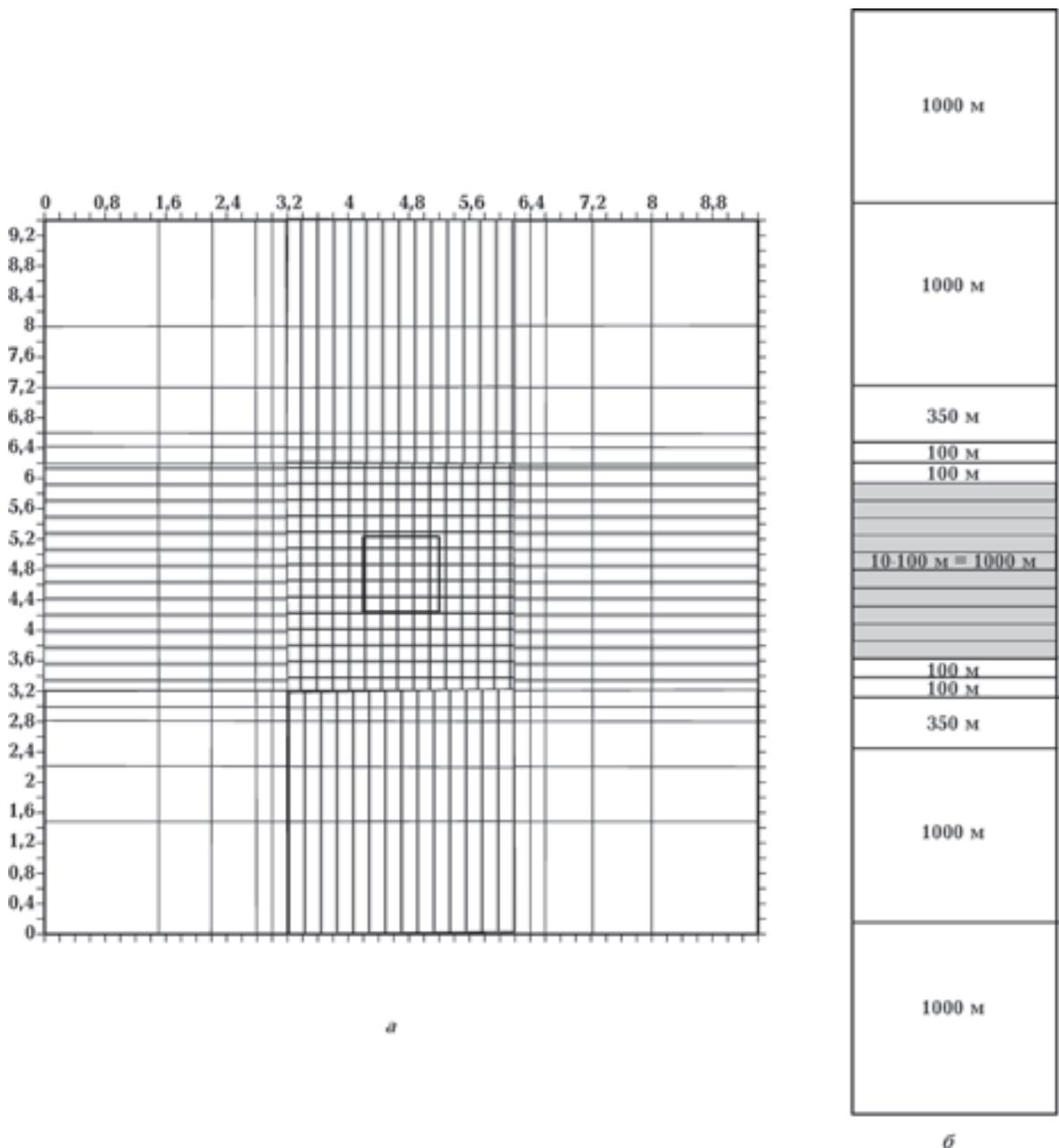


Рис. 1. Структура разбиения модельного пространства: *а* — горизонтальная плоскость, *б* — вертикальный разрез моделируемой среды.

есть скалярные параметры импедансного типа. Они являются, по сути, коэффициентами разложения тангенциального электрического поля по двум единичным ортогональным векторам, сформированным из тангенциального магнитного поля. Однако, исходя из условий формирования отклика, в данной задаче могут принимать участие все компоненты электромагнитного поля, а не только тангенциальные составляющие.

Скалярные импедансы (2), (3) вызывают определенный интерес в плане исследования их возможностей для решения магнитотеллурических задач. В работе [Причепий, 2014] показана возможность использования этих параметров для визуализации данных магнитотеллурики на модельных примерах. Однако хотелось бы проверить возможности этих величин для непосредственного восстановления параметров геоэлектрической модели. Настоя-

щая статья является продолжением исследования метода скалярных импедансов с привлечением того же комплекса трехмерных моделей уже в направлении получения числовых, а не только качественных решений задачи.

Рассматривается тот же комплекс физических моделей, что и в работе [Причепий, 2014]. Для них по программе Mtdfwd [Mackie et al., 1994] были рассчитаны значения компонент  $E_x, E_y, H_x, H_y, H_z$ . Данный алгоритм моделирования основан на интегральной форме уравнения Максвелла для конечно-разностной аппроксимации магнитного поля второго порядка. Результаты были получены в виде значений действительной и мнимой частей комплексных чисел для двух поляризаций в рамках каждой модели. Первичное поле аппроксимировано плоской электромагнитной волной, поляризованной в одном случае по оси  $OX$ , во втором — по оси  $OY$ . Нижнее полупространство определяется как нормальный слоистый разрез, в качестве которого был принят геоэлектрический разрез Восточно-Европейской платформы; таблица глубин и значений удельных электрических сопротивлений этой модели представлена в работе [Причепий, 2014]. На рис. 1, а изображена схема разбивки модельной поверхности. Трехмерные проводящие объекты расположены в плане по центру площадки  $10 \times 10$  км на некоторой глубине от поверхности в пределах первой десятки километров слоя I из табл. 1. Вблизи положения аномалиеобразующего объекта, располагаемого в центре площади (в данном случае на рисунке — проводящего куба) сеть дробления пространства на блоки наиболее густая и равномерная. Рис. 1, б дает представление о вертикальном разграничении верхней части разреза. Проводящие модели располагались в пределах средней ее части, здесь дробление блоков, как и по горизонтали, также более мелкое. Значения периодов  $T$  при расчетах поля выбирались как и в работе [Причепий, 2014], исходя из геометрических и физических характеристик модели. В среднем для каждой модели были сделаны расчеты поля для пяти-шести значений параметра  $T$  — в пределах от 0,001 до 100 с.

