

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ ГЕОФІЗИКИ ім.С.І. СУББОТІНА НАН УКРАЇНИ

на правах рукопису

УДК 550.36+551.1+551.2.03+551.24

ЛУБКОВ МИХАЙЛО ВАЛЕРІЙОВИЧ



В'язкопружні та теплові процеси в геодинаміці
(дослідження в рамках варіаційної скінчено-елементної методики)

Спеціальність 04.00.22 - Геофізика

Дисертація

на здобуття наукового ступеню
доктора фізико-математичних наук

Київ - 2016

Зміст дисертації

Вступ	4
Розділ 1. Формулювання в'язкопружних і теплових геофізичних задач у варіаційній постановці	
1.1. Загальні рівняння механіки і термодинаміки суцільного середовища для опису в'язкопружних і теплових геофізичних процесів.	20
1.2. Квazістаціонарні в'язкопружні задачі.	26
1.3. Задачі теплопровідності.	29
1.4. Варіаційні постановки квazістаціонарної в'язкопружної задачі та задачі теплопровідності.	31
1.5. Плоскі та осесиметричні задачі в'язкопружності та теплопровідності.	34
1.6. Задачі в'язкопружності для шаруватих оболонок обертання з урахуванням зсувної жорсткості та задачі теплопровідності шаруватих оболонок обертання.	40
Розділ 2. Варіаційна скінчено-елементна методика розв'язання задач в'язкопружності та теплопровідності.	
2.1. Скінчено-елементний метод розв'язання плоских і осесиметричних в'язкопружних задач та задач теплопровідності.	45
2.2. Скінчено-елементний метод розв'язання квazістаціонарних в'язкопружних задач для шаруватих анізотропних оболонок з урахуванням зсувної жорсткості.	52
2.3. Скінчено-елементний метод розв'язання задач теплопровідності шаруватих анізотропних оболонок.	62
Розділ 3. Апробація варіаційної скінчено-елементної методики.	
3.1. Тестові приклади.	68
3.2. Визначення параметрів збуреної нутації Землі на основі ітераційної процедури, яка сполучає метод скінчених елементів з точним розв'язком рівняння Лапласа.	73
3.3. Визначення добових чисел Ляви і Шиди 2-го порядку на основі теорії Сасао, Окубо, Саїто, а також ітераційної процедури, що сполучає метод скінчених елементів з точним розв'язком рівняння Лапласа.	79
3.4. Моделювання нахилів земної поверхні в зонах активних розломів.	85
3.5. Процес складкоутворення в лінійно-в'язкому осадовому шарі земної кори.	89
3.6. Визначення середніх фонових температурних полів Дніпровсько-Донецької западини (ДДЗ).	93
3.7. Моделювання охолодження океанічної літосфери.	99
Розділ 4. Визначення параметрів, що описують геодинамічний процес обертання Землі на основі уточнених моделей її внутрішньої будови.	
4.1. Вплив в'язкопружності мантії на компоненти збуреної нутації Землі.	105
4.2. Вплив в'язкості рідкого ядра Землі на компоненти збуреної нутації та числа Ляви і Шиди 2-го порядку.	109

4.3. Вплив радіальної анізотропії мантії на компоненти збуреної нутації Землі та числа Ляви і Шида 2-го порядку.	116
4.4. Вплив горизонтальних неоднорідностей у верхній мантії Землі на числа Ляви і Шида 2-го порядку.	122
4.5. Вплив великомасштабних неоднорідностей мантії Землі на числа Ляви і Шида 2-го порядку.	124
Розділ 5. Дослідження сучасних геотектонічних процесів.	
5.1. Сучасні рухи локальних несоляних структур Дніпровсько-Донецької западини (ДДЗ).	129
5.2. Сучасні рухи локальних соляних структур ДДЗ.	135
5.3. Сучасний напружено-деформований стан в осадовому чохлі локальних структур ДДЗ.	143
5.4. Вплив сучасних розломно-блокових рухів ДДЗ на гравітаційне поле.	151
5.5. Сучасні горизонтальні рухи ДДЗ.	158
Розділ 6. Дослідження геотектонічних процесів регіонального масштабу.	
6.1. Вплив субгоризонтальних геотектонічних рухів на розвиток ДДЗ.	166
6.2. Вплив субгоризонтальних геотектонічних напружень на розвиток ДДЗ.	172
6.3. Геотектонічний розвиток Західно-Чорноморської западини (ЗЧЗ).	178
6.4. Напружено-деформований стан та аномальне гравітаційне поле у вогнищі землетрусу.	186
6.5. Процес зміни нахилів земної поверхні у зонах активних розломів.	195
6.6. Процес середньомасштабного складкоутворення в осадовому шарі земної кори	201
6.7 Вплив руху кристалічних блоків різного напрямку на формування геоструктур	207
Розділ 7. Дослідження плитних та внутрішньоплитних геотектонічних процесів.	
7.1. Напружено-деформований стан океанічних літосферних плит в процесі їх згину.	213
7.2. Механічна поведінка океанічних літосферних плит в зоні субдукції.	220
7.3. Процес деформування океанічних літосферних плит різного віку в зоні субдукції.	228
7.4. Процес великомасштабного складкоутворення в осадовому шарі земної кори.	236
Розділ 8. Дослідження теплових процесів у літосфері та земній корі.	
8.1. Середні фонові температурні поля ДДЗ.	242
8.2. Теплові процеси в зоні сучасної активізації (СА) ДДЗ.	245
8.3. Еволюція теплових полів ДДЗ у герцинський період.	252
8.4. Теплова модель розвитку ЗЧЗ.	260
8.5. Процес нагрівання океанічної літосфери в зоні субдукції	266
8.6. Тепловий процес при передачі магми по розломам	273
Висновки дисертації.	279
Список літератури	299

Вступ

На сучасному етапі у зв'язку з потужним розвитком обчислювальних методів і комп'ютерної техніки, а також завдяки досягнутому прогресу в розумінні основних законів геодинаміки, виникають унікальні можливості дослідження раніше недоступних геофізичних процесів. Це перш за все відноситься до процесів, які протікають у складних, обумовлених просторовою та реологічною неоднорідністю геодинамічних об'єктах. Недоступність для прямих вимірювань у більшості таких об'єктів, а також геологічні масштаби часу протікання геофізичних процесів роблять математичне моделювання одним з головних, якщо не єдиним інструментом досліджень таких об'єктів. З іншого боку розрахунок, що ґрунтується на рівняннях математичної фізики у суцільному середовищі може підтвердити або спростувати ту чи іншу геодинамічну гіпотезу. Піонерами в області цих досліджень безумовно є видатні геофізики Тьоркотт Д. і Шуберт Дж., які у своїй відомій праці "Геодинаміка" [167, 330] започаткували теоретичні основи для моделювання багатьох геодинамічних процесів. Величезний крок в цьому напрямку був зроблений також Раналі Г., який у своїй фундаментальній монографії "Реологія Землі" [302] на досить строгому математичному рівні установив які реологічні моделі доцільно використовувати при дослідженні конкретних геодинамічних процесів. Раналі окремо показав, що для значної більшості процесів, які протікають у земній корі, літосфері та мантиї за винятком порівняно невеликої кількості випадків, де відбуваються локальні процеси крихкого пружно-в'язко-пластичного руйнування, справедливі в'язко-пружні моделі. Карато С. у своїй відомій монографії "Деформація земних матеріалів: Введення у реологію твердої Землі" [242] на базі сучасних геологічних та геофізичних знань зробив багатий внесок в подальший розвиток реології Землі. Видатним фахівцем і популяризатором у галузі чисельного моделювання є Геря Т. У своїй монографії "Введення у чисельне моделювання в геодинаміці" [225] автор не тільки приводить моделі конкретних геодинамічних процесів, але також методи і способи їх чисельної реалізації. Геря Т.

вказує, що з 1980 р. чисельне моделювання у геодинаміці розвивалось дуже інтенсивно, як у плані конкретних геофізичних прикладань так і в плані обчислювальних можливостей. І в наш час є однією з найбільш розвинених областей наук про Землю. Зазначимо, що зараз суттєвий прогрес у математичному моделюванні геофізичних процесів досягнутий в багатьох областях сучасної геодинаміки таких, як: новітня геотектоніка [6, 8, 24, 40, 43, 44, 45, 91, 134, 139, 144, 154, 179], регіональна геотектоніка [5, 10, 12, 13, 29, 190, 196, 198, 224, 243, 248, 290, 294, 303], плитна та внутрішньоплитна геотектоніка [6, 8, 33, 52, 175, 186, 187, 188, 204, 208, 232, 242, 286, 312, 335, 338, 341], сейсміка [6, 8, 33, 70, 133, 148, 162, 167, 168, 180, 181, 182, 219, 252, 299, 325, 331], обертання Землі [12, 53, 127, 128, 129, 130, 209, 210, 211, 226, 227, 237, 246, 249, 279, 280, 285, 319, 332, 333], мантійна конвекція [147, 167, 169, 170, 201, 202, 207, 231, 236, 277, 281, 296, 315, 328, 241], гравіметрія [3, 4, 11, 15, 21, 22, 86, 125, 160, 161, 164, 167], теплова геофізика [6, 7, 29, 38, 39, 171, 196, 200, 203, 222, 223, 244, 329, 330, 342] та інших областях.

При дослідженні різноманітних геодинамічних процесів використовуються різні реологічні моделі, які відображують реакцію розглянутого геофізичного середовища, що знаходиться у визначених внутрішніх фізико-хімічних умовах, на різної сили та тривалості зовнішні фізико-механічні дії. Так в умовах достатньо тривалого навантаження і при відсутності процесів зміцнення в геофізичному середовищі виникає стійкий процес текучості. Такі процеси можуть бути описані на основі лінійно-в'язких моделей (між прикладеними напруженнями і швидкостями деформацій існує лінійна залежність) [44, 45, 179, 190, 195, 218, 220, 249, 288, 302], або на основі нелінійно-в'язких моделей, коли така залежність порушується [202, 217, 242, 290, 301, 302, 304, 340]. Значно більш широкий клас геодинамічних процесів з тривалістю, починаючи від періодів сейсмічних хвиль і закінчуючи періодами великомасштабних мантійних циклів у геофізичному середовищі, в якому процеси текучості супроводжуються процесами зміцнення, може бути описаний на основі лінійних в'язко-пружних моделей (між прикладеними напруженнями, деформаціями та швидкостями деформацій існують лінійні залежності) [52, 84,

124, 158, 181, 225, 289, 293, 297, 302, 310], або на основі нелінійно в'язко-пружних моделей [223, 225, 300, 301, 302, 321, 322, 340]. Для достатньо холодних порід верхньої частини літосфери, коли мають місце локальні не довготривалі процеси великої потужності, які приводять до крихкого руйнування порід, справедливі пластичні [192, 193, 221, 225, 240, 290, 302] та пружно-пластичні моделі [193, 225, 290, 301, 302]. Якщо в даному випадку мають місце більш тривалі процеси, які супроводжуються сильним стисканням порід, то справедливі пружно-в'язко-пластичні моделі [225, 300, 302, 335]. Оскільки саме в'язко-пружні моделі здатні описувати найбільшу кількість геофізичних процесів, то саме їх використання є затребуваним і актуальним в геодинаміці. Наведені міркування аж ніяк не виключають способи дослідження геодинамічних процесів на основі інших реологічних моделей (лінійно-в'язких, нелінійно-в'язких, пластичних, в'язко-пластичних, пружно-пластичних, в'язко-пружно-пластичних та інших). Однак саме в'язко-пружний підхід має ряд переваг у дослідженні різноманітних геодинамічних процесів.

Основи теорії в'язкопружності для лінійного ізотермічного випадку були закладені такими видатними вченими, як Максвелл Д. і Томсон У. (лорд Кельвін). Засновник сучасної термодинаміки Больцман Л. у 1874 р. вперше сформулював рівняння тривимірної теорії ізотропної в'язкопружності [84]. У 1909 р. Вольтера В. отримав аналогічні співвідношення для анізотропних тіл [84]. Подальший потужний поштовх теорія в'язкопружності отримала у другій половині прошлого століття. Це було пов'язано перш за все з розвитком техніки в галузі літако- і ракетобудування, а також з розвитком механіки полімерів і композитних конструкцій. В області геодинаміки теорія в'язкопружності з'явилась порівняно недавно, в основному на протязі декількох останніх десятиріч. Великий внесок у розвиток теорії в'язкопружності здійснили вчені: Іллюшин О. О., Победря Б. Е. [56, 57, 142], Работнов Ю. М. [143], Москвітін В. В. [131], Карнаухов В. Г. [62, 63], Кристенсен Г. [83], Фері Д. [173], Шепері Р. [310], Нахді Р., Кроше М. [205] та інші. Спроби розв'язання в'язкопружних задач у загальній постановці приводять до

значних труднощів. Це у свою чергу приводить до необхідності спрощення систем рівнянь на основі прийнятних припущень. Одним з важливих класів в'язкопружних задач, які припускають суттєве спрощення складної нелінійної системи інтегро-диференціальних рівнянь, є клас задач про механічну поведінку в'язкопружних тіл з терморологічно простих матеріалів із затухаючою пам'яттю [62, 83], що знаходяться під впливом циклічних навантажень. В цьому випадку загальна система рівнянь в'язкопружності лінеаризується, значно спрощується і представляється у комплексному вигляді. В той же час геофізичне середовище у зв'язку з тривалістю геодинамічних процесів і значною дисипацією енергії у більшості випадків можна розглядати в наближенні терморологічно простих матеріалів із затухаючою пам'яттю. З іншого боку повільна течія і рівновага геофізичних процесів дозволяє знехтувати перехідними динамічними стадіями процесу і розглядати переважну більшість геофізичних процесів у квазістаціонарному наближенні, тобто замінюючи реальний динамічний процес процесом повільних встановлених гармонічних коливань з деякою характерною частотою. Таким чином, указаний вище, клас задач про механічну поведінку в'язкопружних тіл з терморологічно простих матеріалів із затухаючою пам'яттю, що знаходяться під впливом циклічних навантажень, є ефективним засобом для моделювання і дослідження великої кількості геофізичних процесів. Даний підхід у механічному аспекті проблеми знайшов своє відображення в роботах: Коваленка А. Д. [75, 76], Карнаухова В. Г., Козлова В. І., Сенченкова І. К., Киричка І. Ф., Гуменюка Б. П. [47, 48, 49, 62, 63, 72, 77, 78, 79, 153]. В цих роботах була розвинена термомеханічна теорія в'язкопружних тіл з терморологічно простих матеріалів із затухаючою пам'яттю при моно- і полігармонічному навантаженні. Була розв'язана велика кількість двомірних плоских та осесиметричних задач, а також тривимірних задач у наближенні шаруватих анізотропних пластин і оболонок з урахуванням зсувної жорсткості.

Дослідження геодинамічних процесів неможливо здійснити у повній мірі без урахування різноманітних теплових ефектів. Тому виникає потреба у можливості

моделювання теплових процесів у складних геодинамічних об'єктах і геосистемах з неоднорідними тепловими властивостями. У зв'язку з цим затребуваним і актуальним є утворення надійної і універсальної методики для моделювання і дослідження теплових процесів у геодинаміці.

Засновником сучасних знань про теплоту вважається видатний російський вчений Ломоносов М. В., який у середині вісімнадцятого віку створив єдину теорію теплоти і будови речовини у своїй праці “Роздуми про причини теплоти і холоду” (1744 р.). У 1807 р. видатний французький вчений Фур'є Ж. сформулював основну гіпотезу теплопровідності, яка започаткувала розвиток математичної теорії теплопровідності. У 1822 р. Фур'є створив теорію розповсюдження теплоти у твердих тілах у своїй праці “Аналітична теорія тепла”. З розвитком техніки роль процесів переносу тепла у різних теплових середовищах і технічних пристроях стала зростати і тепловим процесам, особливо з другої половини дев'ятнадцятого століття, стало приділятися значно більше уваги. Великий внесок у подальший розвиток теорії теплопровідності здійснили: Остроградський М. Б., Столетов О. Г., Томсон У., Больцман Л., Карслоу Х. С., Єгер Д. К., Кутателадзе С. С., Ликов О. В., Смирнов М. С., Екерт Е. Р., Дрейк Р. М., Карташов Е. М. та багато інших [65, 69, 123].

Для розв'язання лінеаризованих задач в'язкопружності та теплопровідності використовують велику кількість різних аналітичних, чисельних та комбінованих методів. Деякі з цих методів представлені у роботах [17, 18, 54, 56, 65, 69, 89, 90, 121, 122, 123, 132, 135, 143, 174]. До них окремо відносяться: метод розділення змінних (метод Фур'є) [69], метод власних значень і власних функцій [69], метод інтегральних перетворювань [66, 69, 123], операційний метод [64, 69, 88], метод функцій Гріна [67, 121, 123], метод теорії функцій комплексної змінної [69, 88], метод послідовних наближень [46, 69], асимптотичний метод [68, 69, 121], варіаційний метод [1, 145, 146], метод Гальоркіна [174], метод скінчених різниць [34], спектральний метод [174], метод скінчених елементів [17, 30, 54, 55, 80, 137], метод граничних елементів [174], ітераційний метод [69, 339], метод послідовних

наближень [69] та інші методи. Застосування аналітичних методів пов'язано з великою кількістю обмежень, які накладаються на області досліджування задач в'язкопружності та теплопровідності. Тому для реалізації більш складних моделей необхідно використовувати чисельні методи або комбіновані методи, що представляють собою сукупність різних аналітичних та чисельних методів. Стосовно розв'язання загальних задач фізики суцільного середовища найбільш популярними в наш час є метод скінчених елементів, метод скінчених різниць, спектральний метод, метод граничних елементів, а також різні комбінації цих методів. Метод скінчених різниць можливо є найбільш універсальним чисельним методом, який дозволяє дискретизувати неоднорідні області будь-якої складності, при цьому дає можливість розв'язувати динамічні задачі з великим набором параметрів. Однак він значно програє у плані точності, гладкості та збіжності розв'язків і потребує суттєвого здрібнювання сітки дискретизації. Спектральний метод є потужним засобом для розв'язання багатопараметричних динамічних задач. Цей метод є дуже ефективним при розв'язанні задач гідродинаміки. Однак він недостатньо ефективно враховує неоднорідну внутрішню структуру об'єктів досліджування. Цей же недолік має і метод граничних елементів, котрий з іншого боку дозволяє параметризувати однорідні тривимірні області будь-якої складності і отримувати дуже точні розв'язки. У плані дослідження геодинамічних процесів найбільш оптимальним є метод скінчених елементів. Цей метод дозволяє враховувати властиві геодинамічним об'єктам неоднорідності як геометричного, так і реологічного характеру. В силу розвиненого математичного апарату апроксимаційних функцій всередині скінченого елемента, він дозволяє отримувати точні, збіжні та гладкі розв'язки адже при порівняно грубої дискретизації досліджуваної області. Метод скінчених елементів сам по собі або в сукупності з іншими чисельними методами (наприклад методом скінчених різниць) дозволяє розв'язувати нестационарні геофізичні задачі будь-якої складності.

