

## Коррекция скоростного разреза методом имитации отжига

© М. А. Лазаренко, О. А. Герасименко, 2016

Институт геофизики НАН Украины, Киев, Украина

Поступила 18 июня 2016 г.

*Представлено членом редколлегии А. В. Кендзерой*

Обернення годографа в 2D постановці, яке отримано скінченно-різницеvim розв'язанням ейконалу, здійснено методом імітації «відпалу» в задачі комбінаторної оптимізації для негладких і переривчастих функцій. Як цільову функцію використано годографи сейсмічних досліджень ГСЗ території України (профіль DOBRE-5). Швидкісну функцію середовища відновлювали за двовимірними опублікованими моделями швидкостей поширення  $P$ -хвиль. Детально показано тонкощі оптимального функціонування алгоритму імітації «відпалу» і режими фільтрації вихідної функції в процесі мінімізації функції вартості втрат.

**Ключові слова:** імітація «відпалу», рівняння ейконалу, скінченно-різницева оцінка, мінімізація функції втрат, комбінаторна оптимізація, вступ повздовжніх хвиль, розв'язок прямої задачі, ГСЗ, функція вартості втрат, ітерація, обернення годографу.

Классическая задача сейсмической томографии [Нолет, 1999] рассматривает среду в виде сеточной области, формируемую ячейками с постоянной скоростью (медленностью), и ограниченного числа наблюдаемых годографов. Зависимость между вектором времен пробега  $\mathbf{t}$  и медленностью  $\mathbf{s}$  может быть записана в матричной форме:

$$\mathbf{A}\mathbf{s} = \mathbf{t}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{A}$  —  $m \times n$  матрица, элементы которой — сегменты сейсмического луча;  $A_{ij}$  — длина сегмента  $i$ -го луча в  $j$ -й ячейке;  $m$  — вектор  $\mathbf{t}_i$  обозначает время пробега  $i$ -го луча или отличие этого времени от такового в некоторой идеализированной среде. Для реальных систем в правой части системы (1) вектор  $\mathbf{t}$  заменяет его зашумленный аналог  $\mathbf{t}^*$ , с которым система уравнений (разреженная, переопределенная, несовместимая) не имеет точного решения, но всегда существует решение в смысле наименьших квадратов, для которого  $\|\mathbf{A}\mathbf{s} - \mathbf{t}^*\|$  минимально, а итерационный процесс минимизации функционала (1), начиная с некоторого референц-шаблона медленности среды  $S_0$ , осуществляет внесение поправок, обеспечивающих эту минимизацию, как в значения медленности у ячеек на пути луча, так и траекторию самого луча.

В гетерогенных средах не всегда однозначно определяется минимальное время пробега волны вдоль множества путей, соединяющих

две точки [Rawlinson et al., 2007], не говоря уже о зонах тени, где такой выбор, будь он произведен, может определяться локальным оптимумом. Воспользуемся формулировкой задачи, исключающей лучевой подход:

$$\mathbf{F}(\mathbf{s}) = \mathbf{t}, \quad (2)$$

а обращение годографа  $\mathbf{t}$ , полученного конечно-разностным решением уравнения эйконала [Vidale, 1988], осуществим методом имитации отжига [Metropolis et al., 1953] в задаче многомерной оптимизации:

$$\mathbf{F}(\mathbf{s}) - \mathbf{t} = \delta \mathbf{t}, \quad (3)$$

моделирующим минимизацию функции потерь  $\delta \mathbf{t}$  уменьшением энергии при остывании металла [Kirkpatrick et al., 1983; Černý, 1985].

Таким образом, задача обращения годографа в настоящей 2D постановке состоит из следующих элементов: 1) «организация» наблюдаемого годографа в качестве целевой функции оптимизации; 2) решение прямой задачи распространения продольной сейсмической волны в среде, представленной сеточной областью, с заданными значениями медленности в каждой квадратной ячейке; 3) минимизацией невязки между целевой функцией и решением прямой задачи.

**Конечно-разностная оценка первых вступлений.** Времена пробега упругих волн в коротковолновом приближении удовлетворяют ре-

шению уравнения эйконала [Бабич и др., 1972; Nowack, 1992], связывающему градиент времени распространения волны с медленностью в среде распространения, конечно-разностным приближением уравнения эйконала, используя прямое вычисление времен пробега плоских и/или сферических фронтов, методы осуществления которого предложены во многих публикациях [Van Trier, Symes, 1991; Kim, 1992; Cao, Greenhalgh, 1994; Mo, Harris, 2002; Qian, Symes, 2002; Levieville et al., 2011]. Для вычисления первых вступлений сейсмических волн воспользуемся схемой «расширяющегося квадрата» [Vidale, 1988] решения двумерного уравнения эйконала:

$$(t_x)^2 + (t_z)^2 = s^2(x, z), \quad (5)$$

где  $s^2(x, z)$  представляет двумерную сеточную область медленности, подстрочные индексы — частные производные по координатным осям  $x$  и  $z$  соответственно.

Слагаемые левой части уравнения (5) могут быть представлены в конечно-разностной форме по схеме для источника, приведенного на рис. 1:

$$t_x = \frac{1}{2h} \left[ (t_{i,j} + t_{i+1,j}) - (t_{i,j+1} + t_{i+1,j+1}) \right], \quad (6)$$

$$t_z = \frac{1}{2h} \left[ (t_{i,j} + t_{i,j+1}) - (t_{i+1,j} + t_{i+1,j+1}) \right]. \quad (7)$$

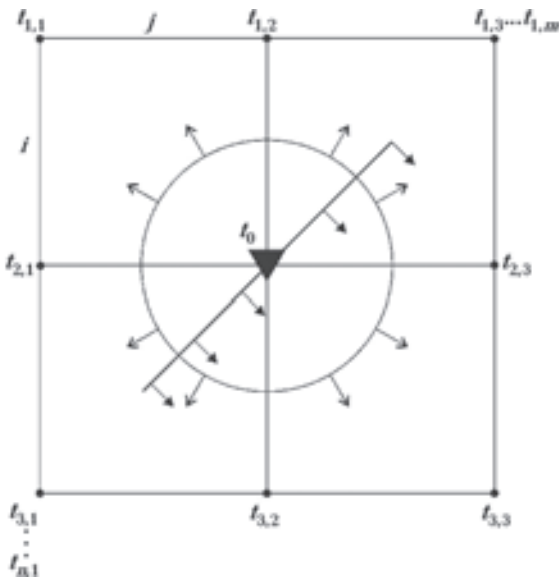


Рис. 1. Схема участка сеточной области, содержащего источник колебаний, фронты локальной плоской и сферической волн.