Для визуализации МТ-данных для этого комплекса моделей были вычислены значения модулей скалярных импедансов  $|\zeta|, |\xi|$  и построены графики изолиний, наблюдая степень их соответствия формам проводящих объектов на глубине. Результаты, приведенные в работе [Причепий, 2014], представляются удовлетворительными. Визуально поля изолиний ска-

лярных импедансов гораздо информативнее аналогичных построений для компонент электрической и магнитной компонент МТ-поля. Однако теперь будем вычислять не только значения скалярных импедансов.

В работах [Причепий, 2010, 2012] представлены результаты исследований скалярных параметров импедансного типа:

$$\zeta = \frac{E_x H_y^* - E_y H_x^*}{H_{x0}^2 + H_{y0}^2}, \quad \xi^* = \frac{E_x H_x + E_y H_y}{H_{x0}^2 + H_{y0}^2},$$

как функций поляризации магнитной составляющей. Предполагая в данной задаче одно-временное существование тензора  $\hat{Z}$  и скалярных параметров импедансного типа, можно записать систему уравнений, объединяющую эти величины:

$$E_x = Z_{xx} H_x + Z_{xy} H_y = \zeta H_y + \xi^* H_x^*,$$

$$E_y = Z_{yx} H_x + Z_{yy} H_y = -\zeta H_x + \xi^* H_y^*,$$

и получить для скалярного импеданса  $\zeta$  выражение [Причепий, 2010]

$$\zeta = \frac{Z_{xx} P_H^* + Z_{xy} |P_H|^2 - Z_{yx} - Z_{yy} P_H}{1 + |P_H|^2},$$

где  $P = H_y / H_x$  — поляризационное отношение для тангенциального магнитного поля. Не приводя выкладки, изложенные в работе [Причепий, 2010], отметим важный момент: для модели с линейно поляризованным полем, причем угол наклона поляризационного направления  $\gamma = \pi / 2$ :  $|\zeta|^2 \equiv |Z_{xy}|^2, |\xi|^2 \equiv 0$ . Эти условия соответствуют параметрам задачи, в рамках которой рассмотрен комплекс модельных примеров, рассчитанных по программе [Mackie et al., 1994]. А значит, для тех же моделей, что рассмотрены в работе [Причепий, 2014], можно по аналогии с  $\rho_{xy}$ , определяемым из уравнения (1) по значению компонента тензора импеданса, вычислять значение кажущегося удельного сопротивления как функции скалярного импеданса и частоты (периода):

$$\rho_\zeta = |\zeta|^2 / \omega \mu_0,$$

или, учитывая, что магнитная постоянная  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м,  $\omega = 2\pi/T$ ,

$$\rho_\zeta = \frac{|\zeta|^2 \cdot T}{8\pi^2} 10^7. \quad (4)$$

Близость к нулю скалярного параметра  $\xi$  по сравнению с  $\zeta$  будет своего рода контрольным

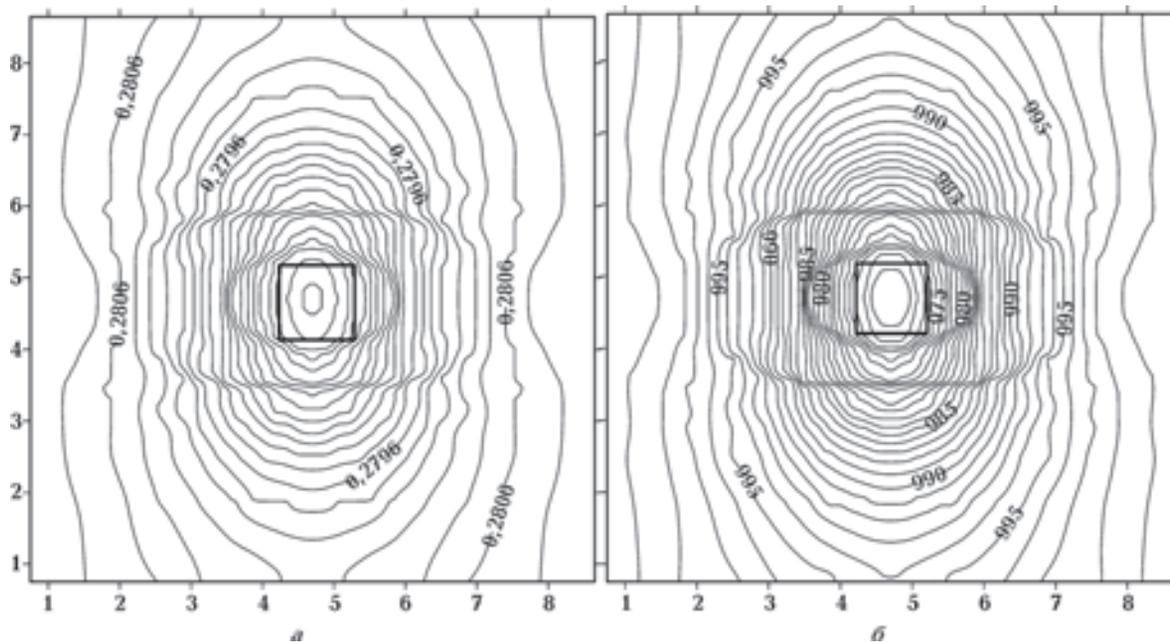


Рис. 2. Модель I (куб);  $T=0,1$  с. Графики изолиний  $|\zeta|$  (а) и  $\rho_{\zeta}$  (б) для поляризации  $(ex, hy)$ .