Великий внесок у розвиток методу скінчених елементів зробили: Зенкевич О. [54, 55], Бате К., Вилсон Е. [17], Галагер Р. [30], Коноу Д., Бребіа К. [80], Флет-

чер К. [174], Рікардс Р. Б. [145], Сахаров А. С., Кислоокий В. Н. [149], Образцов І. Ф., Савеллєв Л. М., Хазанов Х. С. [136] та інші. Основні співвідношення методу скінчених елементів можуть бути отримані на основі різних формулювань і принципів. Найбільш універсальним у практичному застосуванні для різних суцільних середовищ, у тому числі нелінійних, є принцип можливої роботи, виражений у формі принципу можливих переміщень [145, 136]. Принцип можливої роботи також виражається в формі принципу можливих сил [145, 136]. Для ряду задач механіки деформованого твердого тіла і теплопровідності метод скінчених елементів застосовується в формі методу Гальоркіна [174]. Метод скінчених елементів можна сформулювати також у формі методу найменших квадратів, методу енергетичного балансу [145, 136] та інших формах. В наш час значну популярність мають різновидності методу скінчених елементів, що основані на варіаційних принципах енергетичного балансу, які дозволяють звести проблему розв'язання складної системи диференціальних рівнянь до задачі знаходження мінімуму того чи іншого функціоналу енергії. Окремо для пружних та лінеаризованих в'язкопружних задач найбільш часто застосовується варіаційний принцип Лагранжа, який виражає принцип мінімуму механічної енергії системи у формі можливих переміщень [145, 136]. Використання варіаційної постановки лінеаризованої квазістаціонарної задачі в'язкопружності по-перше надає їй прозорого фізичного енергетичного змісту, по-друге дозволяє простіше отримувати розв'язки, оскільки функціонали містять більш низький порядок похідних шуканих функцій, ніж у відповідних диференціальних рівняннях. Ті ж переваги відносяться і до варіаційних постановок задач теплопровідності.

Для розв'язання задач фізики і механіки суцільного середовища створена велика кількість різноманітних скінчених елементів [17, 30, 54, 55, 80, 136]. Основна відмінність між скінченими елементами полягає у характері апроксимацій переміщень усередині скінченого елемента, а також у способі описання геометрії області досліджування. Досить удосконаленим є ізопараметричний підхід [145, 136], у котрому апроксимація переміщень і геометрії області здійснюється на ос-

нові одних і тих же функцій. Це дозволяє побудувати одно-, дво- і тривимірні скінчені елементи довільної конфігурації, у тому числі криволінійні, які дозволяють забезпечувати сумісність і збіжність скінчено-елементної моделі. При побудові оболонкових скінчених елементів чисто ізопараметричного підходу виявляється недостатньо. В даному випадку, наприклад, при побудові скінчених елементів для оболонок обертання, ефективним засобом є використання в окружному напрямку в якості апроксимаційних функцій – тригонометричних поліномів, а в меридіональному напрямку ізопараметричних квадратичних поліномів [78, 79, 233]. Цей підхід дозволяє значно покращити усі жорсткісні характеристики оболонкового елемента і тим самим суттєво покращити збіжність і точність скінчено-елементного розв'язку.

Актуальність. Представлений вище огляд літератури показує, що в наш час, незважаючи на велику кількість робіт присвячених проблемам вивчення геодинамічних процесів на основі математичного моделювання, у зв'язку з відносною новизною таких досліджень, до цього часу існують значні прогалини у цій області. Однією з цих прогалин є відсутність надійної і універсальної методики для моделювання і дослідження в'язкопружних і теплових геофізичних процесів у складних неоднорідних геодинамічних об'єктах. В той же час актуальність таких досліджень не викликає ні яких сумнівів. Дійсно, побудова і чисельна реалізація геофізичних моделей, які відображують в'язкопружну і теплову природу складних неоднорідних геодинамічних об'єктів, дозволяє досягти глибокого розуміння багатьох раніше недоступних законів природи про Землю не тільки на якісному, але і кількісному рівні. Ці знання мають не тільки глибоке фундаментальне значення для подальшого розвитку наук про Землю, але і важливе практичне застосування в народному господарстві країни. Зокрема, мова йде про видобуток корисних копалин і спорудження великомасштабних промислових об'єктів в умовах сучасної геотектонічної активності.

Дана дисертаційна робота присвячена саме вивченню геодинамічних процесів на основі розробленої варіаційної скінчено-елементної методики для моделю-

вання квазістаціонарних в'язкопружних і теплових геофізичних процесів. Таке моделювання та геофізична інтерпретація отриманих результатів дозволяють на кількісному рівні досліджувати геофізичні процеси, що протікають у складних неоднорідних геодинамічних об'єктах і відповідно робити фундаментальні висновки та важливі народногосподарські прогнози.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Науково-дослідні роботи автора виконані в період 2002-2014 рр. в рамках держбюджетних наукових тематик відділу Обертання Землі, Полтавської гравіметричної обсерваторії Інституту геофізики ім. С. І. Субботіна НАН України: “Координатно-часові вимірювання з метою досліджень геодинамічних явищ та забезпечення потреб державної служби єдиного часу та еталонних частот”// Звіт НДР, Держ.реєстр. №02019004578, Полтава, (2000-2005 рр.); “Вивчення геодинамічних явищ на матеріалі багатолітніх рядів координатно-часових вимірювань” // Заключний звіт по темі №30. – Полтава, (2006-2010 рр.); “Вивчення геодинамічних процесів за даними багаторічних астрометричних та геофізичних спостережень в Полтавській гравіметричній обсерваторії”// Заключний звіт по темі №43. – Полтава, (2011-2014 рр.) і відповідають програмам, планам і темам наукових досліджень Полтавської гравіметричної обсерваторії.

Об'єктом дослідження даної роботи є Земля.

Предметом дослідження даної роботи є в'язкопружні та теплові геодинамічні процеси.

Метою дисертаційної роботи є чисельне моделювання на основі розробленої варіаційної скінчено-елементної методики в'язкопружних і теплових геофізичних процесів у таких областях геодинаміки як: обертання Землі, новітня геотектоніка, регіональна геотектоніка, плитна та внутрішньоплитна геотектоніка, тепла геофізика. Геофізична інтерпретація отриманих результатів та виявлення конкретних геодинамічних закономірностей.

Для досягнення поставленої мети потрібне вирішення наступних дослідницьких завдань:

1. Розробка варіаційної скінчено-елементної методики для розв'язання плоских, осесиметричних та в наближенні шаруватих анізотропних оболонок з урахуванням зсувної жорсткості квазістаціонарних в'язкопружних геофізичних задач, яка дозволяє враховувати неоднорідності як геометричного, так і реологічного характеру розглянутих геодинамічних об'єктів.
2. Розробка варіаційної скінчено-елементної методики для розв'язання плоских, осесиметричних та в наближенні шаруватих анізотропних оболонок нестационарних задач теплопровідності, що дозволяє враховувати теплопередачу розглянутих геодинамічних об'єктів, які мають неоднорідні теплові характеристики.
3. Розробка моделей визначення параметрів обертання Землі з урахуванням її уточненої внутрішньої будови і розв'язання на їх основі конкретних геодинамічних задач про вплив реології та неоднорідності мантиї, а також в'язкості рідкого ядра Землі на її обертальні характеристики.
4. Розробка моделей сучасних геотектонічних процесів та розв'язання на їх основі конкретних геодинамічних задач про сучасний рух локальних і регіональних геоструктур, його вплив на гравітаційне поле.
5. Розробка моделей геотектонічних процесів регіонального масштабу та розв'язання на їх основі конкретних геодинамічних задач про вплив геотектонічних рухів і напружень на формування та розвиток регіональних геоструктур.
6. Розробка моделей плитних та внутрішньоплитних геотектонічних процесів та розв'язання на їх основі конкретних геодинамічних задач про механічну поведінку літосферних плит під впливом різного роду геотектонічних навантажень.
7. Розробка моделей теплових процесів у літосфері й земній корі та розв'язання на їх основі конкретних геодинамічних задач про особливості теплових процесів і їх еволюцію в різних геоструктурах літосфери та земної кори.

Методи дослідження, які використані в роботі: теоретичні методи дослідження, що містять у собі системний аналіз використаної геофізичної інформації, чисельне моделювання на основі варіаційної скінчено-елементної методики в сукупності з іншими чисельними і аналітичними методами, методи візуального подання отриманої геофізичної інформації. Експериментальні методи дослідження, які полягають у перевірці відповідності розроблених математичних моделей геофізичним даним, експериментальному встановленні основних критеріїв геофізичного моделювання шляхом аналізу великої кількості відповідних емпіричних даних,

порівнянні отриманих результатів геофізичного моделювання з реальними змінами досліджуваних геофізичних процесів.

Наукова новизна дисертаційної роботи полягає у розробленій варіаційній скінчено-елементній методиці для дослідження різноманітних в'язкопружних і теплових геофізичних процесів і розв'язанні на її основі широкого класу нових задач у таких областях геодинаміки як: обертання Землі, новітня геотектоніка, регіональна геотектоніка, плитна та внутрішньоплитна геотектоніка, теплова геофізика. Створена варіаційна скінчено-елементна методика дозволила одержати якісно нову інформацію: а) про вплив реології та неоднорідності мантії, а також в'язкості рідкого ядра Землі на її обертальні характеристики; б) про характерні риси сучасних вертикальних рухів генетичних локальних структур ДДЗ і їх напружено-деформованого стану на сучасному етапі розвитку, про особливості сучасних горизонтальних рухів ДДЗ, про вплив сучасних розломно-блокових рухів ДДЗ на гравітаційне поле; в) про вплив субгоризонтальних геотектонічних рухів і напружень на формування та розвиток ДДЗ, про особливості геотектонічного формування та розвитку ЗЧЗ, про особливості напружено-деформованого стану та аномального гравітаційного поля у вогнищі землетрусу, про зміни нахилів земної поверхні в зонах активних розломів, про вплив різноспрямованих блокових рухів на формування геоструктур; г) про напружено-деформований стан океанічних літосферних плит в процесі їх згину, про особливості механічної поведінки океанічних літосферних плит в зоні субдукції, про процеси середньомасштабного і великомасштабного складкоутворення в осадовому шарі земної кори; д) про розподіл середніх фонових температурних полів у регіоні ДДЗ, про особливості теплових процесів у зоні СА ДДЗ, про еволюцію теплових полів ДДЗ у герцинський період, про теплову модель розвитку ЗЧЗ, про особливості процесу нагрівання океанічної літосфери в зоні субдукції, про теплові особливості передачі магми по розломам. Зазначимо, що отримана нова інформація окремо включає унікальне комплексне геофізичне дослідження регіону ДДЗ. Взагалі, ця інформація має не тільки важ-

ливе теоретичне значення для подальшого розвитку геодинаміки, вона також може бути застосована в народному господарстві країни.

Наукову новизну одержаних результатів визначають наступні положення.

1) Виходячи з даних Smylie, Palmer (2007), де середня динамічна в'язкість рідкого ядра Землі зафіксована на рівні $\sim 10^7$ Па·с визначено, що в'язкість рідкого ядра не впливає на компоненти збуреної нутації та добові числа Ляви і Шида 2-го порядку.

2) Вперше одержано, що врахування розподілу радіальної анізотропії в мантії Землі приводить до відхилень компонентів збуреної нутації та добових чисел Ляви і Шида 2-го порядку до 3,6 відсотків (для резонансної хвилі ψ_1) відносно аналогічних значень отриманих згідно радіально симетричної моделі Землі PREM.

3) Вперше одержано, що врахування великомасштабних неоднорідностей в мантії Землі, згідно сейсмічної моделі SPRD6, приводить до наступних відхилень добових чисел Ляви і Шида 2-го порядку відносно стандартної моделі Землі PREM. Неоднорідності, які розташовані у нижній мантії (на глибині ~ 1600 км) призводять до максимальних відхилень чисел Ляви $k \sim 7$, $h \sim 5$, чисел Шида $l \sim 3$ відсотків. Неоднорідності у середній мантії (на глибині ~ 800 км) - до максимальних відхилень чисел Ляви $k \sim 3$, $h \sim 2$ і чисел Шида $l \sim 1$ відсотків. Неоднорідності мантії у пограничному шарі D" - до максимальних відхилень чисел Ляви $k \sim 3$, $h \sim 4$ і чисел Шида $l \sim 5$ відсотків.

4) Вперше одержано, що найбільш інтенсивні вертикальні сучасні рухи земної поверхні в локальних генетичних структурах ДДЗ характерні для надрозломних, прирозломних структур і структур короблення, їх максимальні вертикальні швидкості денної поверхні варіюють від 2.5 до 5 мм/рік. Аналогічні швидкості для штампових структур не перевищують 1.5 мм/рік. Інтенсивність сучасних вертикальних рухів відповідних локальних структур ДДЗ залежить від кінематики розломно-блокових рухів, структури і потужності надрозломних сольових товщ.

5) Вперше одержано, що найбільш інтенсивні зміни локального гравітаційного поля під впливом сучасних розломно-блокових тектонічних рухів у регіоні ДДЗ характерні для горизонтальних рухів, особливо скидів і насувів (до 60 μ Гал/рік). При вертикальних рухах мікроблоків кристалічного фундаменту – зміни локального гравітаційного поля значно менші (до 1 μ Гал/рік). В той же час загальна картина розподілу швидкостей зміни локального гравітаційного поля залежить, як від кінематики рухів активних блоків і мікроблоків так і від їх взаємного розташування.

6) На основі GPS-даних визначено, що для всього регіону ДДЗ, стійкі сучасні горизонтальні рухи земної кори мають однакову спрямованість з південного сходу

на північний захід. Найбільш інтенсивні горизонтальні рухи в регіоні характерні для південного сходу ДДЗ і прилеглої до неї частини Українського щита (УЩ). Тут амплітуди швидкостей досягають 3 ~ 3.5 мм/рік. По мірі просування на північний захід інтенсивність сучасних горизонтальних рухів поступово знижується до 1 ~ 1.5 мм/рік. Поряд із цим, у прилягаючій до ДДЗ на північному сході, частині Воронезького кристалічного масиву (ВКМ) спостерігається різке зниження інтенсивності сучасних горизонтальних рухів до 0.5 ~ 1 мм/рік. Загальна спрямованість сучасних горизонтальних рухів регіону ДДЗ у північно-західному напрямку показує, що розглянутий регіон разом з іншою українською частиною Східно-Європейської континентальної плити випробовує насування з боку Північно-Кавказько-Кримського складчастого поясу.

7) Визначено, що на протязі формування і розвитку Дніпровсько-Донецького авлакогену розтяжні субгоризонтальні рухи сприяли більш ефективному просіданню кристалічних блоків його центральної частини, ніж це могло бути викликане з боку рухів бічного стиснення. Встановлено, що одні лише стискаючі субгоризонтальні рухи та напруження не могли привести до занурення блоків дорифейського фундаменту ДДЗ на сучасному рівні.

8) Вперше одержано, що збільшення тріщинуватості порід призводить до різких якісних і кількісних змін у розподілі зсувних переміщень, напружень і аномального гравітаційного поля, які виникають в зоні вогнища землетрусу, з характерною появою нерегулярних областей максимумів та мінімумів, кількість яких зростає по мірі збільшення тріщинуватості.

9) Вперше одержано, що протягом активного рифтового етапу розвитку в герцинський період (380 - 360 млн. років тому), принаймні, центральна частина ДДЗ, піддавалася впливу серії потужних астенолітів з температурою аномальної мантії на границі М не нижче 1200°C. Астеноліти з більш помірною температурою аномальної мантії порядку 1000°C на границі М не могли привести до нинішнього стану розвитку земної кори основної частини ДДЗ.

10) Визначено, що характер розподілу теплових полів в околицях локальних температурних аномалій (ЛТА) в зонах СА ДДЗ залежить від потужності цих аномалій, їх стабільності в часі та місця розташування відносно горизонтів земної кори. Встановлення температурних полів в околицях ЛТА в залежності від їх розташування відбувається на протязі 1-5 мільйонів років.

11) Вперше одержано, що для базальтових магм важливою умовою їх тривалого існування в рідкому стані є достатньо низька величина коефіцієнту тепловіддачі магми з навколишніми породами, яка не перевищує $\sim 10^{-2}$ Вт/(м²·град). Незначне збільшення цього коефіцієнту призводить до охолодження магми в каналі та початку процесів кристалізації уздовж стінок каналу.

Практична значимість дисертаційної роботи полягає у реалізації розробленої варіаційної скінчено-елементної методики для розв'язання широкого класу геофізичних задач у вигляді прикладних пакетів програм для забезпечення моделювання відповідних геодинамічних процесів, результатах розв'язання нових задач геодинаміки, які дозволяють на кількісному рівні досліджувати конкретні геофізичні процеси, що протікають у складних неоднорідних геодинамічних об'єктах і відповідно робити фундаментальні висновки та важливі народногосподарські прогнози. При цьому основну цінність представляють наступні **практичні результати дисертаційного дослідження.**

1) Виявлений геодинамічний вплив в'язкопружності мантії, в'язкості рідкого ядра Землі, радіальної анізотропії мантії, горизонтальних неоднорідностей верхньої мантії, а також великомасштабних неоднорідностей мантії на обертальні характеристики Землі, що визначаються параметрами збуреної нутації та добовими числами Ляви і Шиди 2-го порядку, дозволяє уточнити внутрішню будову Землі.

2) Виявлений ступінь впливу сучасних розломно-блокових геотектонічних рухів на швидкості змінювання денної поверхні соляних і несоляних локальних та регіональних структур ДДЗ і на їх локальні гравітаційні поля дозволяє проводити цілеспрямований комплексний геофізичний моніторинг цих геоструктур з метою знаходження вуглеводневої сировини та побудови великих технічних споруд в умовах сучасної геотектонічної активності.