Подставив уравнения (6) и (7) в (5), получим оценку времени прихода фронта плоской волны к узлу  $t_{3,3}$ , либо, используя очевидную перестановку, к любому из угловых узлов согласно рис. 1:

$$t_{i+1,j+1} = t_{i,j} + \left[ 2(hs)^2 - (t_{i+1,j} + t_{i,j+1})^2 \right]^{1/2}, \quad (8)$$

где, согласно [Quin et al., 1992], в обозначениях рис. 1

$$s = \frac{1}{4} (s_{i,j} + s_{i,j+1} + s_{i+1,j} + s_{i+1,j+1}). \quad (9)$$

В областях, где форма волнового фронта ожидается отличающейся от плоского, особенно в окрестностях источника, рассматриваемого как центр кривизны фронта с координатами  $x_0, z_0$  и временем  $t_0$ , в узлах, использовавшихся в рис. 1 в примере с плоским фронтом, время записывается как

$$t_{i,j} = t_0 + s(x_0^2 + z_0^2)^{1/2}, \quad (10)$$

$$t_{i,j+1} = t_0 + s[(x_0 + h)^2 + z_0^2]^{1/2}, \quad (11)$$

$$t_{i+1,j} = t_0 + [x_0^2 + (z_0 + h)^2]^{1/2}, \quad (12)$$

а время в узле  $t_{3,3}$  определится уравнением

$$t_{i+1,j+1} = t_0 + s[(x_0 + h)^2 + (z_0 + h)^2]^{1/2}, \quad (13)$$

в котором неизвестные  $x_0, t_0, z_0$  получаются решением разреженной системы уравнений:

$$\begin{array}{ccc|ccc} x_0 & t_0 & z_0 & & & \\ hs^2 & t_{i,j+1} - t_{i,j} & 0 & \frac{1}{2}(t_{i,j+1}^2 - t_{i,j}^2 - h^2 s^2) & & \\ hs^2 & t_{i,j+1} - t_{i+1,j} & -hs^2 & \frac{1}{2}(t_{i,j+1}^2 - t_{i+1,j}^2) & & \\ 0 & t_{i+1,j} - t_{i,j} & hs^2 & \frac{1}{2}(t_{i+1,j}^2 - t_{i,j}^2 - h^2 s^2) & & \end{array} \quad (14)$$

В процессе вычисления времен прихода волны к очередной ячейке в уравнении (8) под корнем может сформироваться отрицательное значение либо система (14) может оказаться несовместимой. Это происходит в области закритических отражений, когда головная волна входит в первые вступления и время ее прихода вычисляется по одномерной схеме [Mo, Harris, 2002]:

$$t_{i+1,j+1} = (t_{i,j+1}, t_{i+1,j}) + hs_{\min}, \quad (15)$$

где медленность  $s_{\min}$  выбирается минимальной из значений медленности в сопредельных ячейках или при возникновении дифракционной волны. Тогда время прихода последней в узел определится так [Podvin et al., 1991]:

$$t_{i+1,j+1} = t_{i,j} + \sqrt{2}hs. \quad (16)$$

**Минимизация невязки между наблюдаемым и обрабатываемым годографами.** Задача минимизации функционала (2) относится к классическим задачам комбинаторной оптимизации [Пападимитру, Стайглиц, 1985] — поиска из конечного множества решений оптимального. В нашей постановке члены такого множества решений генерируются решением прямой задачи (5), а выбор из их множества оптимального осуществляется с помощью вероятностного алгоритма, основанного на технике Монте-Карло и получившего название *имитации отжига* [Metropolis et al., 1953]. Алгоритм имитирует физические процессы, происходящие при медленном остывании расплава — отжиге и заканчивающиеся достижением термического равновесия при нулевой температуре. И только [Kirkpatrick et al., 1983], используя аналогию между медленным остыванием металла и минимизацией функции стоимости потерь, рассматривая последнюю как энергию, применил этот алгоритм в задачах комбинаторной оптимизации, в том числе для негладких и прерывистых функций.

Пусть  $E_i(s)$  — невязка между целевым вектором и реализацией функции (2) в результате случайной  $i$ -й модификации некоторого параметра функции  $F(s)$ :

$$E_i = \frac{1}{N} \sum_N (\mathbf{t} - \mathbf{t}_i^*)^2, \quad (17)$$

где  $\mathbf{t}$  — целевой (наблюденный) годограф;  $\mathbf{t}_i^*$  — годограф, полученный в результате  $i$ -й случайной модификации решения прямой задачи;  $N$  — количество определений времени, использовавшееся для построения годографа и равное  $\text{card}(\mathbf{t})$ . Вероятность того, принимается ли величина параметра, измененная в результате модификации, или остается предыдущей, определяется в соответствии с распределением Гиббса [Базаров и др., 1986]:

$$P_i = \begin{cases} 1, & \text{если } E_i < E_{i-1}, \\ \exp\left(-\frac{E_i - E_{i-1}}{c_i}\right), & \text{если } E_i \geq E_{i-1}, \end{cases} \quad (18)$$

где  $c_i$  — элемент произвольно убывающей,

сходящейся к нулю последовательности, имитирующей падение температуры в расплаве, и представляющий собой управляющий параметр. Распределение (18) не гарантирует нахождения глобального минимума, но, принимая с положительной вероятностью любые величины невязки, уменьшает опасность застревания алгоритма в локальных оптимумах.

Итак, рассматривается некая геологическая среда в двумерном  $(x, z)$  сеточном приближении с постоянным значением медленности  $s_{z,x}$  (обратной величине скорости) в каждой ячейке, причем  $\text{grad}v_z \geq 0$ , а  $\text{grad}v_x = 0$ . Такая скоростная архитектура среды конструируется заданием вектора-столбца скорости  $\mathbf{v}_n^T$ , трансформируемого в вектор медленности  $\mathbf{s}_n = 1/\mathbf{v}_n$ :

$$\mathbf{s}_n = (s_1, s_2, s_3, \dots)^T, \quad n = \overline{1, \text{card}(\mathbf{z})}, \quad (19)$$

где  $T$  — индекс транспонирования, количество компонент которого определяется требуемой глубиной среды и размером ячейки. Следует заметить, что размер ячейки требует особого внимания, так как коротковолновое приближение (5) налагает жесткие требования на соотношение длин волн и размеров элементов, входящих в рассматриваемый макет моделируемой среды [Alford et al., 1974].

Каждый случайно выбранный элемент  $\mathbf{s}'_n$  из последовательности (19) подвергается  $k$ -кратной модификации

$$\mathbf{s}_k = \mathbf{s}'_n + \mathbf{r}_k \quad (20)$$

членами множества

$$\mathbf{r}_k = (r_1, r_2, r_3, \dots), \quad k = \overline{1, K}, \quad (21)$$

формируемого из случайных величин, равномерно распределенных в интервале  $[-a; +a]$ .

Для каждой  $k$ -й модификации путем решения прямой задачи (2) рассчитывается годограф, оценивается, согласно (17), невязка и формируется множество невязок  $E_i^k$ , где  $i$  — индекс шага принятия оценки невязки, а  $K$  задается оператором. В случае  $E_{i-1} > \min(E_i^k)$  величина модификации медленности  $\mathbf{s}'_n$  принимается, в противном случае принятие решения основывается на второй строке уравнения (18). Здесь модификация считается состоявшейся при выполнении условия

$$\exp\left[-\frac{\min(E_i^k - E_{i-1})}{\mu c_{m-1}}\right] > q, \quad (22)$$

где  $q$  — равномерно распределенная в интер-

вале  $[0;1]$  случайная величина,  $m$  — номер текущей итерации,  $\mu$  — глобальный параметр, обеспечивающий скорость убывания управляющего параметра  $c$ .

Границы  $a$  интервала равномерно распределенных случайных величин, из которых формируется множество элементов  $r_k$ , используемых для модификации членов множества  $s_m$ , выбирались методом проб и ошибок по характеру поведения невязки  $E$  (17) при уменьшении в процессе «отжига» управляющего произведения  $\mu c_{m-1}$ .