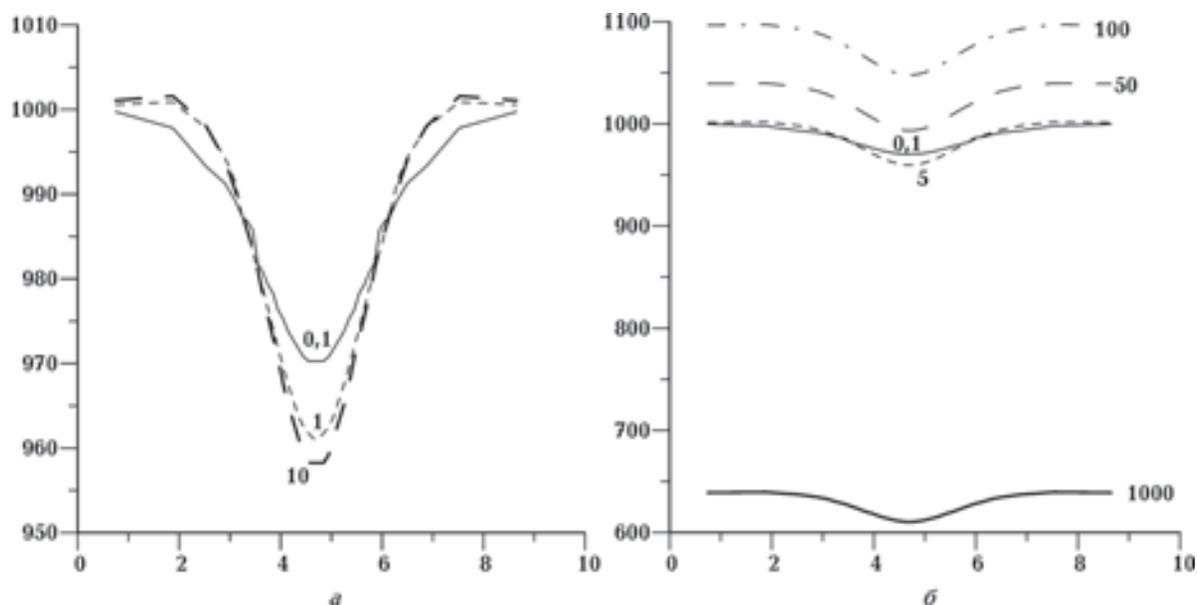


Рис. 3. Модель I (куб); графики зависимости  $\rho_{\zeta}(x)$  для периода  $T=0,1; 1; 10$  с (а) и для  $T=0,1; 5; 50; 100; 1000$  с (б) для поляризации  $(ex, hy)$ .

признаком правомерности вычисления  $\rho_{\zeta}$  по формуле (4).

Перейдем к рассмотрению моделей. Нашей целью будет оценка возможности определения значений удельного сопротивления, их близость к логически обоснованным величинам и изменение этих величин с изменением периода  $T$ .

**Проводящий куб**  $1 \times 1 \times 1$  км на глубине 2550 м в центре площади, удельное сопротивление куба  $\rho_{\zeta}=1$  Ом·м, удельное сопротивление вмещающих пород  $\rho_v=1000$  Ом·м. На рис. 2 изображено поле изолиний параметра  $|\zeta|$  (рис. 2, а) и  $\rho_{\zeta}$  (рис. 2, б) для поляризации  $(ex, hy)$ ,  $T=0,1$  с. Очевидно, форма изолиний  $\rho_{\zeta}$  повторяет, как и следует, форму изолиний  $|\zeta|$ ,

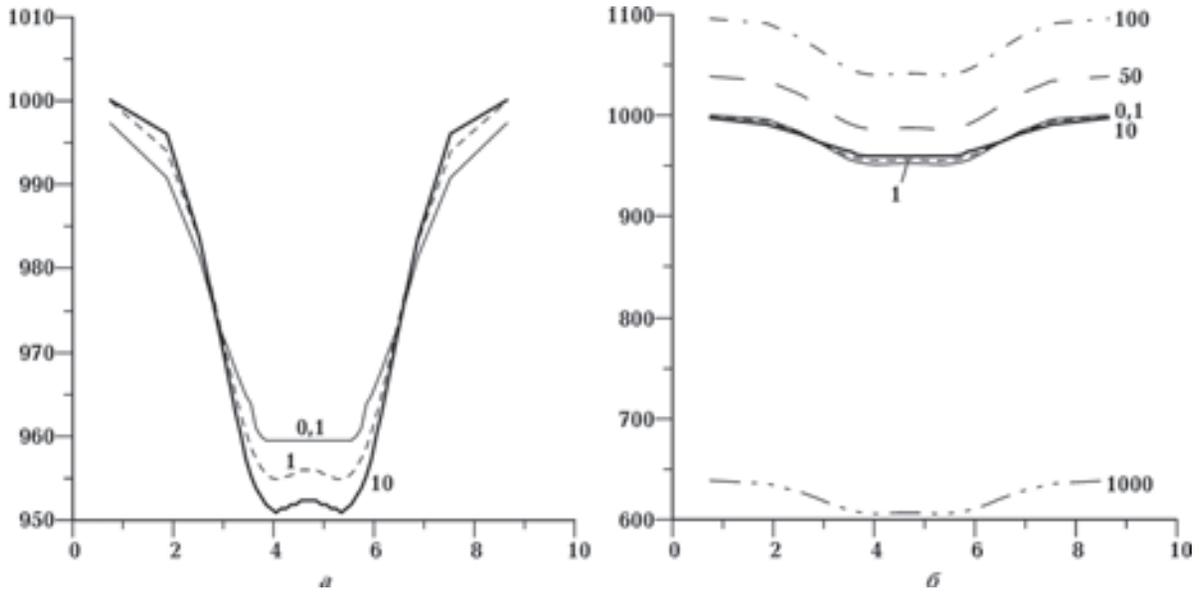


Рис. 4. Модель II (удвоенный куб); графики зависимости  $\rho_z(x)$  для  $T=0,1; 1; 10$  с (а) и  $T=0,1; 1; 10; 50; 100; 1000$  с (б) для поляризации ( $ex, hy$ ).