3) Виявлена на основі GPS-даних загальна спрямованість стійких сучасних горизонтальних рухів регіону ДДЗ у північно-західному напрямку доводить, що розглянутий регіон разом з іншою українською частиною Східно-Європейської континентальної плити випробовує насування з боку Північно-Кавказько-Кримського складчастого поясу.

4) Одержані результати доводять, що визначальна роль у формуванні та розвитку Дніпровсько-Донецького авлакогену належить саме серії потужних мантійних діапїрів, що піднімалися і розтікалися від центральної осі авлакогену вбік його периферій у герцинський період. З іншого боку наявність сильного горизонтального стиснення з боку УЩ і ВКМ, починаючи з рифейського періоду і закінчуючи сучасним етапом розвитку ДДЗ, не могла привести до суттєвого просідання блоків консолідованої земної кори, які підпали під найбільші зміни на протязі розвитку ДДЗ.

5) Одержані результати доводять, що протягом активного рифтового етапу розвитку в герцинський період, принаймні, центральна частина ДДЗ, піддавалася впли-

ву серії потужних астенолітів з температурою аномальної мантії на границі М не нижче 1200°C . Появи астенолітів з температурою аномальної мантії порядку 1000°C на границі М не могли привести до нинішнього стану розвитку земної кори основної частини ДДЗ.

Достовірність одержаних практичних результатів забезпечується: коректністю геофізичних моделей і варіаційних формулювань задач в'язкопружності та теплопровідності, строгістю реалізації скінчено-елементного підходу, верифікацією тестових прикладів варіаційної скінчено-елементної методики, співставленням отриманих геофізичних результатів з даними інших авторів, використанням критеріїв збіжності чисельних результатів на основі згущення скінчено-елементної сітки, а також контролем точності задоволення граничних умовам.

Особистий внесок здобувача. Дисертаційна робота є самостійним науковим дослідженням, в якій реалізовані ідеї автора в області чисельного моделювання в'язкопружних і теплових геодинамічних процесів та геофізичної інтерпретації отриманих результатів. Автором розроблено варіаційну скінчено-елементну методику для дослідження різноманітних геофізичних процесів, що охоплюють такі області геодинаміки як: обертання Землі, новітня геотектоніка, регіональна геотектоніка, плитна та внутрішньоплитна геотектоніка, теплова геофізика. Самостійно розроблені геофізичні моделі відповідних геодинамічних процесів та розв'язані на основі представленої методики конкретні задачі у цих областях геодинаміки. Проведено геофізичну інтерпретацію отриманих результатів, виявлено геодинамічні закономірності. Усі публікації по темі дисертації за виключенням статті [97] виконані автором самостійно. В цій статті автору належить побудова геофізичної моделі, її чисельна реалізація, геофізична інтерпретація результатів.

Апробація результатів. Основні теоретичні та прикладні результати дисертаційної роботи представлені в журналах з перечною ДАК України: "Геофизический журнал", "Геоінформатика", "Физика и кинематика небесных тел", а також в іноземних наукових періодичних виданнях, збірниках наукових праць, тезах, електронних виданнях.

Основні положення дисертації доповідались на міжнародних і вітчизняних конференціях: Journees – 2003, St.-Petersburg, 2003; Astronomy in Ukraine – Past, Present and Future, Kiev – 2004; Астрономія – 2005: Состояние и перспективы развития, Москва – 2005; Astronomy and space physics at Kyiv University, Kyiv – 2005; Modern problems of astronomy, Odessa – 2007; Геофізичні технології прогнозування та моніторингу геологічного середовища, Львів – 2008; The study of the Earth as a planet by methods of geophysics, geodesy and astronomy, Kiev – 2009; XI Міжнародна конференція “Геоінформатика: теоретичні та прикладні аспекти”, Київ – 2012; XII Міжнародна конференція “Геоінформатика: теоретичні та прикладні аспекти”, Київ – 2013; XIII Міжнародна конференція “Геоінформатика: теоретичні та прикладні аспекти”, Київ – 2014.

Публікації. За темою дисертації опубліковано 49 наукових робіт, з них 25 статей в журналах та збірниках наукових праць з перечною ДАК України, з яких 4 статті опубліковані в іноземних наукових періодичних виданнях, що входять до міжнародних наукометричних баз даних.

Структура та об’єм роботи. Дисертація складається зі вступу, восьми розділів, висновків і списку літератури, до якого входить 342 найменування. Основну частину роботи викладено на 331 сторінці машинописного тексту. Робота містить 124 рисунки та 11 таблиць.

Я щиро вдячний В. І. Старостенку та М. І. Орлюку за доброзичливе ставлення і підтримку моєї роботи.

Хочу подякувати Я. М. Хазану та В. В. Гордієнку за цінні вказівки і рекомендації щодо моєї роботи.

Розділ 1. Формулювання в'язкопружних і теплових геофізичних задач у варіаційній постановці

В даному розділі на основі універсальних співвідношень механіки і термодинаміки суцільного середовища отримані системи рівнянь лінеаризованих квазістационарних в'язкопружних і теплових геофізичних задач для термореологічно простого середовища з затухаючою пам'яттю. Сформульовані відповідні плоскі, осесиметричні та в наближенні шаруватих анізотропних оболонок задачі у варіаційній постановці.

§ 1.1 Загальні рівняння механіки і термодинаміки суцільного середовища для опису в'язкопружних і теплових геофізичних процесів.

Для описання в'язкопружних і теплових процесів у геодинаміці будемо використовувати універсальні співвідношення механіки і термодинаміки суцільного середовища. Рух суцільного середовища (неперервної сукупності точок) визначається по відношенню до деякої системи відліку і характеризується співвідношеннями [57, 152]:

$$\mathbf{X}_i(t) = \mathbf{F}_i(x_i, t), i = 1, 2, 3. \quad (1.1.1)$$

Тут \mathbf{X}_i та x_i - координати точки відповідно у Лагранжевій та Ейлеровій системах відліку, t - поточний момент часу, \mathbf{F}_i - неперервна векторна функція відносно просторових координат і часу. У даному випадку компоненти вектора переміщень визначаються наступним чином:

$$\mathbf{u}_i(\mathbf{X}_i, t) = \mathbf{F}_i(x_i, t) - x_i. \quad (1.1.2)$$

Введемо геометричні співвідношення, що встановлюють зв'язок між компонентами тензора деформацій і компонентами вектора переміщень. Якщо деформації та переміщення малі, то між ними існує лінійна залежність, яка виражається співвідношеннями Коші [89, 90, 121]:

$$\mathbf{e}_{ij} = \frac{1}{2}(\mathbf{u}_{i,j} + \mathbf{u}_{j,i}), i, j = 1, 2, 3, \quad (1.1.3)$$

ТУТ $(*)_{,j} = \frac{(*)}{\partial x_j}$.

Напружений стан суцільного середовища визначається тензором напружень y_{ij} , при цьому якщо задати одиничну площадку з одиничною нормаллю \vec{n} , то у напрямку \vec{n} з боку напруженого середовища буде діяти сила [89, 90, 121]:

$$\mathbf{f}_i = y_{ij} \mathbf{n}_j, i, j = 1, 2, 3. \quad (1.1.4)$$

Згідно другому з-ну Н'ютона, рівняння що описує рух тіла у наближенні суцільного середовища може бути представлено у вигляді [57, 152]:

$$y_{ij,j} + \mathbf{b}_i = \rho \ddot{\mathbf{u}}_i. \quad (1.1.5)$$

Тут ρ - густина тіла, \mathbf{b}_i - компонента масової сили, яка діє на одиницю об'єму тіла,

$$(\dot{*}) = \frac{\partial(*)}{\partial t}.$$

Перший з-н термодинаміки у локальному формулюванні для одиниці об'єму суцільного середовища може бути представлений у вигляді [132]:

$$\dot{\mathbf{e}} = y_{ij} \mathbf{e}_{ij} - \mathbf{g}_{i,i} + \mathbf{c}. \quad (1.1.6)$$

Тут $\mathbf{e} = \mathbf{e}(x_i, t)$ - внутрішня енергія, \mathbf{g}_i - компонента вектору теплового потоку, $\mathbf{c} = \mathbf{c}(x_i, t)$ - потужність внутрішніх джерел тепла. Другий з-н термодинаміки для суцільного середовища у локальному формулюванні представимо у вигляді нерівності Клазіуса-Дюгема [62, 132]:

$$\dot{\mathbf{z}} \geq \frac{\mathbf{c}}{\mathbf{T}} - \frac{\mathbf{g}_{i,i}}{\mathbf{T}} + \mathbf{g}_i \frac{\mathbf{T}_{,i}}{\mathbf{T}^2}. \quad (1.1.7)$$

Тут \mathbf{z} - питома ентропія, \mathbf{T} - абсолютна температура. Внутрішня енергія \mathbf{e} зв'язана з вільною енергією \mathbf{w} , абсолютною температурою і питомою ентропією співвідношенням [62, 132]:

$$\mathbf{e} = \mathbf{w} + \mathbf{Tz}. \quad (1.1.8)$$

Після підстановки (1.1.8) у (1.1.6) отримуємо:

$$y_{ij} \dot{\mathbf{e}}_{ij} - \mathbf{g}_{i,i} + \mathbf{c} - \dot{\mathbf{w}} - \dot{\mathbf{Tz}} - \mathbf{Tz} = 0. \quad (1.1.9)$$

Введемо параметр, що характеризує густину утворення ентропії - \mathbf{r} , тоді на підставі нерівності Клазіуса-Дюгема (1.1.7) і співвідношення (1.1.9) отримуємо нерівність:

$$\mathbf{T}\mathbf{g} = -\dot{\mathbf{T}}\mathbf{z} - \dot{\mathbf{m}} + \mathbf{y}_{ij}\dot{\mathbf{e}}_{ij} - \frac{\mathbf{T}_i}{\mathbf{T}}\mathbf{g}_i \geq 0. \quad (1.1.10)$$

Виходячи з цієї нерівності можна представити другий з-н термодинаміки у вигляді системи нерівностей Фур'є та Планка [62, 132]:

$$\mathbf{T}_i\mathbf{g}_i \leq 0, \quad (1.1.11)$$

$$\mathbf{T}\mathbf{g}_e = -\dot{\mathbf{T}}\mathbf{z} - \dot{\mathbf{m}} + \mathbf{y}_{ij}\dot{\mathbf{e}}_{ij} \geq 0. \quad (1.1.12)$$

Тут параметр \mathbf{g}_e - характеризує густину внутрішнього видобутку ентропії. Для отримання замкнених систем рівнянь в'язкопружності та теплопровідності до представлених рівнянь механіки та термодинаміки необхідно додати рівняння, що характеризують індивідуальні властивості суцільного середовища.

Розглянемо анізотропне в'язкопружне середовище, механічні властивості якого залежать від температури у відповідності з принципом температурно-часової аналогії [62, 83]. Зміст цього принципу полягає у тому, що для широкого класу так званих термореологічно простих матеріалів із затухаючою пам'яттю [83, 205] існує функція температурно-часового зсуву $a[\mathbf{T}(x_i, t)]$ така, що введення приведенного часу:

$$\xi(x_i, t) = \int_0^t \frac{dt_1}{a[\mathbf{T}(x_i, t_1)]}, \quad (1.1.13)$$

дозволяє паралельно зсувати температурно-часові криві, що надає можливість суттєвого спрощення визначаючих (реологічних) співвідношень середовища, які встановлюють зв'язок між тензорами напружень та деформацій [62, 83].

Введемо позначення:

$$\mathbf{e}_{ij}^* = \mathbf{e}_{ij} - \mathbf{b}_T^{\dot{\theta}} \mathbf{f}. \quad (1.1.14)$$

Тут величини з кришками визначаються за формулою $\mathbf{f}(x_i, \xi) = f(x_i, t)$; $\mathbf{b}_T^{\dot{\theta}}$ - тензор сталих коефіцієнтів лінійного розширення; $\theta = T - T^0$, де T, T^0 - відповідно поточна та початкова температури середовища. У випадку термореологічно простого матеріалу вільна енергія \mathbf{m} є функціоналом історії деформацій \mathbf{e}_{ij}^* і температури T .

Використовуючи гіпотезу про затухаючу пам'ять [62, 83], розкладемо вільну енергію у ряд Тейлора з точністю до членів другого порядку малості відносно \mathbf{e}_{ij}^* :

$$\begin{aligned} \mathbf{m} &= \mathbf{m}_1(\mathcal{F}) + \int_{-\infty}^{\xi} \mathbf{J}_{ij}(\xi - \xi_1) \frac{\partial \mathbf{e}_{ij}^*(x_k, \xi_1)}{\partial \xi_1} d\xi_1 + \\ &+ \int_{-\infty}^{\xi} \int_{-\infty}^{\xi} \mathbf{J}_{ijkl}(\xi - \xi_1, \xi - \xi_2) \frac{\partial \mathbf{e}_{ij}^*(x_k, \xi_1)}{\partial \xi_1} \frac{\partial \mathbf{e}_{kl}^*(x_k, \xi_2)}{\partial \xi_2} d\xi_1 d\xi_2 + O(\mathbf{e}_{ij}^{*3}), \end{aligned} \quad (1.1.15)$$

де $\mathbf{J}_{ij}, \mathbf{J}_{ijkl}$ - деякі тензорні функції. Тут у випадку спочатку ненапруженого тіла $\mathbf{J}_{ij} = 0$. Після диференціювання \mathbf{m} відносно ξ отримуємо вираз:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \xi} &= \frac{d\mathbf{m}_1}{d\mathcal{F}} \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \xi} + \frac{\partial \mathbf{e}_{ij}^*(x_k, \xi_1)}{\partial \xi} \int_{-\infty}^{\xi} \mathbf{J}_{ijkl}(0, \xi - \xi_2) \frac{\partial \mathbf{e}_{kl}^*(x_k, \xi_2)}{\partial \xi_1} d\xi_2 + \\ &+ \int_{-\infty}^{\xi} \int_{-\infty}^{\xi} \frac{\partial \mathbf{J}_{ijkl}(\xi - \xi_1, \xi - \xi_2)}{\partial \xi} \frac{\partial \mathbf{e}_{ij}^*(x_k, \xi_1)}{\partial \xi_1} \frac{\partial \mathbf{e}_{kl}^*(x_k, \xi_2)}{\partial \xi_2} d\xi_1 d\xi_2. \end{aligned} \quad (1.1.16)$$

Представимо нерівність (1.1.12) у просторі приведенного часу:

$$\mathbf{a}(\mathcal{F}) \mathcal{F} \mathbf{e}_e = -\mathbf{e} \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial \xi} + \mathbf{e}_{ij} \frac{\partial \mathbf{e}_{ij}}{\partial \xi} - \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \xi} \geq 0.$$

Після підстановки в цю нерівність $\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \xi}$ з (1.1.16) отримуємо вираз:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}(\mathcal{F}) \mathcal{F} \mathbf{e}_e &= \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial \xi} \left[-\mathbf{e} - \frac{\partial \mathbf{m}_1}{\partial \mathcal{F}} + \mathbf{b}_{\mathcal{T}}^{ij} \int_{-\infty}^{\xi} \mathbf{J}_{ijkl}(0, \xi - \xi_2) \frac{\partial \mathbf{e}_{kl}^*(x_k, \xi_2)}{\partial \xi_2} d\xi_2 \right] + \\ &+ \frac{\partial \mathbf{e}_{ij}}{\partial \xi} \left[\mathbf{e}_{ij} - \int_{-\infty}^{\xi} \mathbf{J}_{ijkl}(0, \xi - \xi_2) \frac{\partial \mathbf{e}_{kl}^*(x_k, \xi_2)}{\partial \xi_2} d\xi_2 \right] - \\ &- \int_{-\infty}^{\xi} \int_{-\infty}^{\xi} \frac{\partial \mathbf{J}_{ijkl}(\xi - \xi_1, \xi - \xi_2)}{\partial \xi} \frac{\partial \mathbf{e}_{ij}^*(x_k, \xi_1)}{\partial \xi_1} \frac{\partial \mathbf{e}_{kl}^*(x_k, \xi_2)}{\partial \xi_2} d\xi_1 d\xi_2. \end{aligned} \quad (1.1.17)$$

Вираз (1.1.17) справедливий для довільних процесів, тому він повинний виконуватись при будь-яких значеннях $\frac{\partial \mathcal{T}}{\partial \xi}$ та $\frac{\partial \mathbf{e}_{ij}}{\partial \xi}$. Таким чином коефіцієнти при цих величинах перетворюються у нуль. В результаті отримуємо визначені співвідношення, що описують індивідуальні властивості середовища, а також дисипативну нерівність:

$$\mathbf{e} = -\frac{\partial \mathbf{m}_1}{\partial \mathcal{F}} + \mathbf{b}_{\mathcal{T}}^{ij} \int_{-\infty}^{\xi} \mathbf{J}_{ijkl}(0, \xi - \xi_2) \frac{\partial \mathbf{e}_{kl}^*(x_k, \xi_2)}{\partial \xi_2} d\xi_2; \quad (1.1.18)$$

$$\mathbf{f}_{ij} = \int_{-\infty}^{\xi} \mathbf{J}_{ijkl}(0, \xi - \xi_2) \frac{\partial \mathbf{e}_{kl}^*(x_k, \xi_2)}{\partial \xi_2} d\xi_2; \quad (1.1.19)$$

$$a(\mathbf{f})\mathbf{f}_e = - \int_{-\infty}^{\xi} \int_{-\infty}^{\xi} \frac{\partial \mathbf{J}_{ijkl}(\xi - \xi_1, \xi - \xi_2)}{\partial \xi} \frac{\partial \mathbf{e}_{ij}^*(x_k, \xi_1)}{\partial \xi_1} \frac{\partial \mathbf{e}_{kl}^*(x_k, \xi_2)}{\partial \xi_2} d\xi_1 d\xi_2 \geq 0. \quad (1.1.20)$$

Далі виходячи з співвідношень (1.1.9) і (1.1.12) отримуємо рівняння енергії:

$$\mathbf{T}\mathbf{r}_e = -\mathbf{g}_{i,i} + \mathbf{c} - \mathbf{T}\dot{\mathbf{z}} = 0. \quad (1.1.21)$$

Вводячи параметр \mathbf{k} , який характеризує тепловий ефект, пов'язаний з лінійним розширенням тіла:

$$\mathbf{k} = \mathbf{c}\mathbf{T} - \mathbf{T}\dot{\mathbf{z}}, \quad (1.1.22)$$

а також закон Фур'є для анізотропного тіла:

$$\mathbf{g}_{i,i} = -(\mathbf{l}_{ij}\mathbf{T}_j)_{,i}, \quad (1.1.23)$$

отримаємо рівняння теплопровідності для анізотропного тіла в загальному вигляді:

$$\mathbf{c}\mathbf{T} = (\mathbf{l}_{ij}\mathbf{T}_j)_{,i} + \mathbf{k} + \mathbf{c} + \mathbf{T}\mathbf{r}_e. \quad (1.1.24)$$

Тут \mathbf{c} - питома теплоємність середовища, \mathbf{l}_{ij} - тензор коефіцієнтів теплопровідності середовища.