Оптимальное функционирование алгоритма имитации отжига для решения частной задачи требует эвристического выбора величины стартового значения управляющего параметра  $c$ , обеспечивающего достаточный диапазон поиска глобального минимума системы. Кроме того, требуется задание скорости  $\mu$  уменьшения параметра  $c$ , мощности множества  $r_k$  (21), а также условий модификации значения медленности  $s_k$ . Исходя из требований малого возмущения модифицируемых параметров диапазона скоростей до интересующих нас глубин, выбиралась величина параметра  $a$  и вводилось ограничение  $s_k > 0$ , обеспечивающее положительность значения скорости при любых модификациях.

Так как алгоритмы комбинаторной оптимизации не дают гарантии нахождения глобального минимума, то рассматриваются оценки «оптимальности» последнего на фоне неоднократных повторных запусков алгоритма с различными значениями управляющего параметра  $c$ , обеспечивающие различные стартовые позиции на поверхности функции потерь. Используются неповторяемые начальные точки генераторов случайных чисел для величин

последовательностей  $a$ ,  $r_k$ ,  $q$ . В качестве диагностического приема при оценке достижения минимума, а также для ограничения величины поискового пространства параметров, случайно выбираемых алгоритмом на участках медленно изменяющихся значений некоторых переменных (на так называемых плато), процесс поиска для других переменных (при низких значениях управляющего параметра) может блокироваться.

Демонстрация процедуры изложенного решения предлагается для скоростного разреза и функции времени пробега фронта самой быстрой волны, полученных по материалам DOBRE-5.

На рис. 2 приведен вид скоростной функции и пределы ее существования, а также результат решения для нее прямой задачи (8) — волновой фронт в сеточной области с шагом квадратной ячейки 1 км. Референц-годограф строился по записям вступлений сейсмических волн на профиле DOBRE-5 на пикетах 54—91, возбужденных на пункте взрыва 2. Скоростная функция восстанавливалась по 2D графическому макету скоростей  $P$ -волн [Starostenko et al., Fig. 5, 2015], представлена на рисунке в виде таблицы и для достижения требуемого сеточной архитектурой среды равномерного шага по глубине в пределах крайних значений скорости подвергалась интерполяции методом кубических сплайнов.

Для смягчения интерполяционной ошибки в законтурных узлах сеточной области источник устанавливался в координаты  $x=4, z=4$ , причем медленность в слоях с координатами  $x, z < 4$  принималась одинаковой и равной таковой в «нулевом» слое, который рассматривался как виртуальная земная поверхность.

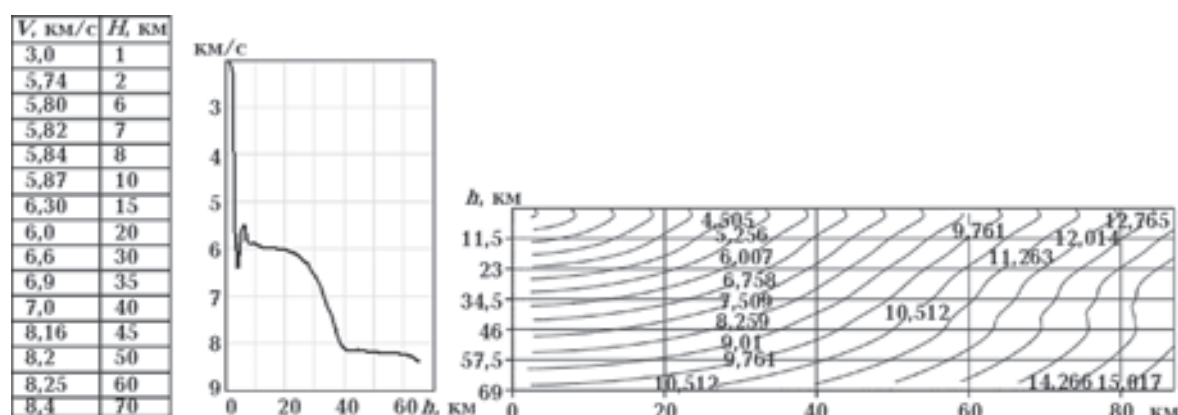


Рис. 2. Скорость продольной волны в интервале глубин 0—65 км и генерируемое для этого скоростного разреза положение во времени фронта вступления самой быстрой волны.

Для скоростного разреза, приведенного на рис. 2 и 3, показаны наблюдаемый (целевой) и сгенерированный годографы. Такое различие этих годографов может быть вызвано как неадекватностью восстановленной скоростной функции архитектуре среды, так и отличию последней от использующейся нами, обладающей нулевым горизонтальным градиентом скорости.

Параметр  $a$  для интервала случайных величин в уравнении (21) принимался равным  $10^{-3}$ . Глобальный параметр выбирался по традиции очень близким к 1 и составлял  $\mu=0,9993$ , причем цикл модификации всего вектора  $s_z$  рассматривался как одна итерация — один этап работы алгоритма при одном ( $m$ -м) значении  $\mu$ .

При выборе для частной задачи величины начального значения управляющего параметра

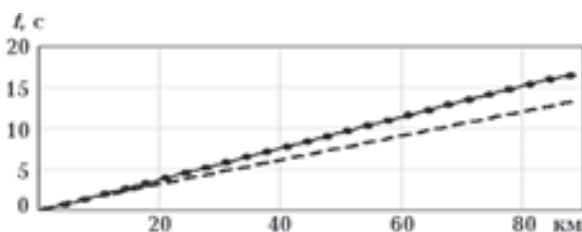


Рис. 3. Годографы на трассе в 88 км: пунктиром показан годограф, генерируемый первичной скоростной функцией рис. 2, сплошной линией — наблюдаемый референц-годограф, точками — «отожженный» годограф после 10 тысяч итераций.

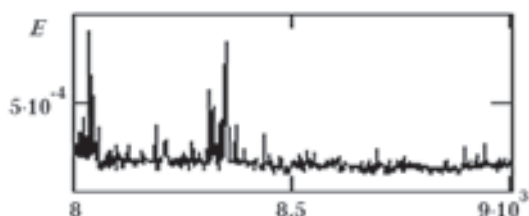


Рис. 4. Поведение среднего значения функции потерь за одну итерацию на интервале от 8 до 9 тысяч итераций.

$c$ , скорости его убывания  $\mu$ , границ диапазона  $a$  случайных величин, вносящих искажения, определяющими является оценка минимума, достигнутого алгоритмом, и время его достижения, оцениваемое количеством затраченных итераций.

На рис. 4 приведено поведение невязки  $E$  в интервале тысячи итераций в диапазоне 4—9 тысяч итераций. Характер кривой свидетельствует о сложной поверхности ошибок, изобилующей локальными минимумами, успешно преодолеваемых алгоритмом, и достижением некоего участка поверхности ошибок, который может оказаться как глобальным минимумом, так и протяженным ущельем либо обширным плато.

Прямое сравнение в разумном масштабе годографов наблюдаемого и моделируемого малоинформативно, что видно по рис. 3, но разница годографов достаточно выразительна (рис. 5).

Ошибка моделирования в основном «теле» годографа лежит в интервале  $\pm 0,02$  с, однако отклонения после 80 км превышают эти значения в несколько раз. Хотя эти отклонения в несколько сотых секунд вполне приемлемы при моделировании, однако выпадают из общего характера поведения разностных значений и могут быть объяснены волновым полем, показанным на рис. 6.