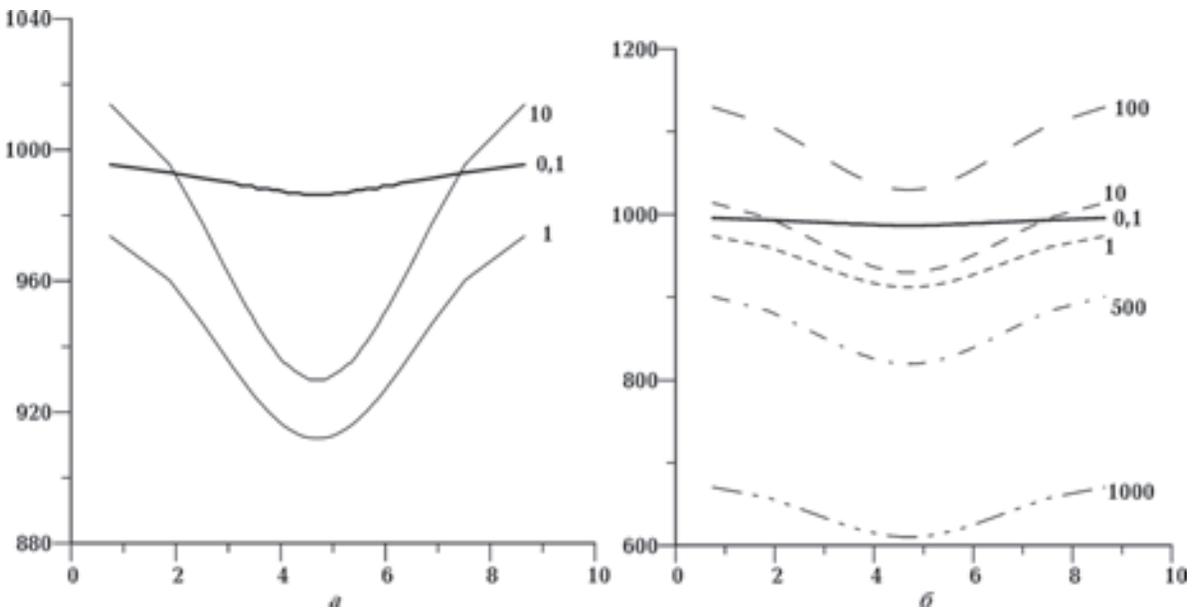


Рис. 5. Модель III (двумерная призма); графики зависимости  $\rho_z(x)$  для  $T=0,1; 1; 10$  с (а) и  $T=0,1; 1; 10; 100; 500; 1000$  с (б) для поляризации ( $ex, hy$ ).

значения  $\rho_z$  на краях площади близки к значению  $\rho_v=1000$ , в области проекции куба они существенно меньше. На рис. 3 приведены графики  $\rho_z(x)$  для комплекса периодов, профиль проходит по горизонтальной плоскости через центр куба. Кривые периодов от 0,1 до 10 с на краях площади уверенно выходят на значение  $\rho_v=1000$  Ом·м. Более низкие частоты, видимо, отражают влияние более глубоких областей разреза.

**Два проводящих куба**, идентичных модели I, разнесенные по оси  $Ox$  на 1000 м. Глубина до верхней кромки объекта и  $\rho_v$  идентичны модели I. На рис. 4 представлены результаты вычисления  $\rho_z(x)$  вдоль профиля, параллельного оси  $Ox$ , проходящего через центр площади. Результат аналогичен полученному для предыдущей модели — для периодов 0,1; 1 и 10 с на краях площади значения  $\rho_z(x)$  уверенно выходят на значение  $\rho_v=1000$  Ом·м. Для периодов 1 и 10 с

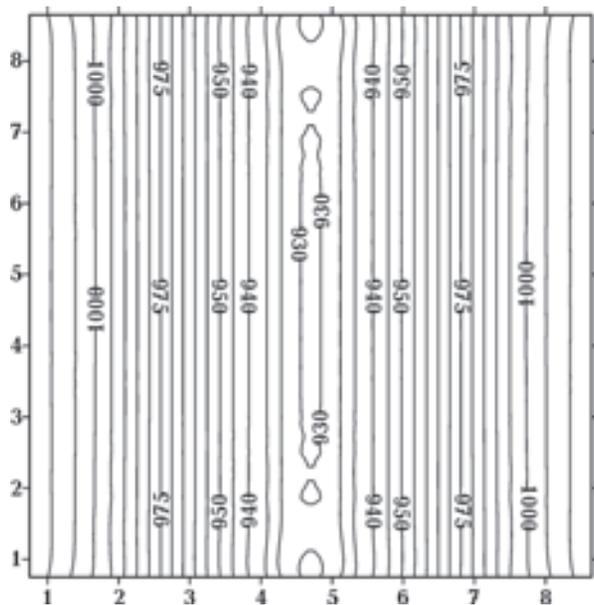


Рис. 6. Модель III (двумерная призма); график изолиний  $\rho_{\zeta}$  для поляризации ( $ex, hy$ );  $T=10$  с.