Таким чином маємо замкнену систему рівнянь в'язкопружності для терморологічно простих матеріалів із затухаючою пам'яттю: (1.1.3), (1.1.5), (1.1.19), а також дисипативну нерівність (1.1.20) і рівняння теплопровідності (1.1.24), які необхідно доповнити відповідними граничними і початковими умовами. Граничні умови для в'язкопружних задач можуть бути трьох видів. У випадку першої граничної задачі на поверхні досліджуваної області задаються компоненти вектора поверхневого навантаження, які взагалі можуть залежати від часу:

$$\mathbf{y}_{ij}(t)\mathbf{n}_j = \mathbf{f}_i^*(t). \quad (1.1.25)$$

У випадку другої граничної задачі на поверхні задаються компоненти вектора переміщень, які також можуть залежати від часу:

$$\mathbf{u}_i(t) = \mathbf{u}_i^*(t). \quad (1.1.26)$$

Змішана гранична задача відповідає заданню на часті поверхні навантаження (1.1.25), на решті поверхні - переміщень (1.1.26). Початкові умови задаються у виді:

$$\mathbf{u}_i(x_k, t=0) = \mathbf{u}_i^0, \dot{\mathbf{u}}_i(x_k, 0) = \mathbf{v}_i^0, i = 1, 2, 3. \quad (1.1.27)$$

Граничні умови для задачі теплопровідності на поверхні досліджуваної області можуть бути також трьох видів:

- задання розподілу температури (умова першого роду):

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}^*; \quad (1.1.28)$$

- задання розподілу потоку тепла (умова другого роду):

$$\mathbf{l}_{ij} \mathbf{T}_{,j} \mathbf{n}_i = \mathbf{g}_n^*; \quad (1.1.29)$$

- задання конвективного теплообміну поверхні області з навколишнім середовищем (умова третього роду):

$$\mathbf{l}_{ij} \mathbf{T}_{,j} \mathbf{n}_i = \mathbf{b}_n (\mathbf{T} - \mathbf{T}^c); \quad (1.1.30)$$

тут \mathbf{T}^* , \mathbf{g}_n^* - задані функції температури і теплового потоку, $\mathbf{b}_n, \mathbf{T}^c$ - коефіцієнт тепловіддачі та температура навколишнього середовища, \mathbf{n}_i - компонента вектору одиничної нормалі до поверхні.

Початкові температурні умови задаються у вигляді розподілу початкової температури на границі досліджуваної області:

$$\mathbf{T}(x_k, 0) = \mathbf{T}^0. \quad (1.1.31)$$

§ 1.2 Квазістаціонарні в'язкопружні задачі при циклічному навантаженні

У геодинаміці та геотектоніці часто зустрічаються повільні квазівстановлені процеси, в яких перехідними стадіями можна знехтувати і розглядати їх, як деяку сукупність проміжних рівноважних станів середовища. Оскільки при цьому всі параметри середовища змінюються однаково, то такий процес можна описувати, як процес коливань з єдиною характерною частотою. Виходячи з цих міркувань розглянемо в'язкопружну модель: (1.1.3), (1.1.5), (1.1.19), (1.1.25), (1.1.26), (1.1.27) при циклічному навантаженні. В'язкопружний процес є циклічним, якщо історії деформацій та напружень є періодичними функціями часу із загальним періодом T_ω . При дії зовнішніх циклічних навантажень у в'язкопружних тілах відбувається швидке затухання вищих гармонік і встановлення режиму одночастотних коливань. У даному випадку, всі точки тіла здійснюють коливання з однією частотою збурюючого навантаження. Припустимо, що функція зовнішньої механічної дії представляється у вигляді:

$$\mathbf{f}_i = \mathbf{f}'_i \cos \omega t - \mathbf{f}''_i \sin \omega t. \quad (1.2.1)$$

Тоді розв'язання задачі про вимушені коливання будемо шукати у вигляді:

$$\mathbf{u}_i(x_k, t) = \mathbf{u}'_i(x_k, t) \cos \omega t - \mathbf{u}''_i(x_k, t) \sin \omega t. \quad (1.2.2)$$

Після підстановки (1.2.2) у рівняння Коші (1.1.3) отримуємо співвідношення:

$$\mathbf{e}'''_{ij} = \frac{1}{2}(\mathbf{u}'''_{ij} + \mathbf{u}'''_{ji}). \quad (1.2.3)$$

Диференціюючи (1.2.2) за часом, враховуючи при цьому виконання рівності:

$$\dot{\mathbf{u}}'_i(x_k, t) \cos \omega t = \dot{\mathbf{u}}''_i(x_k, t) \sin \omega t,$$

після підстановки відповідних похідних у рівняння руху (1.1.5), в результаті перетворень отримуємо систему рівнянь:

$$\begin{aligned} \rho \dot{\mathbf{u}}'_i &= (-\rho \omega \mathbf{u}'_i \cos \omega t + \rho \omega \mathbf{u}''_i \sin \omega t - \frac{1}{\omega} \mathbf{y}_{ij,j} - \frac{1}{\omega} \mathbf{b}_i) \sin \omega t; \\ \rho \dot{\mathbf{u}}''_i &= (-\rho \omega \mathbf{u}'_i \cos \omega t + \rho \omega \mathbf{u}''_i \sin \omega t - \frac{1}{\omega} \mathbf{y}_{ij,j} - \frac{1}{\omega} \mathbf{b}_i) \cos \omega t. \end{aligned} \quad (1.2.4)$$

Застосуємо до системи рівнянь (1.2.4) метод осереднення [62] на інтервалі $(0, T_\omega)$.

В результаті осереднення отримуємо систему рівнянь для осереднених величин:

$$\begin{aligned}
2\rho\dot{\mathbf{u}}_i' &= \rho\omega\mathbf{u}_i'' + \frac{1}{\omega}\langle\mathbf{y}_{ij,j}\rangle_s + \frac{1}{\omega}\mathbf{b}_i''; \\
2\rho\dot{\mathbf{u}}_i'' &= -\rho\omega\mathbf{u}_i' - \frac{1}{\omega}\langle\mathbf{y}_{ij,j}\rangle_c - \frac{1}{\omega}\mathbf{b}_i'.
\end{aligned}
\tag{1.2.5}$$

Тут введені позначення:

$$\langle(*)\rangle = \frac{1}{T_\omega} \int_0^{T_\omega} (*) dt, \langle(*)\rangle_c = \langle(*)\rangle_{(-\sin\omega t)}, \langle(*)\rangle_s = \langle(*)\rangle_{(\cos\omega t)}.$$

Застосовуючи аналогічні процедури до співвідношень: (1.1.25), (1.1.26), (1.1.27) отримаємо відповідні граничні та початкові умови:

$$\langle\mathbf{y}_{ij}\rangle_c \mathbf{n}_j = \mathbf{f}_i', \langle\mathbf{y}_{ij}\rangle_s \mathbf{n}_j = \mathbf{f}_i'';
\tag{1.2.6}$$

$$\mathbf{u}_i' = \mathbf{u}_i^{*'}, \mathbf{u}_i'' = \mathbf{u}_i^{*''};
\tag{1.2.7}$$

$$\mathbf{u}_i' = \mathbf{u}_i^0, \mathbf{u}_i'' = \frac{1}{\omega} \mathbf{v}_i^0.
\tag{1.2.8}$$

Оскільки розглядаються гармонічні коливання, які збурюються навантаженням з частотою ω , то в силу періодичності функцій $y_{ij}(t)$ інтегрування по інтервалу $(0, T_\omega)$ можна замінити інтегруванням по періоду коливань $(0, 2\pi/\omega)$. В цьому випадку величини $\langle\mathbf{y}_{ij}\rangle_c$ і $\langle\mathbf{y}_{ij}\rangle_s$ - є амплітудами гармонічних реакцій напружень:

$$\langle\mathbf{y}_{ij}\rangle_c = \mathbf{y}_{ij}', \langle\mathbf{y}_{ij}\rangle_s = \mathbf{y}_{ij}''.$$

Виходячи з співвідношень (1.2.5) рівняння руху в'язкопружної задачі при гармонічному навантаженні можна представити у комплексній формі:

$$2\rho\omega\tilde{\mathbf{f}}_i = \tilde{\mathbf{y}}_{ij,j} + \tilde{\mathbf{b}}_i + \rho\omega^2\tilde{\mathbf{u}}_i;
\tag{1.2.9}$$

тут введені позначення: $(\tilde{*}) = (*)' + \mathfrak{f}(*), \mathfrak{f} = \sqrt{-1}$.

При такому підході реологічні співвідношення (1.1.19) можна записати у виді узагальненого закону Гука в комплексній формі [62, 90]:

$$\tilde{\mathbf{y}}_{ij,j} = \tilde{\mathbf{c}}_{ijkl} \tilde{\mathbf{e}}_{kl}.
\tag{1.2.10}$$

Дійсні та уявні частини комплексного тензора коефіцієнтів $\tilde{\mathbf{c}}_{ijkl}$ називаються коефіцієнтами накопичення і втрат енергії відповідно. Для терморологічно простих матеріалів із затухаючою пам'яттю вони співвідносяться з функціями релаксації наступним чином [62, 63]:

$$\mathbf{c}'_{ijkl}(\Omega) = \mathbf{c}^{\infty}_{ijkl} + \omega \int_0^{\infty} \mathbf{c}^r_{ijkl}(\tau) \sin \Omega \tau d\tau, \mathbf{c}''_{ijkl}(\Omega) = \omega \int_0^{\infty} \mathbf{c}_{ijkl}(\tau) \cos \Omega \tau d\tau; \quad (1.2.11)$$

тут $\mathbf{c}^{\infty}_{ijkl}$ - постійні пружні модулі; $\mathbf{c}^r_{ijkl}(t) = \mathbf{c}_{ijkl}(t) - \mathbf{c}^{\infty}_{ijkl}$; $\Omega = \omega a[\mathbf{T}]$ - приведена частота.

При розгляді довготривалих геодинамічних процесів перехідними стадіями і початковими умовами можна знехтувати ($\dot{\mathbf{u}}_i = \ddot{\mathbf{u}}_i = 0$). Остаточна квазістаціонарна система рівнянь в'язкопружності, яка призначена для описання геодинамічних процесів може бути представлена у наступному комплексному виді:

$$\rho \omega^2 \tilde{\mathbf{u}}_i + \tilde{\mathbf{y}}_{ij,j} + \tilde{\mathbf{b}}_i = 0; \quad (1.2.12)$$

$$\tilde{\mathbf{y}}_{ij} = \tilde{\mathbf{c}}_{ijkl} \tilde{\mathbf{e}}_{kl}; \quad (1.2.13)$$

$$\tilde{\mathbf{y}}_{ij} \mathbf{n}_j = \tilde{\mathbf{f}}_i^* \text{ на } S_{\sigma}; \quad (1.2.14)$$

$$\tilde{\mathbf{u}}_i = \tilde{\mathbf{u}}_i^* \text{ на } S_u. \quad (1.2.15)$$

Ця система рівнянь взагалі є нелінійною, оскільки фізико-механічні характеристики в'язкопружного середовища, а також амплітуди компонент тензорів деформацій і напружень залежать від навколишньої температури. Однак для більшості актуальних задач геодинаміки та геотектоніки цими залежностями можна знехтувати і обмежитись розглядом лінійних задач.

§ 1.3 Задача теплопровідності для в'язкопружного середовища

При описанні теплових геофізичних процесів також актуально розглядати наближення терморологічно простого в'язкопружного середовища, оскільки при цьому може бути охоплений дуже широкий спектр теплових процесів у геодинаміці та геотектоніці. В цьому випадку може бути використана загальна замкнена система нелінійних рівнянь: (1.1.20), (1.1.24), (1.1.28), (1.1.29), (1.1.30), (1.1.31). Нелінійність цих рівнянь обумовлена зв'язаністю теплових і механічних полів. Доречно припускати, що функції зовнішньої теплової дії у більшості геодинамічних і геотектонічних задач достатньо повільно змінюються в часі. Беручи до уваги цей факт, представимо температурні граничні умови (1.1.28) у вигляді: $\mathbf{T} = \bar{\mathbf{T}}^*$. Тоді розв'язання задачі теплопровідності, згідно висновкам роботи [132], можна шукати у виді:

$$\mathbf{T}(x_k, t) = \bar{\mathbf{T}}(x_k, t), \quad (1.3.1)$$

тут риска зверху позначає осереднені величини, які повільно змінюються. Виходячи з співвідношень (1.1.20) і (1.1.24) можна отримати рівняння теплопровідності у вигляді:

$$c \dot{\bar{\mathbf{T}}} = (\mathbf{l}_{ij} \bar{\mathbf{T}}_j)_i + \bar{\mathbf{c}} + \bar{\mathbf{k}} + \bar{\mathbf{D}}_m, \quad (1.3.2)$$

тут $\bar{\mathbf{D}}_m$ - швидкість дисипації механічної енергії. З дисипативної нерівності (1.1.20) слідує, що коли компоненти тензорів напружень і деформацій терморологічно простого в'язкопружного середовища повільно змінюються по гармонічному закону з частотою ω , швидкість дисипації механічної енергії може бути представлена у виді:

$$\bar{\mathbf{D}}_m = \langle \bar{\mathbf{y}}_{ij} \bar{\mathbf{e}}_{ij} \rangle = \frac{\omega}{2} (\mathbf{y}_{ij}'' \mathbf{e}_{ij}' - \mathbf{y}_{ij}' \mathbf{e}_{ij}''). \quad (1.3.3)$$

Доповнюючи отримані рівняння відповідними граничними та початковими умовами:

$$\bar{\mathbf{T}} = \bar{\mathbf{T}}^*; -\mathbf{l}_{ij} \bar{\mathbf{T}}_j \mathbf{n}_i = \bar{\mathbf{g}}_n^*; -\mathbf{l}_{ij} \bar{\mathbf{T}}_j \mathbf{n}_i = \mathbf{b}_n (\bar{\mathbf{T}} - \mathbf{T}^c); \quad (1.3.4)$$

$$\bar{\mathbf{T}}(x_k, 0) = \mathbf{T}^0, \quad (1.3.5)$$

отримуємо замкнену нелінійну систему рівнянь теплопровідності для

в'язкопружного середовища під дією зовнішніх теплових впливів, які повільно змінюються у часі. Враховуючи великі розміри розглядаємих у подальшому геодинамічних і геотектонічних об'єктів, протяжність у часі теплових процесів у них, локальними тепловими ефектами, які пов'язані з дисипацією механічної енергії та тепловим лінійним розширенням можна знехтувати ($\bar{D}_m = 0, \bar{k} = 0$), тоді представлена вище нелінійна система рівнянь теплопровідності: (1.3.2), (1.3.4), (1.3.5) стає лінійною.

§ 1.4 Варіаційні постановки квазістаціонарної задачі в'язкопружності та задачі теплопровідності

В силу пружно-в'язкопружної аналогії при циклічному деформуванні [62, 63, 83], представлена вище квазістаціонарна в'язкопружна задача: (1.2.12), (1.2.13), (1.2.14), (1.2.15), (1.2.16) може бути розв'язана методами теорії пружності. Найбільш універсальними в практичному відношенні для задач теорії пружності є чисельні методи, які ґрунтуються на варіаційних принципах [1, 146]. Окремо, для розв'язання квазістаціонарної задачі в'язкопружності зручно використовувати модифікований варіаційний принцип Лагранжа в формі переміщень [136, 145, 146], який у даному випадку виражає принцип мінімуму повної квазістаціонарної (квазіпотенціальної) енергії. Наперед вважаючи, що виконуються співвідношення Коші (1.2.13), реологічні співвідношення (1.2.14), граничні умови (1.2.16), побудуємо комплексний функціонал Лагранжа у вигляді:

$$\tilde{E}(\tilde{\mathbf{u}}_i) = \frac{1}{2} \int_V [\tilde{\mathbf{c}}_{ijkl} \tilde{\mathbf{e}}_{ij} \tilde{\mathbf{e}}_{kl} - \tilde{\mathbf{b}}_i \tilde{\mathbf{u}}_i - \rho \omega^2 \tilde{\mathbf{u}}_k \tilde{\mathbf{u}}_k] dV - \int_{S_\sigma} \tilde{\mathbf{f}}_k \tilde{\mathbf{u}}_k dS; \quad (1.4.1)$$

тут V - об'єм області, яка досліджується, S_σ - частина граничної поверхні, на якій задані поверхневі сили. Тоді на множині достатньо гладких функцій варіація функціоналу (1.4.1) дорівнює нулю в тому випадку, коли $\tilde{\mathbf{u}}_i$ є розв'язками задачі в'язкопружності: (1.2.12), (1.2.13), (1.2.14), (1.2.15), (1.2.16). Проваріювавши функціонал (1.4.1) відносно $\tilde{\mathbf{u}}_i$, і враховуючи співвідношення Коші (1.2.13), отримаємо вираз:

$$\delta \tilde{E}(\tilde{\mathbf{u}}_i) = \int_V [\tilde{\mathbf{c}}_{ijkl} \tilde{\mathbf{e}}_{ij} (\delta \tilde{\mathbf{u}}_k)_{,l} - \tilde{\mathbf{b}}_i \delta \tilde{\mathbf{u}}_i - \rho \omega^2 \tilde{\mathbf{u}}_k \delta \tilde{\mathbf{u}}_k] dV - \int_{S_\sigma} \tilde{\mathbf{f}}_k \delta \tilde{\mathbf{u}}_k dS. \quad (1.4.2)$$

Далі здійснюючи перетворення: $\tilde{\mathbf{c}}_{ijkl} \tilde{\mathbf{e}}_{ij} (\delta \tilde{\mathbf{u}}_k)_{,l} = (\tilde{\mathbf{c}}_{ijkl} \tilde{\mathbf{e}}_{ij} \delta \tilde{\mathbf{u}}_k)_{,l} - (\tilde{\mathbf{c}}_{ijkl} \tilde{\mathbf{e}}_{ij})_{,l} \delta \tilde{\mathbf{u}}_k$ і застосовуючи формулу Гауса-Остроградського: $\int_V \mathbf{F}_{i,i} dV = \int_S \mathbf{F}_i \mathbf{n}_i dS$, після відповідних перетворень

отримуємо вираз:

$$\delta \tilde{E}(\tilde{\mathbf{u}}_i) = \int_V [(-\tilde{\mathbf{c}}_{ijkl} \tilde{\mathbf{e}}_{kl})_{,j} - \tilde{\mathbf{b}}_i - \rho \omega^2 \tilde{\mathbf{u}}_k] \delta \tilde{\mathbf{u}}_i dV + \int_{S_\sigma} (\tilde{\mathbf{c}}_{ijkl} \tilde{\mathbf{e}}_{kl} \mathbf{n}_j - \tilde{\mathbf{f}}_i) \delta \tilde{\mathbf{u}}_i dS = 0. \quad (1.4.3)$$

Далі підставляючи реологічні співвідношення (1.2.14) у (1.4.3), отримуємо вираз:

$$\delta \tilde{E}(\tilde{\mathbf{u}}_i) = - \int_V (\tilde{\gamma}_{ij,j} + \tilde{\mathbf{b}}_i - \rho \omega^2 \tilde{\mathbf{u}}_i) \delta \tilde{\mathbf{u}}_i dV + \int_{S_\sigma} (\tilde{\gamma}_{ij} \mathbf{n}_j - \tilde{\mathbf{f}}_i) \delta \tilde{\mathbf{u}}_i dS = 0, \text{ котрий доводить варіаційний}$$

принцип Лагранжа: серед усіх допустимих переміщень до мінімального значення функціоналу Лагранжа (1.4.1), який виражає повну квазіпотенціальну енергію системи, приводять переміщення, які є розв'язками квазістаціонарної задачі в'язкопружності: (1.2.12), (1.2.13), (1.2.14), (1.2.15), (1.2.16).