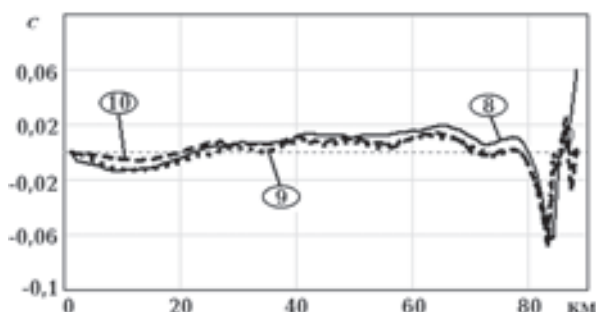


Рис. 5. Разница между референц-годографом и моделируемым после 8, 9 и 10 тысяч итераций.

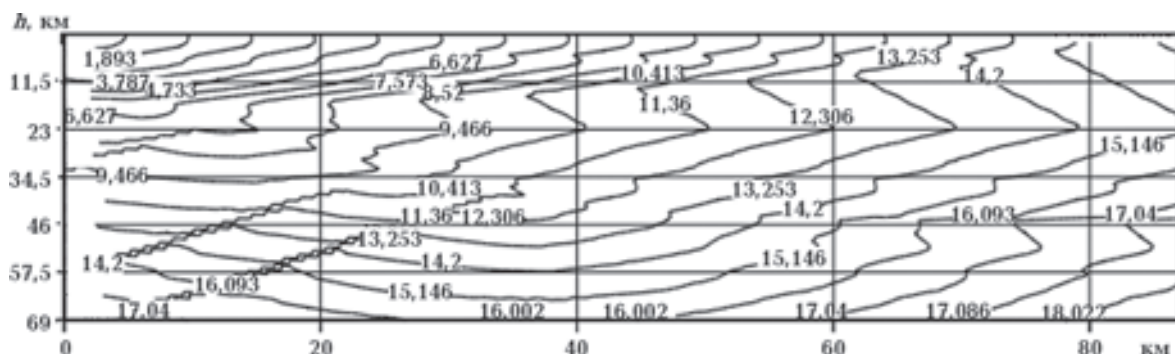


Рис. 6. Макет фронтов продольных волн после 10 тысяч итераций работы модели.

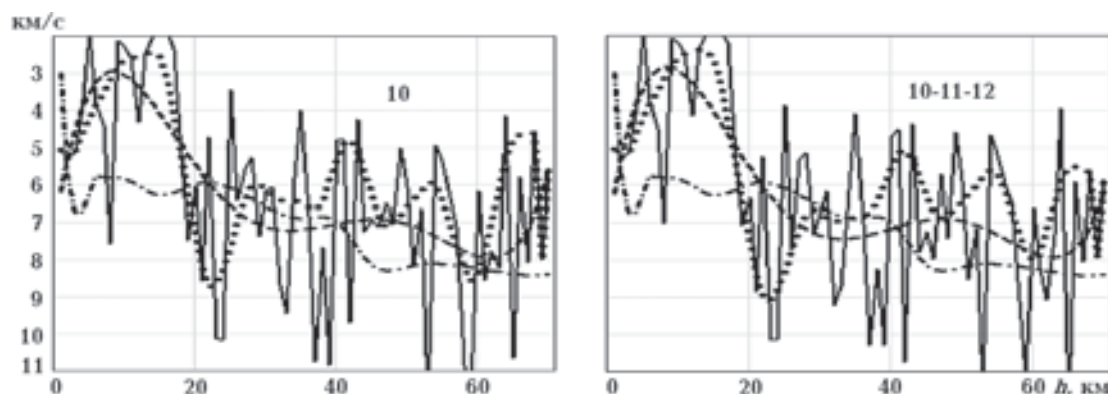


Рис. 7. Функция скорости: сплошная — на выходе алгоритма после окончания итераций, точки — фильтр ошибок Гуэрра, пунктир — аппроксимация полиномом 5-й степени, штрих-пунктир — форма начальной скоростной кривой.

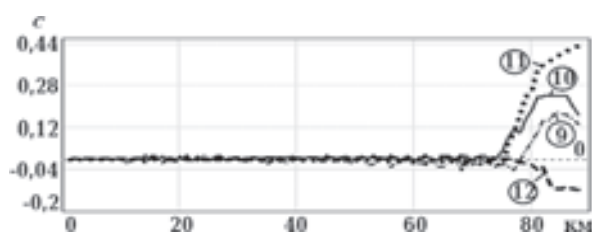


Рис. 8. Искажения времен пробега фронтов продольных волн, вызванные фильтрацией функции скорости, полученной после 9, 10, 11 и 12 тысяч итераций.

В правой верхней части макета разреза волнового поля можно наблюдать участок фронта волны с повышенной скоростью, определяемой по коррелируемым минимумам времен вступления фронта волны, которая выходит в первые вступления в районе 80 км. Такое объяснение выброса, фиксируемого на рис. 5, кажется нам вполне правдоподобным.

**Работа алгоритма в режиме фильтрации функции скорости.** Имитация отжига является нелинейной процедурой оптимизации, использующей случайный поиск для ее реализации и принимающей произвольные величины случайных возмущений, что может привести к появлению нереальных значений наряду с существенным улучшением поиска глобального минимума [Goffe et al., 1994], т. е. приходится ожидать выходную функцию с высоким уровнем шума. Для смягчения такой ситуации используются различные подходы. Так, в работе [Ammon, Vidale, 1993] использовался фильтр высоких частот со случайной в процессе вычислений вариабельностью полосы фильтрации, позволяющий удерживать максимальную амплитуду любого возмущения в пределах 1% фоновых значений.

Для входных возмущений было использовано очевидное ограничение  $s_k > 0$  (20), а для

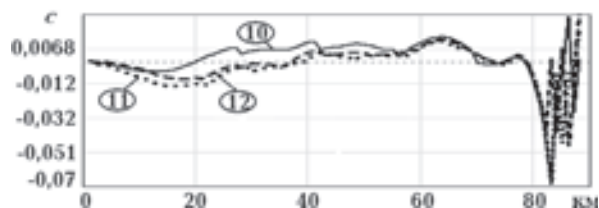


Рис. 9. Невязка между референц-географом и моделируемым после 10, 11 и 12 тысяч итераций.

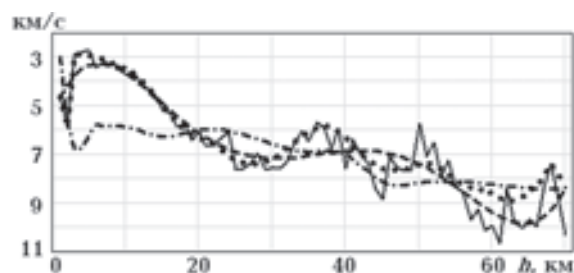


Рис. 10. Работа алгоритма в режиме фильтрации функции скорости после каждой тысячи итераций. Аппроксимация функции скорости после 10 тысяч итераций: сплошная — на выходе алгоритма после окончания итераций, точки — фильтр ошибок, пунктир — аппроксимация полиномом 5-й степени, штрих-пунктир — форма начальной функции скорости.

скоростной функции на выходе алгоритма применялся фильтр ошибок [Guerra, Tapia, 1974]. Кроме того, осуществлялось ограничение поискового пространства путем выбора стартовых значений управляющего параметра и ограничением модифицируемых параметров, а также путем запрета роста каждого на величину % от стартового значения. На рис. 7 приведены результаты аппроксимации и сглаженные значения функции скорости после 10 тысяч итераций и эти же средние значения результатов 10, 11 и 12 тысяч итераций.