тивление призмы  $\rho_s=1$  Ом·м, удельное сопротивление вмещающих пород  $\rho_v=1000$  Ом·м. На рис. 5 изображены графики  $\rho_{\zeta}(x)$  для комплекта периодов от 0,1 до 1000 с вдоль профиля, проходящего через центр площади параллельно оси  $OX$ . Очевидно, наилучший результат показывают графики  $\rho_{\zeta}(x)$  для периодов от 1 до 10 с — выход на значения 1000 Ом·м на краях площади и локализация положения призмы минимумом графика. Это справедливо для всей площади наблюдения (рис. 6).

**Куб и горизонтальная призма 1.** Модель является результатом комбинации моделей I и III. На глубине 2550 м от поверхности расположен куб (модель I), под ним на глубине 4550 м от поверхности расположена горизонтальная призма (модель III). Расстояние от нижней грани куба до поверхности призмы 1000 м. Удельное сопротивление куба и призмы идентичны и составляют 1 Ом·м, удельное сопротивление вмещающих пород  $\rho_v=1000$  Ом·м.

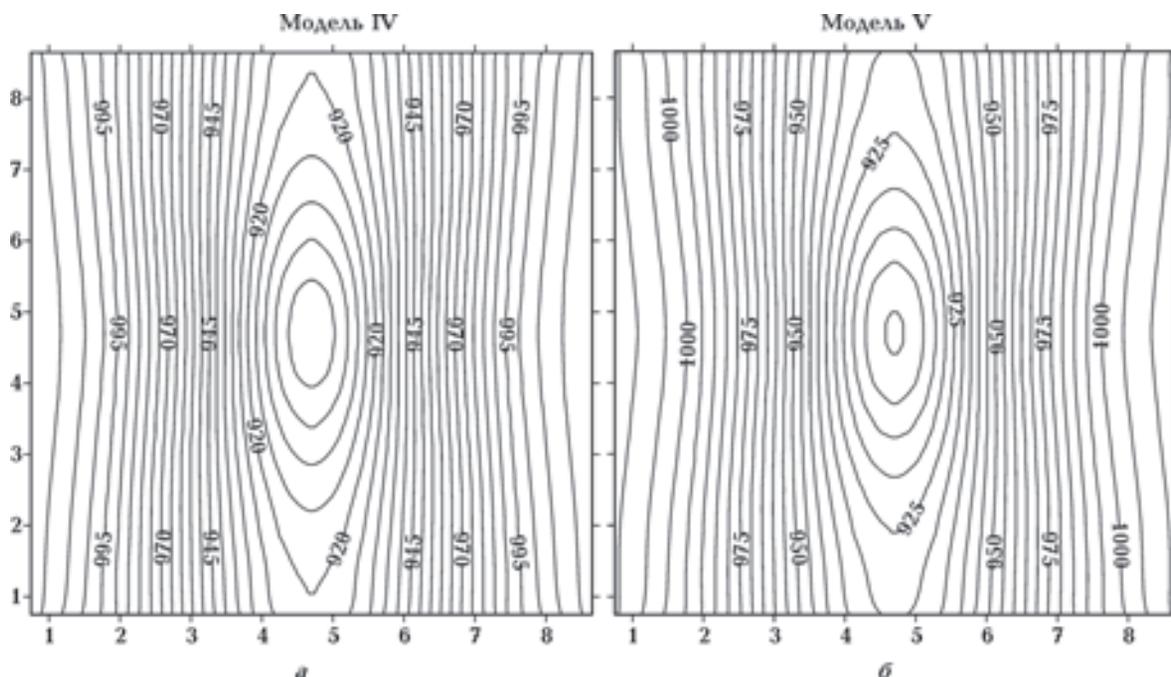


Рис. 7. Модель IV и V (куб+двумерная призма). Изолинии значений  $\rho_{\zeta}$ . Поляризация ( $ex, hy$ ),  $T=10$  с.

локализуются местоположения двух проводящих объектов посредством понижения значений  $\rho_{\zeta}(x)$ .

**Проводящая горизонтальная бесконечная призма** (ограниченная пределами площади  $10 \times 10$  км) с прямоугольным сечением: ширина 2000 м, мощность 1000 м. Она расположена в центре площади на глубине 4550 м от поверхности параллельно оси  $OY$ . Удельное сопро-

**Куб и горизонтальная призма 2.** Конфигурация модели идентична модели IV, отличается только значение удельного сопротивления призмы — ее удельное сопротивление  $\rho_s=50$  Ом·м, т. е. удельное сопротивление призмы увеличено относительно модели IV и рассмотренной выше модели III. В данном объекте проводимость глубинного тела ниже, чем проводимость вышележащего куба.

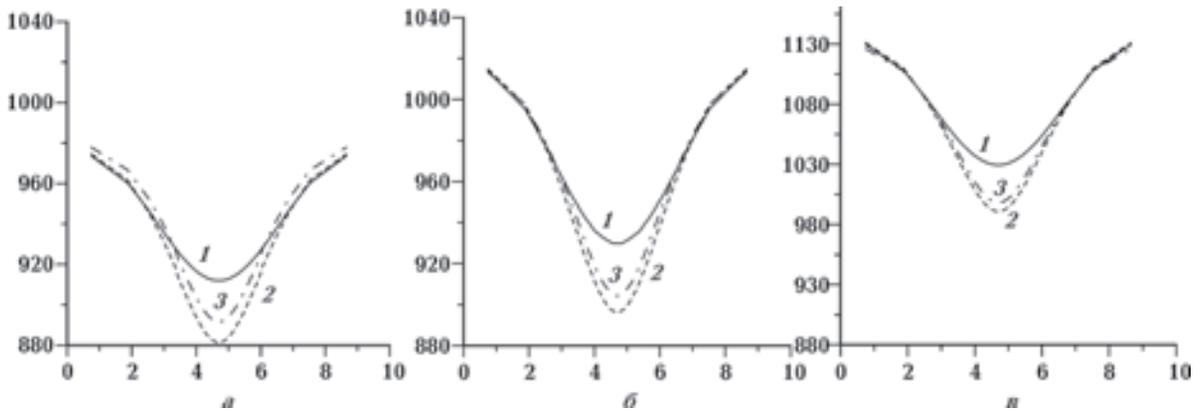


Рис. 8. Графики сравнения  $\rho_{\zeta}(x)$  для моделей III, IV и V для периода  $T=1$  с (а),  $T=10$  с (б),  $T=100$  с (в): 1 — модель III; 2 — модель IV; 3 — модель V.