Далі розглянемо задачу теплопровідності для в'язкопружного середовища у лінійній постановці (риску зверху, яка позначає осереднені величини, котрі повільно змінюються у часі, далі будемо опускати):

$$c \dot{\mathbf{T}} = (\mathfrak{L}_{ij} \mathbf{T}_{,j})_{,i} + \mathbf{c}; \quad (1.4.4)$$

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}^*; \quad (1.4.5)$$

$$-\mathfrak{L}_{ij} \mathbf{T}_{,j} \mathbf{n}_i = \mathbf{g}_n^*; \quad (1.4.6)$$

$$-\mathfrak{L}_{ij} \mathbf{T}_{,j} \mathbf{n}_i = \mathbf{b}_n (\mathbf{T} - \mathbf{T}^c); \quad (1.4.7)$$

$$\mathbf{T}(x_k, 0) = \mathbf{T}^0. \quad (1.4.8)$$

Припускаючи, що наперед виконуються граничні умови (1.4.5), (1.4.6) і початкова умова (1.4.8) представимо функціонал теплопровідності у вигляді:

$$I(\mathbf{T}) = \frac{1}{2} \int_V [\mathfrak{L}_{ij} \mathbf{T}_{,i} \mathbf{T}_{,j} + 2 \int_{T^0}^T c \dot{\mathbf{T}} dT - 2 \mathbf{c} \mathbf{T}] dV - \frac{1}{2} \int_S \mathbf{b}_n (\mathbf{T} - 2 \mathbf{T}^c) \mathbf{T} dS; \quad (1.4.9)$$

тут V - об'єм області, що досліджується S - площа поверхні, що охоплює V . Тепер доведемо еквівалентність функціоналу (1.4.9) рівнянню теплопровідності (1.4.4) і граничній умові конвективного теплообміну з навколишнім середовищем (1.4.7).

Проваріюємо функціонал теплопровідності (1.4.9) по \mathbf{T} :

$$\delta I(\mathbf{T}) = \int_V [(\mathfrak{L}_{ij} \mathbf{T}_{,j})_{,i} \delta \mathbf{T}_i + c \dot{\Phi} \delta \mathbf{T} - \mathbf{c} \delta \mathbf{T}] dV - \int_S \mathbf{b}_n (\mathbf{T} - \mathbf{T}^c) \delta \mathbf{T} dS. \quad (1.4.10)$$

Далі перетворюючи перший доданок (1.4.10): $(\mathfrak{L}_{ij} \mathbf{T}_{,j})_{,i} \delta \mathbf{T}_i = [(\mathfrak{L}_{ij} \mathbf{T}_{,j})_{,i} \delta \mathbf{T}]_{,i} - (\mathfrak{L}_{ij} \mathbf{T}_{,j})_{,i} \delta \mathbf{T}$ і застосовуючи формулу Гауса-Остроградського приходимо до виразу:

$$\delta I(\mathbf{T}) = \int_V [c \dot{\mathbf{T}} - (\mathfrak{L}_{ij} \mathbf{T}_{,j})_{,i} - \mathbf{c}] \delta \mathbf{T} dV + \int_S [\mathfrak{L}_{ij} \mathbf{T}_{,j} \mathbf{n}_i + \mathbf{b}_n (\mathbf{T} - \mathbf{T}^c)] \delta \mathbf{T} dS = 0; \quad (1.4.11)$$

з якого слідує рівняння теплопровідності (1.4.4) і умова конвективного теплообміну з навколишнім середовищем (1.4.7).

Зазначимо, що гранична умова конвективного теплообміну з навколишнім середовищем (1.4.7) представляє собою найбільш загальний випадок граничних умов для теплової задачі. Дійсно при конкретних умовах це співвідношення може бути приведено до температурної граничної умови (1.4.5), або до граничної умови для теплового потоку (1.4.6). Так аналіз формули (1.4.7) показує, якщо значення коефіцієнту тепловіддачі середовища поблизу границі області, що досліджується, по абсолютній величині значно перевищує значення заданих в області коефіцієнтів теплопровідності, то умова (1.4.7) на цій границі буде еквівалентною умові (1.4.5). Якщо температура на границі області по абсолютній величині значно менше температури навколишнього середовища, то умова (1.4.7) на цій границі буде еквівалентною умові (1.4.6).

§ 1.5 Плоскі та осесиметричні задачі в'язкопружності та теплопровідності

У геодинаміці та геотектоніці існує широкий клас важливих в теоретичному і практичному плані задач, в яких переміщення, деформації та напруження залежать головним чином тільки від двох координат, наприклад від декартових координат x і y . Це можуть бути задачі, що пов'язані з визначенням процесів деформування у протяжних геоструктурах, плоских стратиграфічних розрізах земної кори або літосфери, на ділянках земної поверхні, які навантажені силами паралельними площинам цих ділянок, та у багатьох інших випадках. Якщо у процесі навантаження усі точки розглянутої області переміщуються тільки паралельно одній площині (x, y) , то відповідний деформований стан називається станом плоскої деформації [89, 135]. У цьому випадку маємо нерівними нулю тільки компоненти переміщень уздовж напрямків x і y : $u = u(x, y)$ і $w = w(x, y)$. При цьому із співвідношень Коші (1.2.13) і узагальненого закону Гука (1.2.14) слідує, що компоненти деформацій $\varepsilon_{zz}, \varepsilon_{xz}, \varepsilon_{yz}$ рівні нулю і компоненти тензора напружень σ_{xz}, σ_{yz} також рівні нулю. Решта компонентів тензорів деформацій і напружень є функціями тільки координат x і y . Припустимо, що ділянка, яка паралельна площині (x, y) , навантажена об'ємними силами, а по контуру – поверхневими силами, які паралельні її площині, тоді маємо “узагальнений плоский напружений стан” [89, 90, 135]. У цьому випадку: $\sigma_{zz} = \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0; \sigma_{xx} = \sigma_{xx}(x, y); \sigma_{yy} = \sigma_{yy}(x, y); \sigma_{xy} = \sigma_{xy}(x, y)$ при цьому з закону Гука (1.2.14) слідує, що $\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = 0$, а решта компонентів тензору деформацій є тільки функціями координат x і y . Розглянемо один з найбільш загальних випадків анізотропії в теорії пружності, коли у кожній точці розглянутого тіла існує площина пружної симетрії [90]. В даному випадку через кожну точку тіла проходить лише один головний напрямок, останні два головних напрямки розташовуються у площині, яка ортогональна першому, довільним чином. В цьому випадку, у тривимірному просторі маємо 13 незалежних коефіцієнтів пружності, які зв'язують компоненти напружень і деформацій:

$$\sigma_{11} = c_{11}\varepsilon_{11} + c_{12}\varepsilon_{22} + c_{13}\varepsilon_{33} + 2c_{14}\varepsilon_{12};$$

$$\sigma_{22} = c_{12}\varepsilon_{11} + c_{22}\varepsilon_{22} + c_{23}\varepsilon_{33} + 2c_{24}\varepsilon_{12};$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{33} &= c_{13}\varepsilon_{11} + c_{23}\varepsilon_{22} + c_{33}\varepsilon_{33} + 2c_{34}\varepsilon_{12}; \\
\sigma_{13} &= 2G_{13}\varepsilon_{13} + 4c_{56}\varepsilon_{23}; \\
\sigma_{23} &= 4c_{56}\varepsilon_{13} + G_{23}\varepsilon_{23}.
\end{aligned} \tag{1.5.1}$$

Тепер повернемося до плоского деформованого стану в декартовій системі координат (x, y) , в цьому випадку система (1.5.3) зводиться до системи рівнянь:

$$\begin{aligned}
\sigma_{xx} &= c_{xx}\varepsilon_{xx} + c_{xy}\varepsilon_{yy} + 2c_{14}\varepsilon_{xy}; \\
\sigma_{yy} &= c_{xy}\varepsilon_{xx} + c_{yy}\varepsilon_{yy} + 2c_{24}\varepsilon_{xy}; \\
\sigma_{zz} &= c_{xz}\varepsilon_{xx} + c_{yz}\varepsilon_{yy} + 2c_{34}\varepsilon_{xy}; \\
\sigma_{xy} &= c_{14}\varepsilon_{xx} + c_{24}\varepsilon_{yy} + 2G_{12}\varepsilon_{xy}.
\end{aligned} \tag{1.5.2}$$

У випадку плоского напруженого стану ($\sigma_{zz} = 0; c_{13} = 0; c_{23} = 0; c_{34} = 0$) система рівнянь (1.5.2) скорочується до трьох. Враховуючи систему рівнянь (1.5.2) і вираз (1.4.1) побудуємо функціонал Лагранжа анізотропної задачі в'язкопружності для випадку плоского деформування:

$$\begin{aligned}
\tilde{E}(\tilde{u}, \tilde{w}) &= \frac{1}{2} \int_S [\tilde{c}_{xx}\tilde{\varepsilon}_{xx}^2 + \tilde{c}_{yy}\tilde{\varepsilon}_{yy}^2 + 2\tilde{c}_{xy}\tilde{\varepsilon}_{xx}\tilde{\varepsilon}_{yy} + 4\tilde{c}_{14}\tilde{\varepsilon}_{xx}\tilde{\varepsilon}_{xy} + 4\tilde{c}_{24}\tilde{\varepsilon}_{yy}\tilde{\varepsilon}_{xy} + 4\tilde{G}_{xy}\tilde{\varepsilon}_{xy}^2] dx dy - \\
&- \frac{1}{2} \int_S (\tilde{b}_x\tilde{u} + \tilde{b}_y\tilde{w}) dx dy - \frac{1}{2} \rho\omega^2 \int_S (\tilde{u}^2 + \tilde{w}^2) dx dy - \int_L (\tilde{f}_{xn}\tilde{u} + \tilde{f}_{yn}\tilde{w}) dl.
\end{aligned} \tag{1.5.3}$$

Тут S - площа поперечного перерізу розглянутого об'єкта, L - довжина контуру, який охоплює площу S . При наявності ізотропії матеріалу, коли у тілі всі напрямки є еквівалентними і таким чином головними, число незалежних в'язкопружних коефіцієнтів скорочується до трьох, і в цьому випадку функціонал Лагранжа (1.5.3) представляється у виді:

$$\tilde{E}(\tilde{u}, \tilde{w}) = \frac{1}{2} \int_S [\tilde{c}_1(\tilde{\varepsilon}_{xx}^2 + \tilde{\varepsilon}_{yy}^2) + 4\tilde{c}_2\tilde{\varepsilon}_{xy}^2 + 2\tilde{c}_3\tilde{\varepsilon}_{xx}\tilde{\varepsilon}_{yy} - (\tilde{b}_x\tilde{u} + \tilde{b}_y\tilde{w}) - \rho\omega^2(\tilde{u}^2 + \tilde{w}^2)] dx dy - \int_L (\tilde{f}_{xn}\tilde{u} + \tilde{f}_{yn}\tilde{w}) dl. \tag{1.5.4}$$

У важливому для задач геодинаміки і геотектоніки випадку, коли в'язкопружне ізотропне середовище може бути описано на основі реологічної моделі Кельвіна-Фойта [84], яка найбільш простим чином описує кріп (повільну текучість) зі зміцненням у твердих геологічних породах [242, 302] і характеризується тим, що при заданих деформаціях і швидкостях деформацій загальне напруження зсуву представляється у вигляді суперпозиції пружного і лінійно-

в'язкого напружень, комплексні коефіцієнти $\tilde{c}_1, \tilde{c}_2, \tilde{c}_3$ - можуть бути виражені через пружні та в'язкі характеристики геологічного середовища:

$$\tilde{c}_1 = k + 4(G + \mathfrak{k}\omega\eta_v)/3; \tilde{c}_2 = G + \mathfrak{k}\omega\eta_v; \tilde{c}_3 = k - 2(G + \mathfrak{k}\omega\eta_v)/3. \quad (1.5.5)$$

Тут k - модуль всебічного стискання, G - модуль зсуву, η_v - коефіцієнт динамічної в'язкості, ω - частота квазістаціонарного процесу.

Зазначимо, що саме модель Кельвіна-Фойта серед інших простих в'язкопружних моделей (див. рис. 1.5.1, 1.5.2) є найбільш прийнятною для описання геодинамічних і геотектонічних процесів, які будуть у подальшому розглядатись в дисертації.

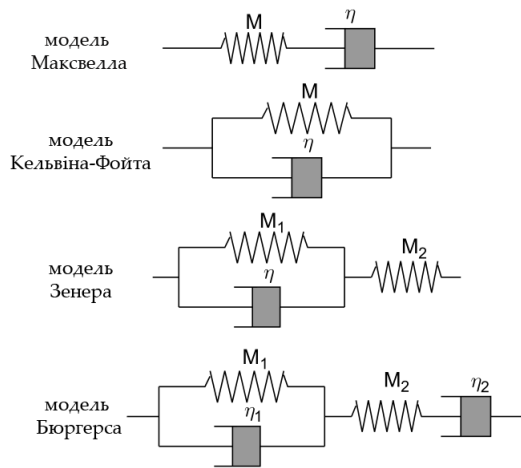


Рис. 1.5.1 Прості в'язкопружні моделі. η -динамічна в'язкість елемента, M - жорсткість пружного елемента.

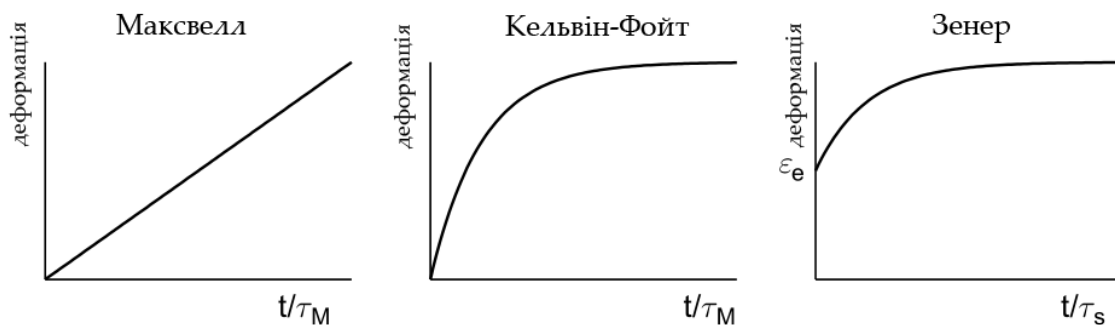


Рис. 1.5.2 Процеси деформування у моделях Максвелла, Кельвіна-Фойта і Зенера під дією постійного напруження (τ_M і τ_s - часи релаксації відповідних моделей) [242].

Згідно аналізу проведеному в монографії Karato [242] (див. рис. 1.5.2), модель Максвелла на початку процесу деформування проявляє пружні властивості, а потім поводить себе як в'язка рідина, тобто вона не пов'язує одночасно пружність та в'язкість і не здатна описувати деформування твердих гірських порід. Модель Кельвіна-Фойта одночасно пов'язує пружні та в'язкі властивості середовища, яке деформується, тобто описує довготривалий процес кріпу зі зміцненням у твердих гірських породах (з ростом часу пружний опір збільшується, але відмінний від нуля кріп триває). Для того, щоб зупинити цей кріп на скінченному проміжку часу, до моделі Кельвіна-Фойта послідовно приєднують пружний елемент і отримують модель Зенера (ця модель добре описує недовготривалий процес кріпу зі зміцненням). Якщо до моделі Зенера послідовно приєднати в'язкий елемент, то отримуємо модель Бюргерса, яка на коротких інтервалах часу поводить себе як модель Зенера, а на довготривалих як модель Максвелла. У подальшому в дисертації будуть розглядатися в основному довготривалі процеси деформування у твердих гірських породах, тому буде доречно застосовувати модель Кельвіна-Фойта.