Был опробован и другой режим аппроксимации, состоящий в проведении промежу-

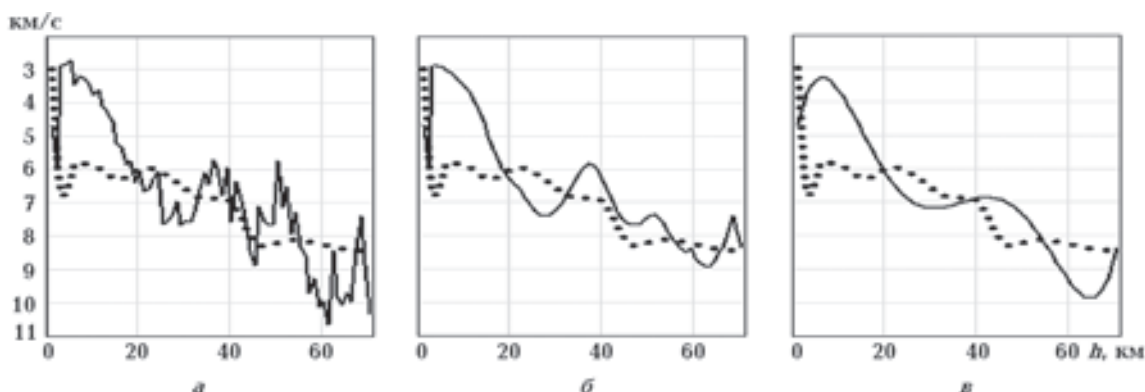


Рис. 11. Результат применения актов фильтрации функции скорости после каждой последующей 1-й тысячи итераций. Сплошная кривая — среднее результатов аппроксимации скорости после 10 (а), 11 (б) и 12 тысяч итераций (в). Точки — первичная функция скорости.

точных актов фильтрации функции скорости после каждой последующей тысячи итераций. Оценка приемлемых искажений годографа, вызываемых таким фильтрационным режимом результатов оценки функции скорости, показана на рис. 8—10. Графики осредненных значений аппроксимации функции скорости после 10 тысяч итераций приведен на рис. 11.

**Референц-годограф для встречного профиля** по отношению к ранее рассматриваемому длиной 187 км строился для пункта взрыва 7 на пикетах 170—82 в пределах  $\lambda=35,98\div33,61^\circ$ . Так как размеры сеточной области определяются глубиной, известной для данного блока скоростной функции и длиной годографа, то для рассматриваемого годографа нижняя граница сеточной области на глубине 65 км (самому глубокому доступному нам значению скорости) может генерировать фантомные фазы волн, что

приведет к построению экзотической структуры распределения скоростей. Чтобы избежать или, по крайней мере, уменьшить возможность такого сценария, после 65 км глубины функция скорости искусственно продлена до 95 км с увеличением значений по 0,1 км/с для каждого последующего интервала в 5 км, что показано в таблице рис. 12 ниже пунктирной линии.

Работа алгоритма отжига для встречного направления распространения сейсмических волн в общих чертах наследует характер предыдущего примера, но имеет некоторые особенности, объясняемые, по нашему мнению, в первую очередь различием стартовых скоростных функций, хотя и подобных, но отличающихся деталями, в частности связанными с достаточно умозрительным продолжением функции скорости на глубину. Аппроксимация алгоритмом стартовой скоростной функ-

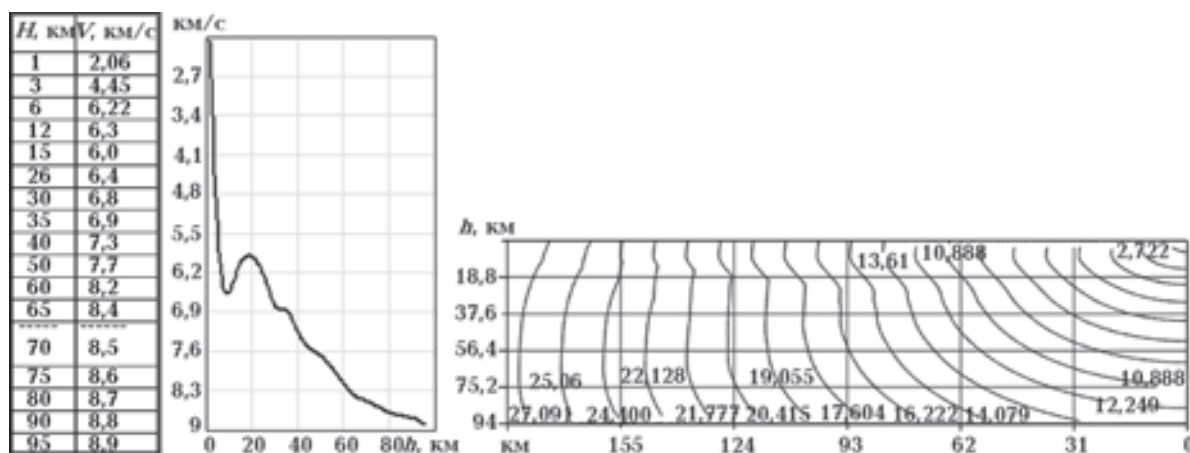


Рис. 12. Таблица значений скорости продольных волн, снятой с макета скоростного разреза вдоль профиля DOBRE-5, аппроксимация этих значений кубическими сплайнами с шагом используемой сетки (1 км) и поле времен вступления фронта самой быстрой волны для этой (стартовой) скоростной функции.

ции после 10 тысяч итераций демонстрирует хорошие результаты (рис. 13).

В настоящем примере фильтрационное сглаживание выходной функции скорости после каждого блока в тысячу итераций оказыва-

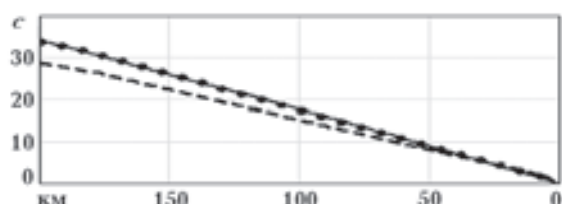


Рис. 13. Сборка годографов профиля длиной 187 км: пунктир — годограф стартовой скоростной функции, сплошная — референц-годограф, точки — годограф после 10 тысяч итераций.

ет относительно сильное влияние на текущий результат аппроксимации, особенно для больших значений итераций, что видно по поведению функции невязок на примере интервалов 7—8 и 8—9 тысяч итераций (рис. 14). Но алгоритм очень эффективно ликвидирует такие искажения, показанные на рис. 15, а, формируя невязку с референц-годографом в интервале  $\pm 0,25$  с, что можно считать приемлемой ошибкой аппроксимации (рис. 15, б).

На рис. 16, представленном ниже, показаны результаты решения прямой задачи при значении управляющего параметра  $c=0,25$ .

Рис. 17 демонстрирует результаты моделирования функции скорости после 8 тысяч итераций для рассматриваемых пикетов профиля DOBRE-5.