На рис. 7 представлены графики изолиний  $\rho_{\zeta}$ , вычисленного для комбинированных моделей IV и V для поляризации поля ( $ex, hy$ ), период  $T=10$  с. Визуализация результатов вычисления  $\rho_{\zeta}$  по площади наблюдений отражает общую структуру модели. Но это имело место и для поля скалярного импеданса  $|\zeta|$  [Причепий, 2014], однако теперь можно утверждать, что и значения  $\rho_{\zeta}$  хорошо отражают заданные значения удельного сопротивления. Закономерны также изменения величины  $\rho_{\zeta}(x)$  с изменением периода  $T$  для профиля, проходящего через центр площади параллельно оси  $OX$  (рис. 8). Для сравнения на этих графиках добавлено изображение  $\rho_{\zeta}(x)$  для модели III — проводящей горизонтальной бесконечной призмы. Очевид-

но, расположенный выше призмы проводящий куб на этих графиках не выделяется, а  $\rho_{\zeta}(x)$  отражает суммарный эффект от этих структур. С увеличением периода  $T$  эффект от комплекса проводящих объектов слабеет.

Для всех рассмотренных моделей значения модуля скалярного импеданса были на три-четыре порядка меньше, чем значения  $|\zeta|$ . Это давало право принять параметр  $\xi$  равным нулю. Результаты вычислений скалярных импедансов для обеих поляризаций — ( $ex, hy$ ) и ( $ex, hy$ ) — были идентичны (в рамках одного периода) до четвертой-пятой значащей цифры. Это было справедливо для осесимметричных и линейных структур. Однако следующая модель не относится к данным типам структур.

**Г-образная структура** с верхней и нижней гранями, параллельными поверхности на-

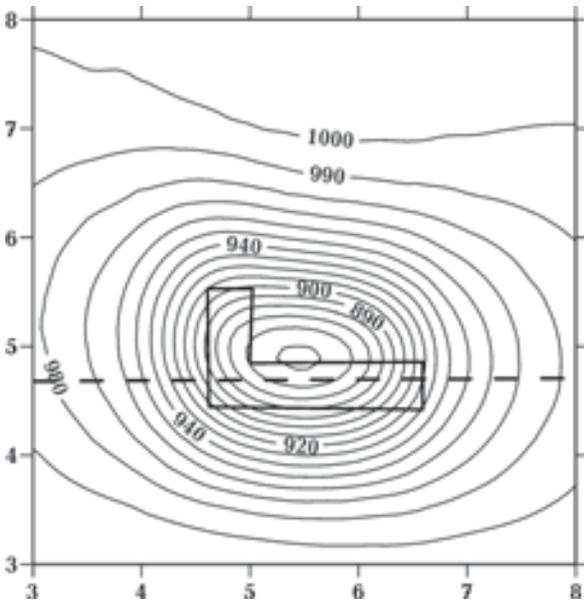


Рис. 9. Модель VI («угол»). Графики изолиний  $\rho_{\zeta}$  для  $T=0,01$  с и проекция проводящей структуры на плоскость  $XOY$ . Пунктиром отмечено положение профиля.

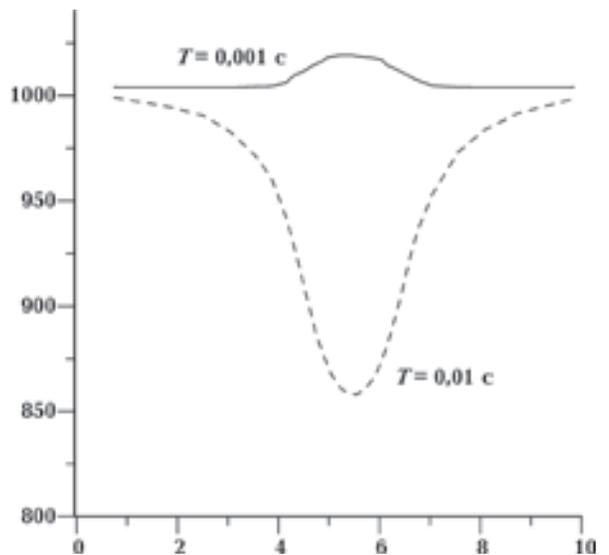


Рис. 10. Модель VI («угол»). Графики зависимости  $\rho_{\zeta}(x)$  для  $T=0,01$  и  $0,001$  с.