Аналогічно до класу задач про плоске деформування у геодинаміці і геотектоніці існує широкий клас важливих для теорії та практики плоских теплових задач, коли теплові поля головним чином залежать тільки від двох координат. В цей клас попадають задачі, які пов'язані з визначенням теплових полів у протяжних геоструктурах, у плоских розрізах земної кори, літосфери, мантії та в багатьох інших випадках. Розглянемо плоску анізотропну задачу теплопровідності у декартовій системі координат (x, y) , тоді виходячи з виразу (1.4.9), представимо функціонал теплопровідності у виді:

$$I(T) = \frac{1}{2} \int_S [\lambda_{xx} \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)^2 + \lambda_{yy} \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)^2 + 2\lambda_{xy} \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial y} + 2 \int_{T^0}^T c \frac{\partial T}{\partial t} dT - 2\mathbf{q}\mathbf{T}] dx dy - \frac{1}{2} \int_L \mathbf{q}_n (T - 2T^c) T dl. \quad (1.5.6)$$

Тут S - площа поперечного перерізу області, яка досліджується, L - довжина контуру, який охоплює цю площу, \mathbf{q} - густина внутрішніх джерел теплоти. У випадку теплової ізотропії, функціонал (1.5.8) приводиться до виразу:

$$I(T) = \frac{1}{2} \int_S \left\{ \lambda \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right] + 2 \int_{r^0}^r \frac{\lambda}{a} \frac{\partial T}{\partial t} dT - 2\chi T \right\} dx dy - \frac{1}{2} \int_L \mathbf{b}_n (T - 2T^e) T dl. \quad (1.5.7)$$

Тут λ, a - коефіцієнти теплопровідності та температуропровідності.

У геодинаміці та геотектоніці існує інший широкий клас задач, що описує процеси деформування у геоструктурах, котрі в деякому наближенні можна розглядати, як тіла симетричні відносно осі обертання. Якщо при цьому процеси деформування в таких об'єктах обумовлені симетричним відносно осі обертання навантаженням, то ці процеси деформування можна розглядати, як осесиметричні. Розглянемо циліндричну систему координат (z, r, φ) , де вісь обертання співпадає з віссю z . Тоді при осесиметричному напружено-деформованому стані об'єкту, компоненти: вектора переміщення u_φ ; тензора деформацій $\varepsilon_{r\varphi}, \varepsilon_{z\varphi}$; тензора напружень $\sigma_{r\varphi}, \sigma_{z\varphi}$ - перетворюються в нуль [89, 135]. У цьому випадку анізотропна система рівнянь Гука (1.5.1) переходить до вигляду:

$$\begin{aligned} \sigma_{zz} &= c_{zz} \varepsilon_{zz} + c_{zr} \varepsilon_{rr} + c_{z\varphi} \varepsilon_{\varphi\varphi} + 2c_{14} \varepsilon_{zr}; \\ \sigma_{rr} &= c_{zr} \varepsilon_{zz} + c_{rr} \varepsilon_{rr} + c_{r\varphi} \varepsilon_{\varphi\varphi} + 2c_{24} \varepsilon_{zr}; \\ \sigma_{\varphi\varphi} &= c_{z\varphi} \varepsilon_{zz} + c_{r\varphi} \varepsilon_{rr} + c_{\varphi\varphi} \varepsilon_{\varphi\varphi} + 2c_{34} \varepsilon_{zr}; \\ \sigma_{zr} &= c_{14} \varepsilon_{zz} + c_{24} \varepsilon_{rr} + c_{34} \varepsilon_{\varphi\varphi} + 2G_{zr} \varepsilon_{zr}. \end{aligned} \quad (1.5.8)$$

Враховуючи отриману систему рівнянь (1.5.8) і вираз (1.4.1) складемо функціонал Лагранжа анізотропної квазістаціонарної задачі в'язкопружності у випадку осесиметричного деформування:

$$\begin{aligned} \tilde{E}(\tilde{u}, \tilde{w}) &= \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_{S_o} [\tilde{c}_{zz} \tilde{\varepsilon}_{zz}^2 + \tilde{c}_{rr} \tilde{\varepsilon}_{rr}^2 + \tilde{c}_{\varphi\varphi} \tilde{\varepsilon}_{\varphi\varphi}^2 + 4\tilde{G}_{zr} \tilde{\varepsilon}_{zr}^2 + 2(\tilde{c}_{zr} \tilde{\varepsilon}_{zz} \tilde{\varepsilon}_{rr} + \tilde{c}_{z\varphi} \tilde{\varepsilon}_{zz} \tilde{\varepsilon}_{\varphi\varphi} + \tilde{c}_{r\varphi} \tilde{\varepsilon}_{rr} \tilde{\varepsilon}_{\varphi\varphi}) + \\ &+ 4(\tilde{c}_{14} \tilde{\varepsilon}_{zz} \tilde{\varepsilon}_{zr} + \tilde{c}_{24} \tilde{\varepsilon}_{rr} \tilde{\varepsilon}_{zr} + \tilde{c}_{34} \tilde{\varepsilon}_{\varphi\varphi} \tilde{\varepsilon}_{zr}) - (\tilde{b}_z \tilde{w} + \tilde{b}_r \tilde{u}) - \rho \omega^2 (\tilde{w}^2 + \tilde{u}^2)] r dr dz d\varphi - 2\pi \int_L (\tilde{f}_{zn} \tilde{w} + \tilde{f}_{rn} \tilde{u}) r dl. \end{aligned} \quad (1.5.9)$$

Тут S_o - площа осесиметричного перерізу фігури обертання, L - контур, який охоплює цю площу, \tilde{u}, \tilde{w} - компоненти вектора переміщень вздовж осей r і z відповідно. При наявності ізотропії в'язкопружного матеріалу, функціонал Лагранжа (1.5.9) представляється у виді:

$$\tilde{E}(\tilde{u}, \tilde{w}) = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_{S_o} [\tilde{c}_1 (\tilde{\varepsilon}_{zz}^2 + \tilde{\varepsilon}_{rr}^2 + \tilde{\varepsilon}_{\varphi\varphi}^2) + 4\tilde{c}_2 \tilde{\varepsilon}_{zr}^2 + 2\tilde{c}_3 (\tilde{\varepsilon}_{zz} \tilde{\varepsilon}_{rr} + \tilde{\varepsilon}_{zz} \tilde{\varepsilon}_{\varphi\varphi} + \tilde{\varepsilon}_{rr} \tilde{\varepsilon}_{\varphi\varphi}) -$$

$$-(\tilde{b}_z \tilde{w} + \tilde{b}_r \tilde{u}) - \rho \omega^2 (\tilde{w}^2 + \tilde{u}^2)] r dr dz d\varphi - 2\pi \int_L (\tilde{f}_z \tilde{w} + \tilde{f}_r \tilde{u}) r dl. \quad (1.5.10)$$

Якщо при цьому в'язкопружне ізотропне середовище може бути описано на основі моделі Кельвіна-Фойта, коефіцієнти $\tilde{c}_1, \tilde{c}_2, \tilde{c}_3$ - можуть бути визначені згідно формулам (1.5.5).

Припустимо, що у геоструктурах симетричних відносно осі обертання існують симетричні теплові поля. Знову розглянемо циліндричну систему координат (z, r, φ) , де вісь обертання співпадає з віссю z . Тоді виходячи з виразу (1.4.9), функціонал теплопровідності для анізотропної осесиметричної задачі представляється у вигляді:

$$\begin{aligned} I(T) = & \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_{s_0} [\lambda_{zz} (\frac{\partial T}{\partial z})^2 + \lambda_{rr} (\frac{\partial T}{\partial r})^2 + \lambda_{\varphi\varphi} (\frac{\partial T}{\partial \varphi})^2 + 2\lambda_{zr} \frac{\partial T}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial r} + 2 \int_{T^0}^T c \frac{\partial T}{\partial t} dT - 2\chi T] r dr dz d\varphi - \\ & - \pi \int_L \mathfrak{b}_n (T - 2T^c) T r dl. \end{aligned} \quad (1.5.11)$$

У випадку ізотропії теплових властивостей середовища функціонал теплопровідності (1.5.11) представляється у виді:

$$I(T) = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_{s_0} \left\{ \lambda \left[\left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)^2 \right] + 2 \int_{T^0}^T \frac{\lambda}{a} \frac{\partial T}{\partial t} dT - 2\chi T \right\} r dr dz d\varphi - \pi \int_L \mathfrak{b}_n (T - 2T^c) T r dl. \quad (1.5.12)$$

§ 1.6 Задачі в'язкопружності та теплопровідності для шаруватих анізотропних оболонок обертання

Важливим класом задач у геодинаміці та геотектоніці, що дозволяє розв'язувати широке коло різноманітних проблем, які пов'язані з деформуванням об'ємних неоднорідних геоструктур, а також визначати їх теплові поля є клас тривимірних задач в'язкопружності та теплопровідності. Одним з найбільш ефективних і оптимальних методів, що дозволяють отримувати достатньо точні розв'язки для багатьох тривимірних неоднорідних геодинамічних об'єктів, які можуть знаходитись під дією нерівномірного механічного і теплового навантаження, є метод наближення на основі теорії шаруватих анізотропних оболонок обертання [63, 140, 145].

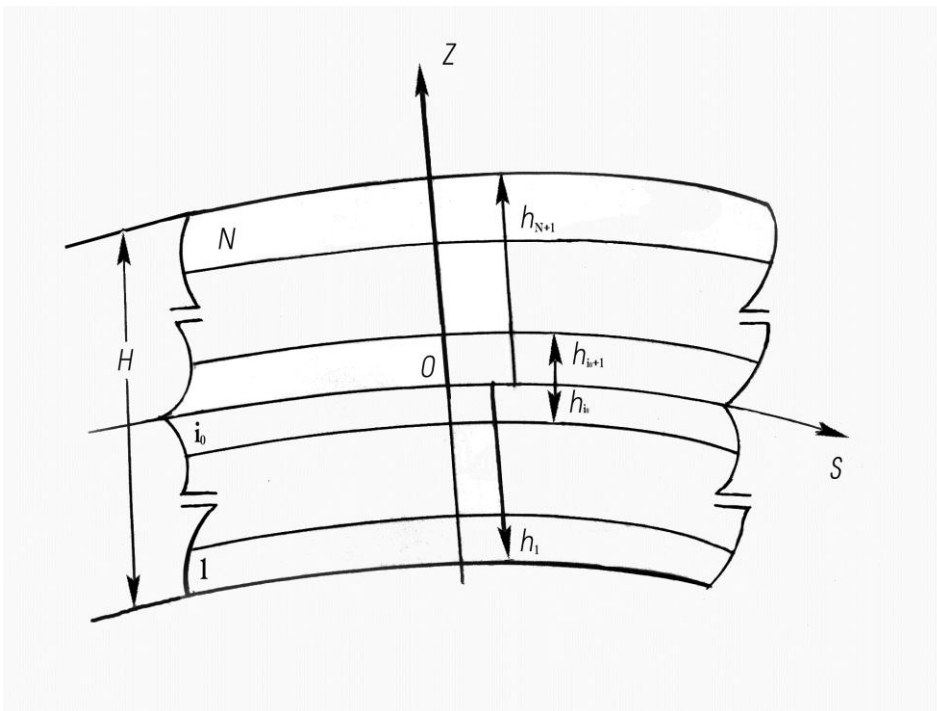


Рис. 1.6.1 Поперечний розріз фрагменту шаруватої оболонки обертання.

Розглянемо шаруваті оболонки обертання товщиною H , які складаються з довільного числа N шарів постійної товщини h_i . Представимо оболонку в криволінійній ортогональній системі координат (s, β, z) . Тут s - координата уздовж меридіану оболонки, β - координата в окружному напрямку, z - координата в напрямку нормалі до поверхні оболонки. Ці координати утворюють ліву систему коор-

динат. При цьому базисна поверхня оболонки ($z=0$) може проходити всередині i -го шару або співпадати з поверхнею контакту шарів (рис. 1.6.1).

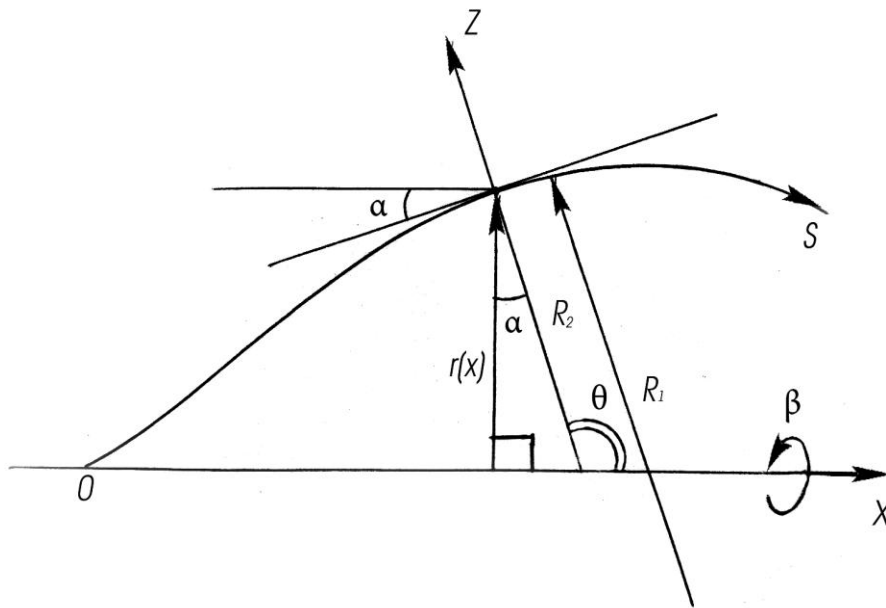


Рис. 1.6.2 Поперечний розріз базисної поверхні оболонки обертання.

Меридіан базисної поверхні оболонки з віссю обертання OX визначається на основі залежності $r=r(x)$ (рис. 1.6.2). У вибраній системі координат коефіцієнти першої квадратичної форми (коефіцієнти Ляме) мають значення:

$$A_1 = 1, A_2 = r(x). \quad (1.6.1)$$

При цьому головні кривизни базисної поверхні оболонки визначаються співвідношеннями [145]:

$$k_1 = \frac{1}{R_1} = -\frac{d\theta}{ds} = -\frac{d^2 r}{dx^2} / [1 + (\frac{dr}{dx})^2]^{\frac{3}{2}}; k_2 = \frac{1}{R_2} = -\frac{\sin \theta}{r} = 1/r [1 + (\frac{dr}{dx})^2]^{\frac{1}{2}}. \quad (1.6.2)$$

Тут R_1 і R_2 - радіуси кривизни координатних ліній базисної поверхні оболонки $\beta = \text{const}, s = \text{const}, \theta$ - кут між нормаллю до меридіану оболонки і віссю обертання, $\alpha = 90^\circ + \theta$.

Надалі будемо вважати, що шари оболонки складаються з анізотропного в'язкопружного терморелогічно простого матеріалу, а сама оболонка знаходиться в умовах квазістаціонарного навантаження. Оберемо в якості базисної поверхні серединну поверхню оболонки і будемо припускати, що комплексні компоненти

переміщення уздовж напрямків s, β, z - змінюються по товщині пакету шарів оболонки по лінійному закону:

$$\tilde{u}(s, \beta, z) = \tilde{u}_0(s, \beta) + z\tilde{u}_1(s, \beta);$$

$$\tilde{v}(s, \beta, z) = \tilde{v}_0(s, \beta) + z\tilde{v}_1(s, \beta);$$

$$\tilde{w}(s, \beta, z) = \tilde{w}_0(s, \beta) + z\tilde{w}_1(s, \beta). \quad (1.6.3)$$

Тут $\tilde{u}_0, \tilde{v}_0, \tilde{w}_0$ - комплексні значення переміщень серединної поверхні оболонки ($z=0$); \tilde{u}_1, \tilde{v}_1 - комплексні кути повороту нормалі до серединної поверхні відносно координатних ліній $\beta = \text{const}, s = \text{const}$ відповідно; \tilde{w}_1 - комплексна компонента обжимання нормального елемента до серединної поверхні. З урахуванням лінійного закону (1.6.3), комплексні компоненти тензора деформацій на відстані z від серединної поверхні оболонки можуть бути представлені у виді [63, 140, 145]:

$$\begin{aligned} \tilde{\varepsilon}_{ss} &= \frac{1}{1+z/R_1}(\tilde{\varepsilon}_s + z\tilde{\chi}_s); \tilde{\varepsilon}_{\beta\beta} = \frac{1}{1+z/R_2}(\tilde{\varepsilon}_\beta + z\tilde{\chi}_\beta); \tilde{\varepsilon}_{zz} = \tilde{\varepsilon}_z; \tilde{\varepsilon}_{s\beta} = \frac{1}{1+z/R_1}(\tilde{\varepsilon}_{s\beta}^{(1)} + z\tilde{\chi}_{s\beta}^{(1)}) + \\ &+ \frac{1}{1+z/R_2}(\tilde{\varepsilon}_{s\beta}^{(2)} + z\tilde{\chi}_{s\beta}^{(2)}); \tilde{\varepsilon}_{sz} = \frac{1}{1+z/R_1}(\tilde{\varepsilon}_{sz} + z\tilde{\chi}_{sz}); \tilde{\varepsilon}_{\beta z} = \frac{1}{1+z/R_2}(\tilde{\varepsilon}_{\beta z} + z\tilde{\chi}_{\beta z}). \end{aligned} \quad (1.6.4)$$

Комплексні складові тензора деформацій: $\tilde{\varepsilon}_s, \tilde{\varepsilon}_\beta, \dots, \tilde{\chi}_{sz}, \tilde{\chi}_{\beta z}$ - виражаються через переміщення точок серединної поверхні оболонки, кути повороту нормалі та обжимання нормального елемента згідно формулам [63, 140, 145]:

$$\begin{aligned} \tilde{\varepsilon}_s &= \frac{\partial \tilde{u}_0}{\partial s} + \frac{\tilde{w}_0}{R_1}; \tilde{\varepsilon}_\beta = \frac{1}{r} \frac{\partial \tilde{v}_0}{\partial \beta} - \frac{\sin \alpha}{r} \tilde{u}_0 + \frac{\tilde{w}_0}{R_2}; \tilde{\varepsilon}_z = \tilde{w}_1; \tilde{\varepsilon}_{s\beta}^{(1)} = \frac{1}{2} \frac{\partial \tilde{v}_0}{\partial s}; \tilde{\varepsilon}_{s\beta}^{(2)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \tilde{u}_0}{\partial \beta} + \frac{\sin \alpha}{r} \tilde{v}_0 \right); \\ \tilde{\varepsilon}_{sz} &= \frac{1}{2} \left(\tilde{u}_1 + \frac{\partial \tilde{w}_0}{\partial s} - \frac{\tilde{u}_0}{R_1} \right); \tilde{\varepsilon}_{\beta z} = \frac{1}{2} \left(\tilde{v}_1 + \frac{1}{r} \frac{\partial \tilde{w}_0}{\partial \beta} - \frac{\tilde{v}_0}{R_2} \right); \tilde{\chi}_s = \frac{\partial \tilde{u}_1}{\partial s} + \frac{\tilde{w}_1}{R_1}; \tilde{\chi}_\beta = \frac{1}{r} \frac{\partial \tilde{v}_1}{\partial \beta} - \frac{\sin \alpha}{r} \tilde{u}_1 + \frac{\tilde{w}_1}{R_2}; \\ \tilde{\chi}_{s\beta}^{(1)} &= \frac{1}{2} \frac{\partial \tilde{v}_1}{\partial s}; \tilde{\chi}_{s\beta}^{(2)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \tilde{u}_1}{\partial \beta} + \frac{\sin \alpha}{r} \tilde{v}_1 \right); \tilde{\chi}_{sz} = \frac{1}{2} \frac{\partial \tilde{w}_1}{\partial s}; \tilde{\chi}_{\beta z} = \frac{1}{2} \frac{1}{r} \frac{\partial \tilde{w}_1}{\partial \beta}. \end{aligned} \quad (1.6.5)$$