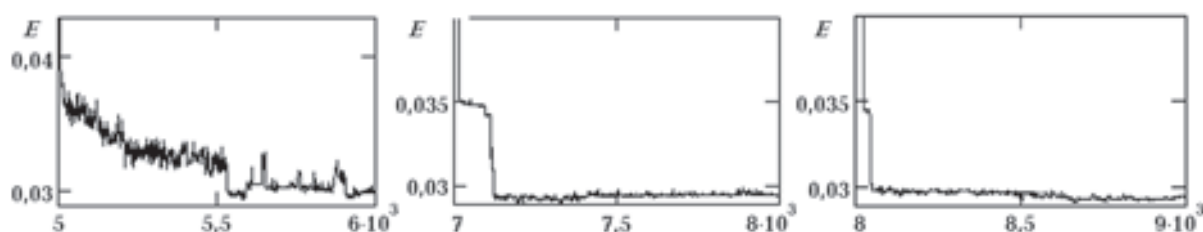


Рис. 14. Поведение среднего значения функции невязок (17) в интервале одной тысячи итераций.

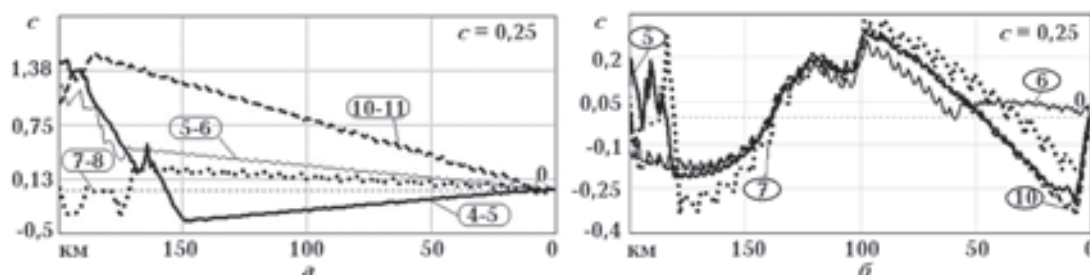


Рис. 15. Векторы невязок годографов: а — невязки, вызванные фильтрацией функции скорости для тысяч итераций, показанных в овалах; б — невязки референц-годографа с таковым, полученным в результате отжига для количества итераций, приведенных в овале.

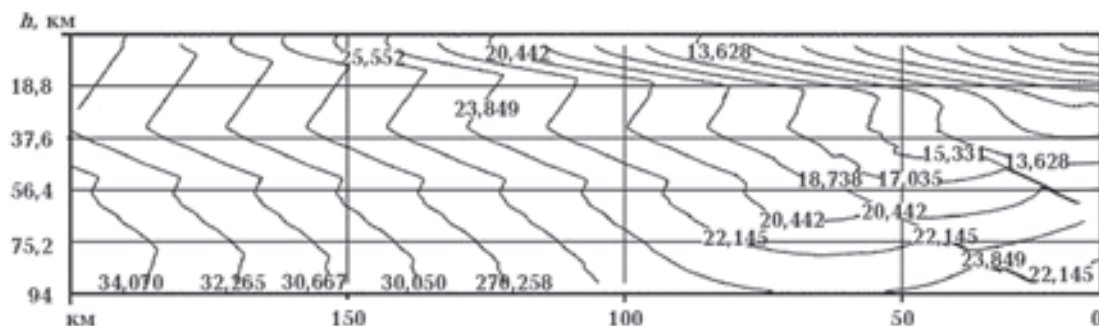


Рис. 16. Макет разреза фронтов вступления продольных волн вдоль профиля 187 км, сформированный в результате 10 тысяч итераций при стартовом управляющем параметре 0,25.

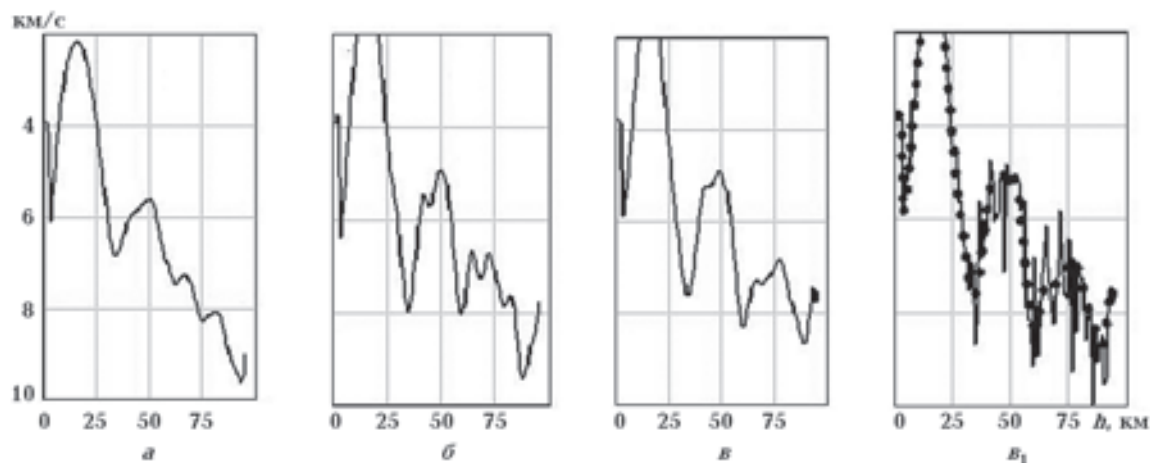


Рис. 17. «Отожженная» скоростная функция после 8 (а), 9 (б) и 10 тысяч итераций (в); сплошной линией ( $v_1$ ) показан выход скоростной функции рисунка в (точка — кривая).

Для оценки моделирования скоростной функции рис. 12 был произведен запуск алгоритма отжига с различными стартовыми значениями управляющего параметра  $c$  (18). Результаты решения прямой задачи при разных значениях управляющего параметра показаны на рис. 18.

На рис. 19 показаны векторы невязок моделируемых годографов с референц-годографом

при стартовых управляющих параметрах  $c=0,5$  и  $c=1,0$ , а также работа алгоритма в режиме фильтрации функции скорости в процессе минимизации функции стоимости потерь.

Наблюдающееся здесь увеличение ошибки моделирования на расстоянии 150 км в процессе аппроксимации функции скорости после некоторых последующих тысяч итераций может быть объяснено нарушением