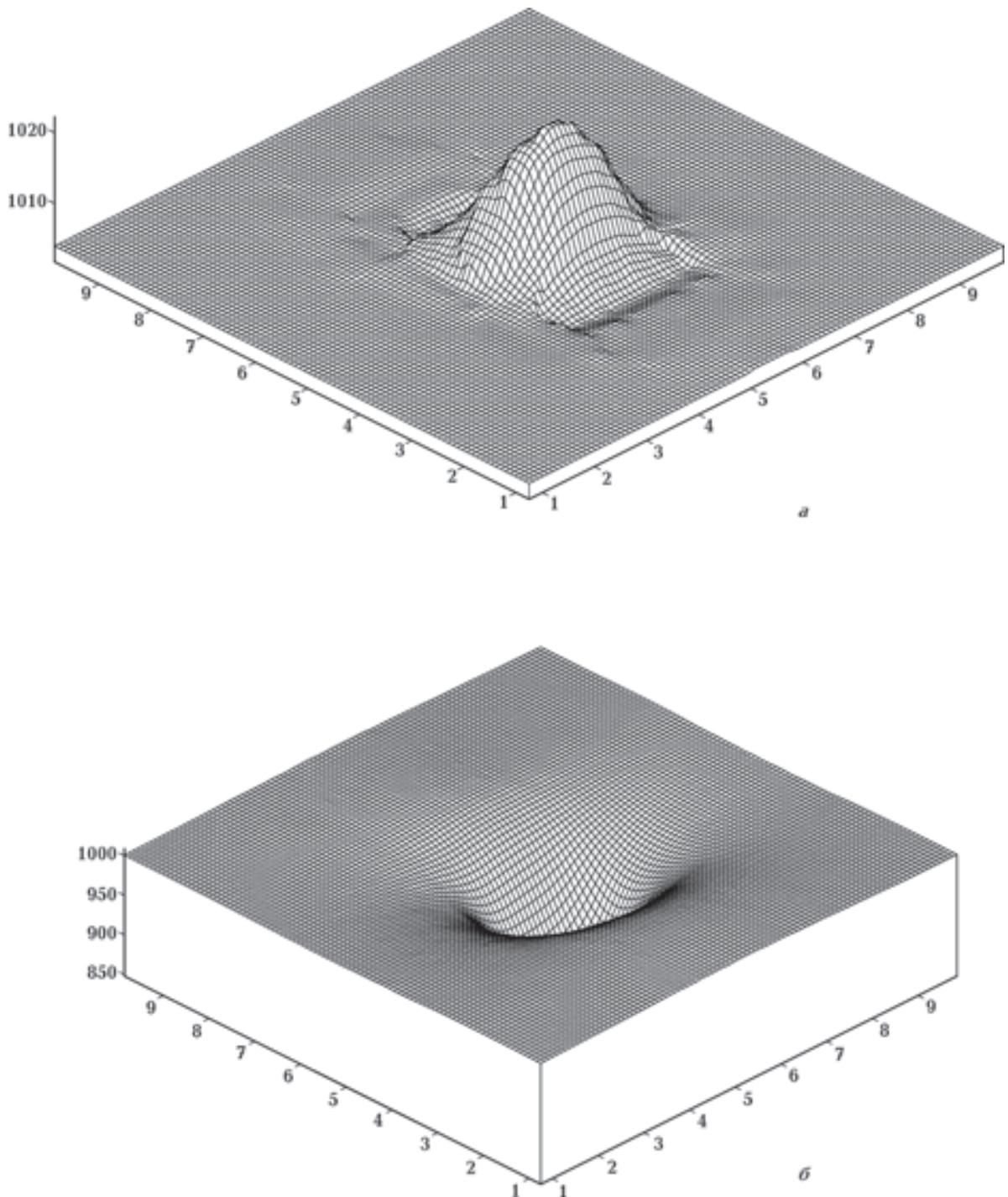


Рис. 11. Модель VI («угол»). Графики изолиний  $\rho_{\zeta}$  для  $T=0,001$  (а) и  $0,01$  с (б).

блюдения мощностью 500 м, расположена на глубине 1000 м от поверхности. Удельное сопротивление объекта 10 Ом·м, удельное сопротивление вмещающих пород  $\rho_v=1000$  Ом·м. Внешние границы Г-образной структуры (в горизонтальной плоскости) можно ограничить прямоугольником  $2000 \times 1100$  м. Более длинная сторона параллельна оси  $Ox$ .

На рис. 9 изображены результаты вычисления  $\rho_{\zeta}$  по данным модели для  $T=0,01$  с для варианта  $(ex, hy)$ -поляризации. Значения  $\rho_{\zeta}(x)$  вдоль профиля, отмеченного на плоскости наблюдений, для периодов 0,001 и 0,01 с приведены на рис. 10. Рис. 11 демонстрирует  $\rho_{\zeta}$  для этих частот в стереоизображениях. Здесь наблюдается результат индукционных про-

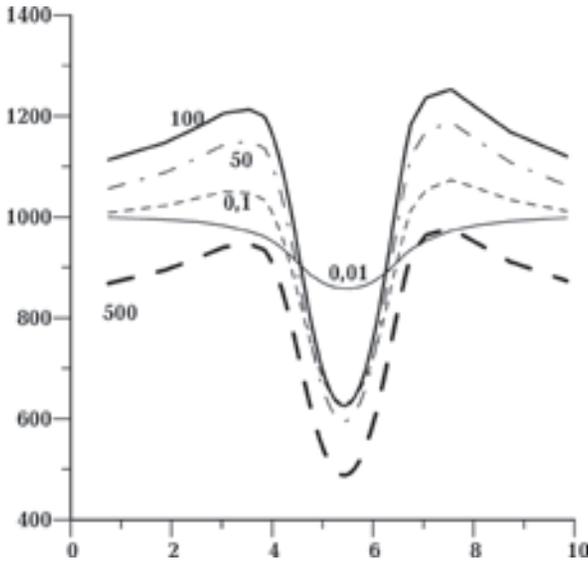


Рис. 12. Модель VI («угол»). Графики зависимости  $\rho_{\zeta}(x)$  для  $T=0,01; 0,1; 50; 100$  и  $500$  с.

цессов, происходящих в проводящих объектах и приводящих к росту кажущегося сопротивления. По-видимому, это так называемый эффект втекания [Бердичевский, Дмитриев, 2009] — в зонах концентрации тока кажущееся сопротивление увеличивается. В данном случае этот эффект проявился для периода 0,001 с. Для последующих частот (рис. 12) значения  $\rho_{\zeta}$  изменяются аналогично предыдущим моделям.