У даному випадку анізотропна система рівнянь Гука (1.5.3) має вид:

$$\begin{aligned} \sigma_{ss} &= c_{ss} \varepsilon_{ss} + c_{s\beta} \varepsilon_{\beta\beta} + c_{sz} \varepsilon_{zz} + 2c_{14} \varepsilon_{s\beta}; \\ \sigma_{\beta\beta} &= c_{s\beta} \varepsilon_{ss} + c_{\beta\beta} \varepsilon_{\beta\beta} + c_{\beta z} \varepsilon_{zz} + 2c_{24} \varepsilon_{s\beta}; \\ \sigma_{zz} &= c_{sz} \varepsilon_{ss} + c_{\beta z} \varepsilon_{\beta\beta} + c_{zz} \varepsilon_{zz} + 2c_{34} \varepsilon_{s\beta}; \\ \sigma_{s\beta} &= c_{14} \varepsilon_{ss} + c_{24} \varepsilon_{\beta\beta} + c_{34} \varepsilon_{zz} + 2G_{s\beta} \varepsilon_{s\beta}; \\ \sigma_{sz} &= 2G_{sz} \varepsilon_{sz} + 4c_{56} \varepsilon_{\beta z}; \\ \sigma_{\beta z} &= 4c_{56} \varepsilon_{sz} + 2G_{\beta z} \varepsilon_{\beta z}. \end{aligned} \quad (1.6.6)$$

Виходячи з отриманої системи рівнянь (1.6.6) і виразу (1.4.1) отримуємо функціонал Лагранжа анізотропної квазістаціонарної задачі в'язкопружності для випадку шаруватих оболонок обертання:

$$\begin{aligned}
\tilde{E}(\tilde{u}_0, \tilde{v}_0, \tilde{w}_0, \tilde{u}_1, \tilde{v}_1, \tilde{w}_1) = & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \int_S [\tilde{c}_{ss}^i \tilde{\varepsilon}_{ss}^2 + \tilde{c}_{\beta\beta}^i \tilde{\varepsilon}_{\beta\beta}^2 + \tilde{c}_{zz}^i \tilde{\varepsilon}_{zz}^2 + 2(\tilde{c}_{s\beta}^i \tilde{\varepsilon}_{ss} \tilde{\varepsilon}_{\beta\beta} + \tilde{c}_{sz}^i \tilde{\varepsilon}_{ss} \tilde{\varepsilon}_{zz} + \tilde{c}_{\beta z}^i \tilde{\varepsilon}_{\beta\beta} \tilde{\varepsilon}_{zz}) + \\
& + 4(\tilde{c}_{14}^i \tilde{\varepsilon}_{ss} \tilde{\varepsilon}_{s\beta} + \tilde{c}_{24}^i \tilde{\varepsilon}_{\beta\beta} \tilde{\varepsilon}_{s\beta} + \tilde{c}_{34}^i \tilde{\varepsilon}_{zz} \tilde{\varepsilon}_{s\beta}) + 4(\tilde{G}_{s\beta}^i \tilde{\varepsilon}_{s\beta}^2 + \tilde{G}_{sz}^i \tilde{\varepsilon}_{sz}^2 + \tilde{G}_{\beta z}^i \tilde{\varepsilon}_{\beta z}^2) + 8\tilde{c}_{56}^i \tilde{\varepsilon}_{sz} \tilde{\varepsilon}_{\beta z} - \\
& - \rho_i \omega^2 (\tilde{u}^2 + \tilde{v}^2 + \tilde{w}^2)] (1 + \frac{z}{R_1}) (1 + \frac{z}{R_2}) r ds d\beta dz - \int_S [\tilde{P}_s^- (\tilde{u}_0 + \tilde{u}_1 h_1) + \tilde{P}_\beta^- (\tilde{v}_0 + \tilde{v}_1 h_1) + \\
& + \tilde{P}_z^- (\tilde{w}_0 + \tilde{w}_1 h_1) + \tilde{P}_s^+ (\tilde{u}_0 + \tilde{u}_1 h_{N+1}) + \tilde{P}_\beta^+ (\tilde{v}_0 + \tilde{v}_1 h_{N+1}) + \tilde{P}_z^+ (\tilde{w}_0 + \tilde{w}_1 h_{N+1})] r ds d\beta - \int_{L_1} (\tilde{T}_s \tilde{u}_0 + \\
& + \tilde{T}_{s\beta} \tilde{v}_0 + \tilde{Q}_s \tilde{w}_0 + \tilde{M}_s \tilde{u}_1 + \tilde{M}_{s\beta} \tilde{v}_1) r d\beta - \int_{L_2} (\tilde{T}_{\beta s} \tilde{u}_0 + \tilde{T}_\beta \tilde{v}_0 + \tilde{Q}_\beta \tilde{w}_0 + \tilde{M}_{\beta s} \tilde{u}_1 + \tilde{M}_\beta \tilde{v}_1) ds. \tag{1.6.7}
\end{aligned}$$

Тут h_i - товщина i -го шару оболонки, S - площа поверхні оболонки, L_1, L_2 - довжини торцевої та меридіональної частин контуру оболонки відповідно. Оскільки в оболонках розміри по товщині суттєво менше поздовжніх і поперечних, тому замість об'ємної сили $\tilde{\mathbf{b}}_i$ - тут доцільно ввести поняття поверхневого навантаження, яке діє на одиницю поверхні оболонки. У даному випадку: $\tilde{P}_s^-, \tilde{P}_\beta^-, \tilde{P}_z^-, \tilde{P}_s^+, \tilde{P}_\beta^+, \tilde{P}_z^+$ - квазістаціонарні компоненти вектору поверхневого навантаження, що діють на верхню і нижню поверхні оболонки відповідно. $\tilde{T}_s, \tilde{T}_{s\beta}, \tilde{T}_{\beta s}, \tilde{T}_\beta$ - осереднені по товщині оболонки квазістаціонарні зусилля, які діють на торцеві та меридіональні контури оболонки у напрямках дотичних до її поверхні. $\tilde{Q}_s, \tilde{Q}_\beta$ - осереднені квазістаціонарні зусилля, що діють на торцеві та меридіональні контури оболонки у напрямках поперечних до її поверхні. $\tilde{M}_s, \tilde{M}_{s\beta}, \tilde{M}_{\beta s}, \tilde{M}_\beta$ - осереднені квазістаціонарні моменти, які діють на відповідні торцеві та меридіональні контури оболонки. У випадку ортотропного в'язкопружного матеріалу в функціоналі Лагранжа (1.6.7) коефіцієнти: $\tilde{c}_{14}^i = \tilde{c}_{24}^i = \tilde{c}_{34}^i = \tilde{c}_{56}^i = 0$ [63], при цьому решта коефіцієнтів виражаються через "технічні" комплексні характеристики наступним чином:

$$\begin{aligned}
\tilde{c}_{ss}^i &= \tilde{B}_s^i (1 - \nu_{\beta z}^i \nu_{z\beta}^i) \Delta_i^{-1}; \tilde{c}_{\beta\beta}^i = \tilde{B}_\beta^i (1 - \nu_{sz}^i \nu_{zs}^i) \Delta_i^{-1}; \tilde{c}_{zz}^i = \tilde{B}_z^i (1 - \nu_{s\beta}^i \nu_{\beta s}^i) \Delta_i^{-1}; \tilde{G}_{s\beta}^i = \tilde{B}_\beta^i (\nu_{s\beta}^i - \nu_{zs}^i \nu_{s\beta}^i) \Delta_i^{-1}; \\
\tilde{G}_{sz}^i &= \tilde{B}_z^i (\nu_{sz}^i - \nu_{\beta z}^i \nu_{s\beta}^i) \Delta_i^{-1}; \tilde{G}_{\beta z}^i = \tilde{B}_z^i (\nu_{\beta z}^i - \nu_{sz}^i \nu_{\beta s}^i) \Delta_i^{-1};
\end{aligned}$$

$$\Delta_i = 1 - \nu_{\beta z}^i \nu_{z\beta}^i - \nu_{sz}^i \nu_{zs}^i - \nu_{s\beta}^i \nu_{\beta s}^i - \nu_{\beta s}^i \nu_{sz}^i \nu_{z\beta}^i - \nu_{s\beta}^i \nu_{zs}^i \nu_{\beta z}^i. \quad (1.6.8)$$

Тут $\tilde{B}_s^i, \tilde{B}_\beta^i, \tilde{B}_z^i$ - комплексні модулі Юнга у напрямках s, β, z відповідно; $\tilde{G}_{s\beta}^i, \tilde{G}_{sz}^i, \tilde{G}_{\beta z}^i$ - комплексні модулі зсуву; ν_{mn}^i - дійсні коефіцієнти Пуассона. У випадку ізотропно-го в'язкопружного матеріалу, який відповідає моделі Кельвіна-Фойта, маємо:

$$\tilde{c}_{ss}^i = \tilde{c}_{\beta\beta}^i = \tilde{c}_{zz}^i = \tilde{c}_1^i; \tilde{c}_{\beta s}^i = \tilde{c}_{sz}^i = \tilde{c}_{\beta z}^i = \tilde{c}_3^i; \tilde{G}_{s\beta}^i = \tilde{G}_{sz}^i = \tilde{G}_{\beta z}^i = \tilde{c}_2^i;$$

тут коефіцієнти $\tilde{c}_1^i, \tilde{c}_2^i, \tilde{c}_3^i$ - визначаються за формулами (1.5.5).

Виходячи з співвідношень (1.4.9), (1.6.1) представимо функціонал теплопровідності шаруватої анізотропної оболонки обертання у вигляді:

$$\begin{aligned} I = & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \int_{(h_i) S} \int [\lambda_{ss}^i \left(\frac{\partial T^i}{\partial s}\right)^2 + \frac{\lambda_{\beta\beta}^i}{r^2} \left(\frac{\partial T^i}{\partial \beta}\right)^2 + \lambda_{zz}^i \left(\frac{\partial T^i}{\partial z}\right)^2 + 2\left(\frac{\lambda_{s\beta}^i}{r} \frac{\partial T^i}{\partial s} \frac{\partial T^i}{\partial \beta} + \lambda_{sz}^i \frac{\partial T^i}{\partial s} \frac{\partial T^i}{\partial z} + \frac{\lambda_{\beta z}^i}{r} \frac{\partial T^i}{\partial \beta} \frac{\partial T^i}{\partial z}\right) + \\ & + \int_{T^0}^T c^i \frac{\partial T^i}{\partial t} dT^i - 2\mathbf{q}^i T^i] r ds d\beta dz - \frac{1}{2} \int_S [\alpha^- (T^{(1)}(h_1) - 2T^-) T^{(1)}(h_1) + \alpha^+ T^{(N)}(h_{N+1}) - \\ & - 2T^+ T^{(N)}(h_{N+1})] r ds d\beta - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \int_{(h_i) L_T} \int \alpha_T^i (T^i - 2T_T) T^i r d\beta dz - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \int_{(h_i) L_M} \int \alpha_M^i (T^i - 2T_M) T^i ds dz. \quad (1.6.9) \end{aligned}$$

Тут h_i - товщина i -го шару оболонки, S - площа поверхні оболонки, L_T, L_M - довжини торцевої та меридіональної частин контуру оболонки відповідно, α^-, α^+ - коефіцієнти тепловіддачі на нижній та верхній поверхнях оболонки відповідно, α_T^i, α_M^i - коефіцієнти тепловіддачі i -го шару торцевої та меридіональної частин контуру оболонки відповідно. У випадку ізотропії теплових властивостей середовища функціонал теплопровідності шаруватої оболонки обертання представляється у вигляді:

$$\begin{aligned} I = & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \int_{(h_i) S} \int [\lambda^i \left(\frac{\partial T^i}{\partial s}\right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial T^i}{\partial \beta}\right)^2 + \left(\frac{\partial T^i}{\partial z}\right)^2] + \int_{T^0}^T \frac{\lambda^i}{a^i} \frac{\partial T^i}{\partial t} dT^i - 2\mathbf{q}^i T^i] r ds d\beta dz - \\ & - \frac{1}{2} \int_S [\alpha^- (T^{(1)}(h_1) - 2T^-) T^{(1)}(h_1) + \alpha^+ T^{(N)}(h_{N+1}) - 2T^+ T^{(N)}(h_{N+1})] r ds d\beta - \\ & - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \int_{(h_i) L_T} \int \alpha_T^i (T^i - 2T_T) T^i r d\beta dz - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \int_{(h_i) L_M} \int \alpha_M^i (T^i - 2T_M) T^i ds dz. \quad (1.6.10) \end{aligned}$$

Тут λ^i, a^i - коефіцієнти теплопровідності та температуропровідності i -го шару оболонки відповідно.

Розділ 2. Скінчено-елементний метод розв'язання задач в'язкопружності та теплопровідності

В даному розділі представлений варіаційний скінчено-елементний метод розв'язання плоских, осесиметричних та в наближенні шаруватих анізотропних оболонок квазістаціонарних в'язкопружних задач та нестационарних задач теплопровідності.

§ 2.1 Скінчено-елементний метод розв'язання плоских і осесиметричних в'язкопружних задач та задач теплопровідності.

При розв'язанні плоских квазістаціонарних задач в'язкопружності використовується метод скінчених елементів у формі переміщень, оснований на варіаційному принципі Лагранжа [17, 54, 136]. Для розв'язання варіаційного рівняння:

$$\delta E(u, w) = 0; \quad (2.1.1)$$

де $E(u, w)$ - визначається на основі формули (1.5.3) (тут і надалі, з міркувань короткості запису, хвильову риску, яка позначає комплексні величини, будемо опускати), застосовується восьмивузловий ізопараметричний чотирикутний скінчений елемент (рис. 2.1.1) [55, 136].

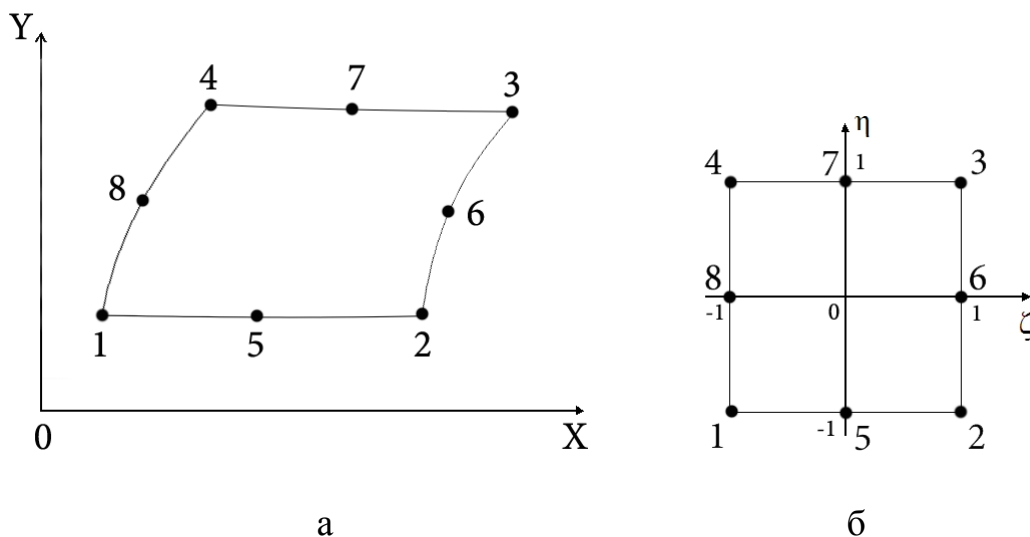


Рис. 2.1.1 а, б Восьмивузловий ізопараметричний чотирикутний скінчений елемент у: а) декартовій системі координат (x, y) ; б) нормалізованій системі координат (ζ, η) .