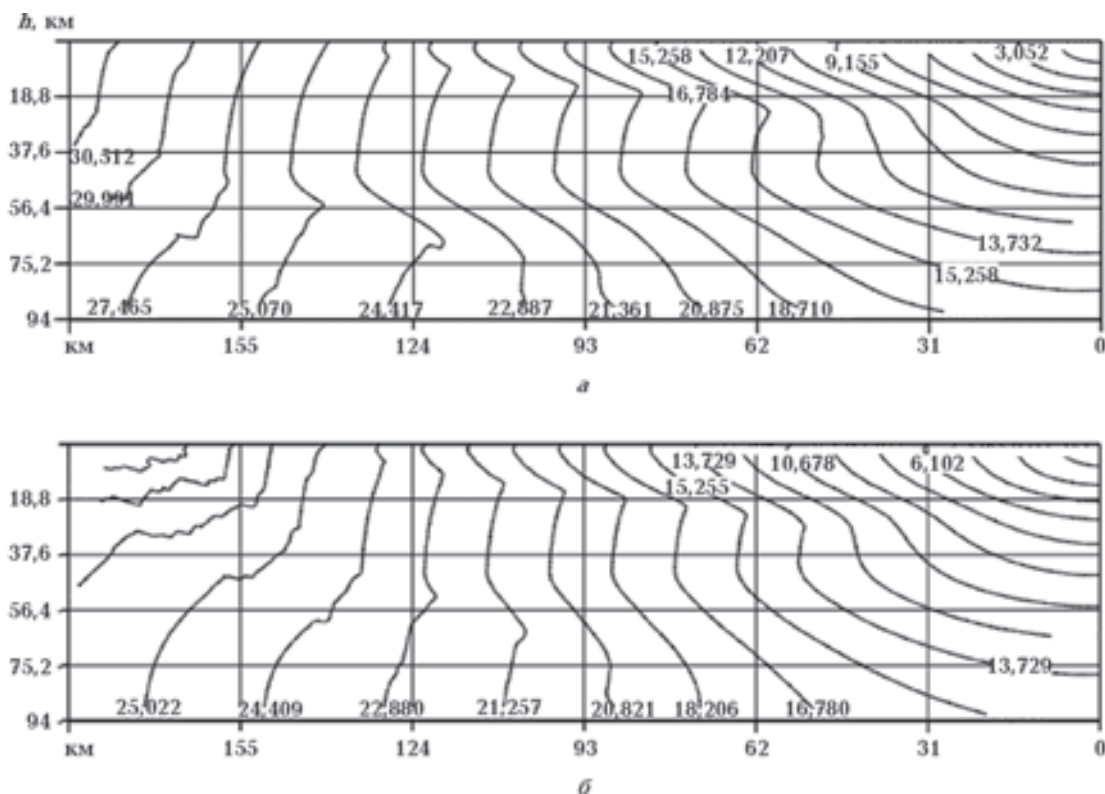


Рис. 18. Макет разреза фронтов вступления продольных волн вдоль профиля 187 км, сформированный в результате 9 тысяч итераций при стартовом управляющем параметре 0,5 (а), 1,0 (б).

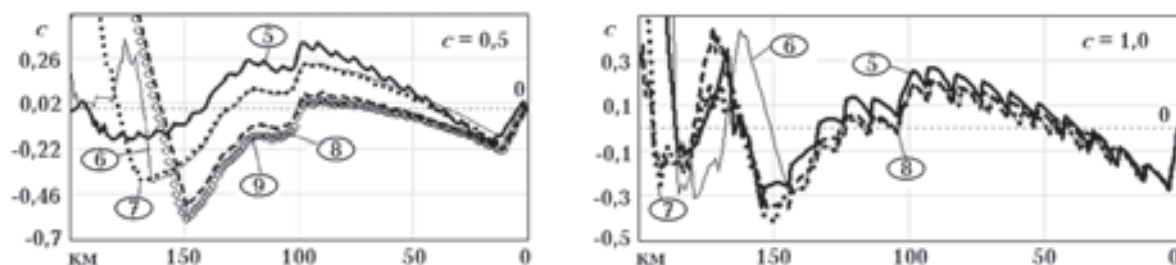


Рис. 19. Невязки годографов для циклов различных стартовых управляющих параметров, вызванные фильтрацией функции скорости на границе блоков в тысячу итераций, не подвергавшихся фильтрации.

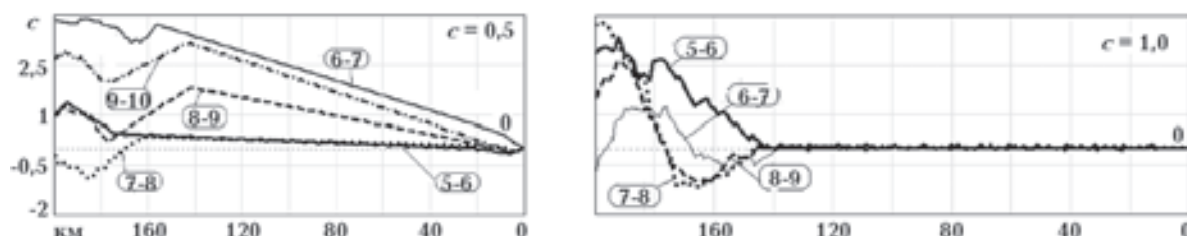


Рис. 20. То же, что и рис. 15, а, но при других стартовых значениях управляющего параметра  $c$ .

границ поискового пространства глобального минимума на сложной поверхности функции потерь  $E_i^k$ , что требует коррекции величины стартового значения управляющего параметра  $c$  и глобальных констант отжига — скорости его убывания  $\mu$ , границ диапазона  $a$  случайных величин, мощности множества  $r_k$ . Заметим, что для рассмотренных выше величин стартового параметра  $c$ , ответственного за достаточный диапазон поиска глобального минимума системы, даже при значительном «разбросе» работы алгоритма ошибки моделирования годографа исчисляются секундами. Этому содействует использование в алгоритме отжига разных режимов аппроксимации, в том числе и режима фильтрации функции скорости с оценкой искажений годографа, вызываемых

таким фильтрационным режимом. При этом в вопросе выбора оптимального из конечного множества модифицированных годографа и скоростной функции, восстановленных из наблюдаемого годографа, оценка «оптимальности» рассматривается на фоне неоднократных повторных запусков алгоритма отжига.

Приведенные примеры обращения выбранных случайно годографов, призванного удовлетворить общие условия роста скорости с глубиной, дают представление, о том, что для любого годографа по предложенному алгоритму можно подобрать скоростной разрез, задав его в качестве референц-модели. Практическое применение метода имитации отжига даст материал для ответа на множество возникших в процессе реализации алгоритма вопросов.

## Список литературы

- Бабич В. М., Булдырев В. С. Асимптотические методы в задачах дифракции коротких волн. Москва: Наука, 1972. 455 с.
- Базаров И. П., Геворкян Э. В., Николаев П. Н. Термодинамика и статистическая физика. Теория равновесных систем. Москва: Изд-во Моск. ун-та, 1986. 312 с.
- Нолет Г. Сейсмическая томография. Москва: Мир, 1990. 415 с.
- Пападимитру Х., Стайглиц К. Комбинаторная оптимизация: алгоритмы и сложность. Москва: Мир, 1985. 512 с.
- Хаттон Л., Уэргиптон М., Мейкин Дж. Обработка сейсмических данных. Москва: Наука, 1986. С. 285.
- Ammon C. J., Vidale J. E., 1993. Tomography without Rays. *Bull. Seismol. Soc. Am.* 83(2), 509—528.
- Alford R. M., Kelly K. R., Booret D. M., 1974. Accuracy of finite-difference modeling of the acoustic wave equations. *Geophysics* 39(6), 834—842.