Кроме того факта, что значения вычисленных  $\rho_{\zeta}$  близки к ожидаемым и форма объекта в плане в некоторой мере отображена, следует отметить одну особенность результатов по данной модели. Значения скалярного импеданса

$|\xi|$  отличаются от значений  $|\zeta|$  только на один порядок и не должны рассматриваться как нулевые, а графики  $|\xi|$  не являются симметричными, хотя и сохранили четырехлепестковую структуру. Также в работе [Причепий, 2014] показано, что результаты расчетов скалярных импедансов данной структуры для двух поляризаций неидентичны как для осесимметричных или линейных моделей. Этот факт полностью отражается в расчетах  $\rho_{\zeta}$ . Вероятно, следует исследовать возможность определения значений кажущихся удельных сопротивлений подобных моделей с участием всего комплекта скалярных импедансов для обеих поляризаций по аналогии с определением  $\rho_k$  по  $Z_{\text{эф}}$  в теории тензора импеданса  $\hat{Z}$ .

Основное преимущество метода скалярных импедансов, по-видимому, состоит в возможности использования для решения обратной задачи всех шести компонент электромагнитного поля. Однако и при отсутствии априори компоненты  $E_z$ , как в вышерассмотренном варианте, преимуществом является простота вычислений и отсутствие необходимости вычисления компонент тензора импеданса по обеим поляризациям. Обзор первого опыта определения кажущегося сопротивления для комплекта моделей по скалярным импедансам дает основание надеяться, что дальнейшее развитие этого направления может быть успешным. Полученные результаты не противоречат параметрам моделей. Дальнейшая работа должна быть направлена как на усложнение модельных объектов, так и на развитие самого метода исследований.

### Список литературы

Бердичевский М. Н., Дмитриев В. И. Модели и методы магнитотеллурики. Москва: Научн. мир, 2009. 680 с.

Причепий Т. И. Визуализация данных МТЗ по способу скалярных импедансов для численных моделей элементарных проводящих структур. *Геофиз. журн.* 2014. Т. 36. № 3. С. 132—145.

Причепий Т. И. Зависимость скалярных импедансов от азимута комплексного вектора магнитного поля. *Геофиз. журн.* 2012. Т. 34. № 3. С. 129—136.

Причепий Т. И. Скалярные импедансы как функции линейной поляризации магнитного поля. *Геофиз. журн.* 2010. Т. 32. № 3. С. 93—105.

Шуман В. Н. Магнитотеллурический импеданс: фундаментальные модели и возможности их обобщения. *Геофиз. журн.* 2010. Т. 32. № 3. С. 18—28.

Шуман В. Н. Методы и модели электромагнитных зондирующих систем: состояние, ограничения и новые возможности. *Геофиз. журн.* 2006. Т. 28. № 1. С. 17—30.

Aboul-Atta O. A., Boerner W. M., 1975. Vectorial Impedance Identity for the Natural Dependence of Harmonic Fields on Closed Boundaries. *Canadian. Phys.* 53(15), 1404—1407.

Mackie R. L., Smith J. T., Madden T. R., 1994. Three dimensional electromagnetic modeling using finite difference equations: the magnetotelluric example. *Radio Sci.* 29, 923—935.

## On a possibility of usage of the scalar impedances for solving the inverse MTS problem for three-dimensional models

© T. I. Prichepiy, 2016

A review of the results of calculation of seeming specific resistance for a set of elementary models by scalar impedance method, in particular, by impedance parameter  $\zeta$  has been given in the article. The values of electromagnetic field parameters of the models have been calculated by Mackie 1994 program. According to this method of calculation the field is excited by flat low-frequency homogeneous electromagnetic wave. Calculation of electromagnetic field parameters for each model object was accomplished for a set of values of  $T$  periods. Specific resistances calculated by scalar impedance  $\zeta$ , are presented as a graphs  $\rho_{\zeta}(x)$  and isolines fields across the observations area. The results obtained for the given class of models have shown a possibility to restore the conducting characteristics of lower half-space without determination of impedance tensor  $\hat{Z}$  and predetermined a possibility of further development of this method not only for visualization of data but also for obtaining numerical solutions of the inverse MTS problem.

**Key words:** magnetotelluric sounding, visualization, 3D-modeling, scalar impedance, conducting structures.

### References

- Berdichevskiy M. N., Dmitriev V. I.*, 2009. Models and methods of magnetotelluric. Moscow: Nauchnyy Mir, 680 p. (in Russian).
- Prichepiy T. I.*, 2014. Visualization of MTS data by the method of scalar impedances for numerical models of elementary conducting structures. *Geofizicheskiy zhurnal* 36(3), 132—145 (in Russian).
- Prichepiy T. I.*, 2012. The dependence of the scalar impedance of the azimuth of the complex magnetic field vector. *Geofizicheskiy zhurnal* 34(3), 129—136 (in Russian).
- Prichepiy T. I.*, 2010. Scalar parameters of impedance type as a function of magnetic field polarization. *Geofizicheskiy zhurnal* 32(3), 93—105 (in Russian).
- Shuman V. N.*, 2010. Magneto-telluric impedance: fundamental models and possibilities of their generalizations. *Geofizicheskiy zhurnal* 32(3), 18—28 (in Russian).
- Shuman V. N.*, 2006. Methods and models of electromagnetic sounding systems: state, limitations and new abilities. *Geofizicheskiy zhurnal* 28(1), 17—30 (in Russian).
- Aboul-Atta O. A., Boerner W. M.*, 1975. Vectorial Impedance Identity for the Natural Dependence of Harmonic Fields on Closed Boundaries. *Canadian Phys.* 53(15), 1404—1407.
- Mackie R. L., Smith J. T., Madden T. R.*, 1994. Three dimensional electromagnetic modeling using finite difference equations: the magnetotelluric example. *Radio Sci.* 29, 923—935.