- Cao S., Greenhalgh S., 1994. Finite-difference solution of the eiconal equation using an efficient, first arrival, wavefront tracking scheme. *Geophysics* 59(4), 632—643.
- Černý V., 1985. Thermodynamical approach to the traveling salesman problem: An efficient simulation algorithm. *J. Optim. Theor. Appl.* 45, 41—51.
- Goffe W. L., Farrier G. D., Rogers J., 1994. Global optimization of statistical functions with simulated annealing. *J. of Econometrics* 60, 65—99.
- Guerra V., Tapia R. A., 1974. A local procedure for error detection and data smoothing. MRC Technical Summary Report 1452, Mathematics Research Center, University of Wisconsin, Madison.
- Kim S. D., 1992. Eiconal solvtrs: first-arrival traveltimes. *Geophysics* 57(4), 632—643.
- Kirkpatrick S., Gelatt C. D., Vecchi M. P., 1983. Optimization by simulated annealing. *Science* 220, 671—680.
- Levièvre P. G., Farquharson C. G., Hurich C. A., 2011. Inversion of first-arrival seismic traveltimes without rays, implemented on unstructured grids. *Geophys. J. Int.* 185, 749—763. doi: 10.1111/j.1365-246X.2011.04964.x.
- Metropolis N., Rosenbluth F., Rosenbluth V., Teller A., Teller E., 1953. Equation of State Calculation by Fast Computing Machines. *J. Chem. Phys.* 21, 1087—1092.
- Mo L.-W., Harris J. M., 2002. Finite-difference calculations of direct arrival travel times and amplitudes. *Geophysics* 59(5), 167—176.
- Nowack R. L., 1992. Wave fronts and solutions of the eikonal equation. *Geophys. J. Int.* 110, 55—62. doi: 10.1111/gji.1992.
- Podvin P., Lecomte I., 1991. Finite difference computation of traveltimes in very contrasted velocity models: a massively parallel approach and its associated tools. *Geophys. J. Int.* 105, 271—284.
- Qian J., Symes W. W., 2002. An adaptive finite-difference method for traveltimes and amplitudes. *Geophysics* 67(1), 167—176.
- Qin F., Luo Y., Olsen K. B., Cai W., Schuster G. T., 2002. Finite-difference solution of the eikonal equation along expanding wavefronts. *Geophysics* 67(4), 1225—1231.
- Rawlinson N., Sambridge M., Rickwood P., Sommacal S., 2007. Automatic differentiation in geophysical inverse problems. *Geophys. J. Int.* 170(1), 1—8.
- Starostenko V., Janik T., Yegorova T., Farfaliak L., Czuba W., Środa P., Thybo H., Artemieva I., Sosson M., Volfman Y., Kolomiyets K., Lysynchuk D., Omelchenko V., Gryn D., Guterch A., Komminaho K., Legostaeva O., Tiira T., Tolkunov A., 2015. Seismic model of the crust and upper mantle in the Scythian Platform: the DOBRE-5 profile across the north western Black Sea and the Crimean Peninsula. *Geophys. J. Int.* 201(1), 406—428.
- van Trier J., Symes W. W., 1991. Upwind finite-difference calculation of traveltimes. *Geophysics* 56(6), 812—821.
- Vidale J., 1988. Finite-difference calculation of travel times. *Bull. Seismol. Soc. Am.* 78(6), 2062—2076.

## Correction of velocity profile by the method of imitation of annealing

© M. A. Lazarenko, O. A. Gerasimenko, 2016

Reversal of hodograph in 2D formulation, obtained by finite-difference solution of eikonal has been put into practice by the method of imitation of «annealing» in the problem of combinatorial optimization for uneven and interrupted functions. Hodographs of seismic studies of DSS of the territory of Ukraine (profile DOBRE-5) have been used as a target function. Velocity function of the medium was restored by two-dimensional published models of *P*-waves velocities. Refinements of optimal functioning of the algorithm of «annealing» imitation and of regime of initial function filtration during the process of minimization of the function of losses value are presented in details.

**Key words:** method of imitation of annealing, «eikonal» equation, finite-difference valuation, minimization of function of losses, combinatorial optimization, arrivals of longitudinal waves, solution of direct problem, DSS, function of the losses value, iteration, hodograph.

## References

- Babich V. M., Buldyrev V. S., 1972. Asymptotic methods in problems of diffraction of short waves. Moscow: Nauka, 455 p. (in Russian).
- Bazarov I. P., Gevorkyan E. V., Nikolaev P. N., 1986. Thermodynamics and Statistical Mechanics. The theory of equilibrium systems. Moscow: Publ. MSU, 312 p. (in Russian).
- Nolet G., 1990. Seismic tomography. Moscow: Mir, 415 p. (in Russian).
- Papadimitru Kh., Stayglits K., 1985. Combinatorial Optimization: Algorithms and complexity. Moscow: Mir, 512 p. (in Russian).
- Hutton L., Uerdipton M., Makin J., 1986. Processing of the seismic data. Moscow: Nauka, 285 p. (in Russian).
- Ammon C. J., Vidale J. E., 1993. Tomography without Rays. *Bull. Seysmol. Soc. Am.* 83(2), 509—528.
- Alford R. M., Kelly K. R., Booret D. M., 1974. Accuracy of finite-difference modeling of the acoustic wave equations. *Geophysics* 39(6), 834—842.
- Cao S., Greenhalgh S., 1994. Finite-difference solution of the eikonal equation using an efficient, first arrival, wavefront tracking scheme. *Geophysics* 59(4), 632—643.
- Černý V., 1985. Thermodynamical approach to the traveling salesman problem: An efficient simulation algorithm. *J. Optim. Theor. Appl.* 45, 41—51.
- Goffe W. L., Farrier G. D., Rogers J., 1994. Global optimization of statistical functions with simulated annealing. *J. of Econometrics* 60, 65—99.
- Guerra V., Tapia R. A., 1974. A local procedure for error detection and data smoothing. MRC Technical Summary Report 1452, Mathematics Research Center, University of Wisconsin, Madison.
- Kim S. D., 1992. Eiconal solvtrs: first-arrival traveltimes. *Geophysics* 57(4), 632—643.
- Kirkpatrick S., Gelatt C. D., Vecchi M. P., 1983. Optimization by simulated annealing. *Science* 220, 671—680.
- Levievre P. G., Farquharson C. G., Hurich C. A., 2011. Inversion of first-arrival seismic traveltimes without rays, implemented on unstructured grids. *Geophys J. Int.* 185, 749—763. doi: 10.1111/j.1365-246X.2011.04964.x.
- Metropolis N., Rosenbluth F., Rosenbluth V., Teller A., Teller E., 1953. Equation of State Calculation by Fast Computing Machines. *J. Chem. Phys.* 21, 1087—1092.
- Mo L.-W., Harris J. M., 2002. Finite-difference calculations of direct arrival travel times and amplitudes. *Geophysics* 59(5), 167—176.
- Nowack R. L., 1992. Wave fronts and solutions of the eikonal equation. *Geophys.J.Int.* 110, 55—62. doi: 10.1111/gji.1992.
- Podvin P., Lecomte I., 1991. Finite difference computation of traveltimes in very contrasted velocity models: a massively parallel approach and its associated tools. *Geophys. J. Int.* 105, 271—284.
- Qian J., Symes W. W., 2002. An adaptive finite-difference method for traveltimes and amplitudes. *Geophysics* 67(1), 167—176.
- Qin F., Luo Y., Olsen K. B., Cai W., Schuster G. T., 2002. Finite-difference solution of the eikonal equation along expanding wavefronts. *Geophysics* 67(4), 1225—1231.
- Rawlinson N., Sambridge M., Rickwood P., Sommacal S., 2007. Automatic differentiation in geophysical inverse problems. *Geophys. J. Int.* 170(1), 1—8.
- Starostenko V., Janik T., Yegorova T., Farfuliak L., Czuba W., Środa P., Thybo H., Artemieva I., Sosson M., Volfman Y., Kolomiyets K., Lysynchuk D., Omelchenko V., Gryn D., Guterch A., Komminaho K., Legostaeva O., Tiira T., Tolkunov A., 2015. Seismic model of the crust and upper mantle in the Scythian Platform: the DOBRE-5 profile across the north western Black Sea and the Crimean Peninsula. *Geophys. J. Int.* 201(1), 406—428.
- van Trier J., Symes W. W., 1991. Upwind finite-difference calculation of traveltimes. *Geophysics* 56(6), 812—821.
- Vidale J., 1988. Finite-difference calculation of travel times. *Bull. Seysmol. Soc. Am.* 78(6), 2062—2076.