В якості глобальної системи координат (системі, у якій відбувається об'єднання усіх скінчених елементів в області досліджування) використовується декартова система координат (x, y) . У якості локальної системи координат, де визначаються функції апроксимації скінченого елемента і здійснюється чисельне інтегрування у функціоналі Лагранжа (1.5.3), використовується допоміжна нормалізована система координат (ζ, η) . Для побудови пробних функцій (функцій форми), які апроксимують змінні x, y і компоненти переміщень u, w в межах восьмивузлового скінченого елемента, використовуються квадратичні алгебраїчні поліноми [55, 136]:

$$\begin{aligned}\varphi_1 &= \frac{1}{4}(1-\zeta)(1-\eta)(-\zeta-\eta-1); \varphi_2 = \frac{1}{4}(1+\zeta)(1-\eta)(\zeta-\eta-1); \varphi_3 = \frac{1}{4}(1+\zeta)(1+\eta)(\zeta+\eta-1); \\ \varphi_4 &= \frac{1}{4}(1-\zeta)(1+\eta)(-\zeta+\eta-1); \varphi_5 = \frac{1}{2}(1-\zeta^2)(1-\eta); \varphi_6 = \frac{1}{2}(1-\eta^2)(1+\zeta); \\ \varphi_7 &= \frac{1}{2}(1-\zeta^2)(1+\eta); \varphi_8 = \frac{1}{2}(1-\eta^2)(1-\zeta).\end{aligned}\quad (2.1.2)$$

Далі розіб'ємо область досліджування M вузловими точками на K восьмивузлових чотирикутних скінчених елементів. При цьому будемо вважати, що в межах кожного скінченого елемента мають місце апроксимаційні співвідношення:

$$\begin{aligned}x &= \sum_{i=1}^8 x_i \varphi_i; y = \sum_{i=1}^8 y_i \varphi_i; u = \sum_{i=1}^8 u_i \varphi_i; w = \sum_{i=1}^8 w_i \varphi_i; \varepsilon_{xx} = \sum_{i=1}^8 \Psi_i u_i; \\ \varepsilon_{yy} &= \sum_{i=1}^8 \Phi_i w_i; \varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^8 (\Psi_i w_i + \Phi_i u_i); b_x = \sum_{i=1}^8 b_x^i \varphi_i; b_y = \sum_{i=1}^8 b_y^i \varphi_i.\end{aligned}\quad (2.1.3)$$

Тут $\Psi_i = \frac{1}{|J|} \left(\frac{\partial \varphi_i}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \zeta} - \frac{\partial \varphi_i}{\partial \zeta} \frac{\partial y}{\partial \eta} \right)$; $\Phi_i = \frac{1}{|J|} \left(\frac{\partial \varphi_i}{\partial \zeta} \frac{\partial x}{\partial \eta} - \frac{\partial \varphi_i}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \zeta} \right)$; $J = \frac{\partial y}{\partial \zeta} \frac{\partial x}{\partial \eta} - \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \zeta}$ - якобіан перехо-

ду між координатними системами (x, y) і (ζ, η) . Далі на основі варіаційного рівняння (2.1.1) отримуємо систему комплексних лінійних алгебраїчних рівнянь відносно компонентів переміщень:

$$\frac{\partial E}{\partial u_m} = \sum_{p=1}^K \frac{\partial E_p}{\partial u_m} = 0; \frac{\partial E}{\partial w_m} = \sum_{p=1}^K \frac{\partial E_p}{\partial w_m} = 0, m = 1, M. \quad (2.1.4)$$

Для p -го восьмивузлового скінченого елемента маємо наступну комплексну систему лінійних алгебраїчних рівнянь:

$$\frac{\partial E_p}{\partial u_1} = A_{11}^p u_1 + B_{11}^p w_1 + A_{12}^p u_2 + B_{12}^p w_2 + \dots + A_{18}^p u_8 + B_{18}^p w_8 - L_1^p;$$

$$\frac{\partial E_p}{\partial w_8} = C_{81}^p u_1 + D_{81}^p w_1 + C_{82}^p u_2 + D_{82}^p w_2 + \dots + C_{88}^p u_8 + D_{88}^p w_8 - M_8^p. \quad (2.1.5)$$

Тут коефіцієнти $A_{ij}^p, B_{ij}^p, C_{ij}^p, D_{ij}^p, L_i^p, M_i^p$ - визначаються співвідношеннями:

$$A_{ij}^p = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [c_{xx} \Psi_i \Psi_j + c_{14} (\Psi_i \Phi_j + \Phi_i \Psi_j) + G_{xy} \Phi_i \Phi_j - \rho \omega^2 \varphi_i \varphi_j] |J| d\zeta d\eta;$$

$$B_{ij}^p = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [c_{xy} \Psi_i \Phi_j + c_{14} \Psi_i \Psi_j + c_{24} \Phi_i \Phi_j + G_{xy} \Psi_i \Phi_j] |J| d\zeta d\eta;$$

$$C_{ij}^p = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [c_{xy} \Phi_i \Psi_j + c_{14} \Psi_i \Psi_j + c_{24} \Phi_i \Phi_j + G_{xy} \Phi_i \Psi_j] |J| d\zeta d\eta;$$

$$D_{ij}^p = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [c_{yy} \Phi_i \Phi_j + c_{24} (\Phi_i \Psi_j + \Psi_i \Phi_j) + G_{xy} \Psi_i \Psi_j - \rho \omega^2 \varphi_i \varphi_j] |J| d\zeta d\eta;$$

$$L_i^p = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 (\sum_{j=1}^8 b_x^j \varphi_i) |J| d\zeta d\eta + \int_L f_{xn} \varphi_i dl; M_i^p = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 (\sum_{j=1}^8 b_y^j \varphi_i) |J| d\zeta d\eta + \int_L f_{yn} \varphi_i dl. \quad (2.1.6)$$

Проводячи підсумування рівнянь (2.1.5) по усім скінченим елементам, на які розбито область досліджування, отримаємо глобальну систему комплексних лінійних алгебраїчних рівнянь (2.1.4). У цій системі рівнянь інтегрування по площі області досліджування S замінено сумою інтегралів, що взяті по площах окремих скінчених елементів, а інтегрування по контуру області – сумою інтегралів по сторонах скінчених елементів, на котрих задані відповідні граничні умови. Обчислення поверхневих і контурних інтегралів у співвідношеннях (2.1.6) проводиться за допомогою чисельного інтегрування на основі квадратурних формул Гауса [136, 145]. Тут процедура інтегрування зводиться до підсумування значень підінтегрального виразу, обчисленого в спеціальних точках інтегруємої площі, і помножених на відповідні вагові коефіцієнти [136, 145].

Матриця коефіцієнтів при вузлових компонентах переміщень в системі рівнянь (2.1.5) є симетричною в силу заданої квадратичної форми функціоналу Лагранжа E , тому достатньо визначати і зберігати у пам'яті комп'ютера тільки ті ко-

ефіцієнти матриці, номери строк і стовпців котрих задовольняють нерівності: $i \geq j$. При обчисленні контурних інтегралів, відмінними від нуля будуть тільки ті інтеграли, котрі відповідають вузлам, що лежать на сторонах, на які діє відповідне навантаження. Якщо границя тіла вільна від навантаження, то праві частини глобальної системи рівнянь, котрі відповідають розташованим на цій границі вузлам, дорівнюють нулю. Разом із завданням силових навантажень на границі області можливо завдання граничних умов у переміщеннях. Ця процедура здійснюється шляхом заміни коефіцієнтів при невідомих, які стоять на головній діагоналі глобальної системи рівнянь, на деяке дуже велике число (10^{32}). У правій частині при цьому ставиться число, яке дорівнює добутку цього великого числа заданого переміщення (можливо і нуль). Отримана у процесі обчислень глобальна система лінійних алгебраїчних рівнянь (2.1.4) розв'язується на основі методу Гауса без вибору головного елемента [54, 145]. В результаті розв'язання визначаються компоненти переміщень в усіх вузлових точках скінчено-елементної сітки, на яку було розбито область досліджування. По знайдених вузлових значеннях комплексних квазістаціонарних компонент переміщень можуть бути визначені відповідні компоненти швидкостей, деформацій, напружень та інших величин у довільній точці скінченого елемента, тобто в будь яких точках області досліджування.

Плоска задача теплопровідності розв'язується на тій же сітці скінчених елементів, що і плоска квазістаціонарна задача в'язкопружності. При цьому в основі розв'язання задачі теплопровідності лежить варіаційне рівняння функціоналу теплопровідності (1.5.6):

$$\delta I(T) = 0. \quad (2.1.7)$$

Будемо вважати, що температура T , температура навколишнього середовища T^c , початкова температура T^0 , коефіцієнт тепловіддачі α у межах восьмивузлового скінченого елемента (рис. 2.1.1) апроксимуються квадратичними алгебраїчними поліномами (2.1.2):

$$T = \sum_{i=1}^8 T_i \varphi_i; T^c = \sum_{i=1}^8 T_i^c \varphi_i; T^0 = \sum_{i=1}^8 T_i^0 \varphi_i; \alpha = \sum_{i=1}^8 \alpha_i \varphi_i. \quad (2.1.8)$$

Похідні по координатам x, y визначаються згідно формулам (2.1.3):

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \sum_{i=1}^8 \Psi_i T_i; \frac{\partial T}{\partial y} = \sum_{i=1}^8 \Phi_i T_i. \quad (2.1.9)$$

Далі виходячи з варіаційного рівняння (2.1.7) і вважаючи, що похідні за часом

$\frac{\partial T_i}{\partial t}$ є відомими величинами і не варіюються, складемо систему M лінійних дифе-

ренціальних рівнянь за часом відносно вузлових значень температури:

$$\frac{\partial I}{\partial T_m} = \sum_{p=1}^K \frac{\partial I_p}{\partial T_m} = 0, m = 1, M. \quad (2.1.10)$$

Будемо вважати, що з границею області співпадають дві сторони скінченного елемента p (наприклад, сторони з номерами 1, 2, 5 і 1, 4, 8) (рис. 2.1.1). В цьому випадку система диференціальних рівнянь за часом, що записана для першого вузла цього елемента, може бути представлена у вигляді:

$$\frac{\partial I_p}{\partial T_1} = \sum_{i=1}^8 [H_{li}^p \frac{dT_i}{dt} + (P_{li}^p + Q_{li}^p)T_i - Q_{li}^p T_i^0] - \mathbf{\Psi}_1^p = 0. \quad (2.1.11)$$

Тут:

$$H_{ij}^p = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 c \varphi_i \varphi_j |J| d\zeta d\eta; P_{ij}^p = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 (\lambda_{xx} \Psi_i \Psi_j + \lambda_{yy} \Phi_i \Phi_j + \lambda_{xy} \Psi_i \Phi_j) |J| d\zeta d\eta;$$

$$Q_{ij}^p = \int_L \alpha_n \varphi_i \varphi_j dl; \mathbf{\Psi}_1^p = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \mathbf{\Psi}_1 \varphi_1 |J| d\zeta d\eta. \quad (2.1.12)$$

Для розв'язання системи лінійних диференціальних рівнянь першого порядку (2.1.11) відносно часу при початкових умовах з (2.1.8) використовується метод скінчених різниць [34], в якому апроксимація похідної за часом здійснюється на основі неявної різносної схеми:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{T(t + \Delta t) - T(t)}{\Delta t}. \quad (2.1.13)$$

Підставляючи вираз для похідної (2.1.13) у систему диференціальних рівнянь (2.1.11), отримуємо наступну систему лінійних алгебраїчних рівнянь:

$$\sum_{i=1}^8 [(\frac{1}{\Delta t} H_{li}^p + P_{li}^p + Q_{li}^p)T_i(t + \Delta t) - \frac{1}{\Delta t} H_{li}^p T_i(t) - Q_{li}^p T_i^0] - \mathbf{\Psi}_1^p = 0. \quad (2.1.14)$$

Сумуючи рівняння (2.1.14) по усіх p -х скінчених елементах, на які розбито область досліджування, отримуємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь, що дозволяє визначати невідомі значення температури в момент часу $t + \Delta t$ через їх значення у попередній момент часу t . Зазначимо, що завдяки вибору неявної різноснової схеми (2.1.13), процедура обчислень по відношенню до вибору величини Δt залишається стійкою [77]. Розв'язання глобальної системи лінійних алгебраїчних рівнянь задачі теплопровідності (2.1.10), як і в задачі в'язкопружності, здійснюється на основі методу Гауса без вибору головного елемента [54, 145].

При розв'язанні осесиметричних квазістаціонарних задач в'язкопружності також застосовується восьмивузловий ізопараметричний чотирикутний криволінійний скінчений елемент (рис. 2.1.1) [55, 136]. В результаті стандартної процедури, отримуємо наступні апроксимаційні скінчено-елементні співвідношення для осесиметричного випадку:

$$\begin{aligned}
 r &= \sum_{i=1}^8 r_i \varphi_i; z = \sum_{i=1}^8 z_i \varphi_i; u = \sum_{i=1}^8 u_i \varphi_i; w = \sum_{i=1}^8 w_i \varphi_i; \varepsilon_{rr} = \sum_{i=1}^8 \Psi_i u_i; \\
 \varepsilon_{zz} &= \sum_{i=1}^8 \Phi_i w_i; \varepsilon_{\varphi\varphi} = \sum_{i=1}^8 \frac{\varphi_i}{r} u_i; \varepsilon_{zr} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^8 (\Psi_i w_i + \Phi_i u_i) \mathfrak{b}_z = \sum_{i=1}^8 b_z^i \varphi_i \mathfrak{b}_r = \sum_{i=1}^8 b_r^i \varphi_i; \\
 \Psi_i &= \frac{1}{|J|} \left(\frac{\partial \varphi_i}{\partial \eta} \frac{\partial z}{\partial \zeta} - \frac{\partial \varphi_i}{\partial \zeta} \frac{\partial z}{\partial \eta} \right); \Phi_i = \frac{1}{|J|} \left(\frac{\partial \varphi_i}{\partial \zeta} \frac{\partial r}{\partial \eta} - \frac{\partial \varphi_i}{\partial \eta} \frac{\partial r}{\partial \zeta} \right); J = \frac{\partial z}{\partial \zeta} \frac{\partial r}{\partial \eta} - \frac{\partial z}{\partial \eta} \frac{\partial r}{\partial \zeta}.
 \end{aligned} \tag{2.1.15}$$

Далі діючи по аналогії з плоским випадком, для комплексної системи лінійних алгебраїчних рівнянь p -го скінченого елемента (2.1.5) отримуємо наступні коефіцієнти:

$$\begin{aligned}
 A_{ij}^p &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [c_{rr} \Psi_i \Psi_j + \frac{1}{r^2} c_{\varphi\varphi} \varphi_i \varphi_j + \frac{1}{r} c_{r\varphi} (\Psi_i \varphi_j + \varphi_i \Psi_j) + c_{24} (\Psi_i \Phi_j + \Phi_i \Psi_j) + \frac{1}{r} c_{34} (\varphi_i \Phi_j + \Phi_i \varphi_j) + \\
 &+ G_{zr} \Phi_i \Phi_j - \rho \omega^2 \varphi_i \varphi_j] r |J| d\zeta d\eta; \\
 B_{ij}^p &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [G_{zr} \Psi_i \Phi_j + c_{zr} \Phi_i \Psi_j + \frac{1}{r} (c_{z\varphi} \Phi_i \varphi_j + c_{34} \varphi_i \Psi_j) + c_{14} \Phi_i \Phi_j + c_{24} \Psi_i \Psi_j] r |J| d\zeta d\eta; \\
 C_{ij}^p &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [G_{zr} \Phi_i \Psi_j + c_{zr} \Psi_i \Phi_j + \frac{1}{r} (c_{z\varphi} \varphi_i \Phi_j + c_{34} \Psi_i \varphi_j) + c_{14} \Phi_i \Phi_j + c_{24} \Psi_i \Psi_j] r |J| d\zeta d\eta;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_{ij}^p &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [c_{zz} \Phi_i \Phi_j + \frac{1}{r^2} c_{\phi\phi} \varphi_i \varphi_j + \frac{1}{r} c_{z\phi} (\Phi_i \varphi_j + \varphi_i \Phi_j) + c_{14} (\Phi_i \Psi_j + \Psi_i \Phi_j) + \frac{1}{r} c_{24} (\varphi_i \Psi_j + \Psi_i \varphi_j) + \\
&+ G_{zr} \Psi_i \Psi_j - \rho \omega^2 \varphi_i \varphi_j] r |J| d\zeta d\eta; \\
L_i^p &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 (\sum_{j=1}^8 b_r^j \varphi_i) r |J| d\zeta d\eta + \int_L f_m \varphi_i dl; M_i^p = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 (\sum_{j=1}^8 b_z^j \varphi_i) r |J| d\zeta d\eta + \int_L f_{zn} \varphi_i dl.
\end{aligned} \tag{2.1.16}$$

Подальша процедура скінчено-елементного розв'язання осесиметричної квазістаціонарної задачі в'язкопружності повністю співпадає з процедурою для плоских задач.

Осесиметрична задача теплопровідності розв'язується на тій же сітці восьми-вузлових скінчених елементів, що і задача в'язкопружності. При цьому процедура розв'язання осесиметричної задачі теплопровідності подібна процедурі розв'язання плоскої задачі теплопровідності. Skorиставшись формулами (2.1.2) і (2.1.3), представимо апроксимаційні формули для похідних від температури по координатам z, r, φ у вигляді:

$$\frac{\partial T}{\partial z} = \sum_{i=1}^8 \Phi_i T_i; \frac{\partial T}{\partial r} = \sum_{i=1}^8 \Psi_i T_i; \frac{\partial T}{\partial \varphi} = \frac{1}{r} \sum_{i=1}^8 \varphi_i T_i. \tag{2.1.17}$$

Решта апроксимаційних співвідношень співпадають з тими, що приведені у формулах (2.1.10) і (2.1.11). Дійсно виходячи з функціоналу теплопровідності для анізотропної осесиметричної задачі (1.5.13) і варіаційного рівняння (2.1.7), припускаючи що похідні $\frac{dT_i}{dt}$ не варіюються, складемо систему M лінійних диференціальних рівнянь за часом відносно вузлових значень температури подібну системі (2.1.10). Згідно описаної вище процедури, представимо систему диференціальних рівнянь, яка відповідає першому вузлу p -го скінченого елемента у вигляді подібному (2.1.11). Тут:

$$\begin{aligned}
H_{ij}^p &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 c \varphi_i \varphi_j r |J| d\zeta d\eta; P_{ij}^p = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 (\lambda_{zz} \Phi_i \Phi_j + \lambda_{rr} \Psi_i \Psi_j + \frac{1}{r^2} \lambda_{\phi\phi} \varphi_i \varphi_j + \lambda_{zr} \Phi_i \Psi_j) r |J| d\zeta d\eta; \\
Q_{ij}^p &= \int_L \alpha_n \varphi_i \varphi_j dl; \mathbf{q}_1^p = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \mathbf{q} \varphi_1 r |J| d\zeta d\eta.
\end{aligned} \tag{2.1.18}$$

§ 2.2 Скінчено-елементний метод розв'язання квазістаціонарних в'язкопружних задач для шаруватих анізотропних оболонок обертання з урахуванням зсувної жорсткості.

При розв'язання квазістаціонарних в'язкопружних задач для шаруватих анізотропних оболонок обертання з урахуванням зсувної жорсткості застосовується метод скінчених елементів, оснований на варіаційному принципі для модифікованого функціоналу Лагранжа (1.6.7) [54, 55, 136, 145]:

$$\delta E(u_0, v_0, w_0, u_1, v_1, w_1) = 0. \quad (2.2.1)$$

Для розв'язання варіаційного рівняння (2.2.1) застосовується дев'ятивузловий ізопараметричний чотирикутний оболонковий скінчений елемент. Цей елемент обмежений криволінійними поверхнями, при цьому його поперечні перерізи по товщині утворені прямими лініями (рис. 2.2.1) [55, 78, 145].

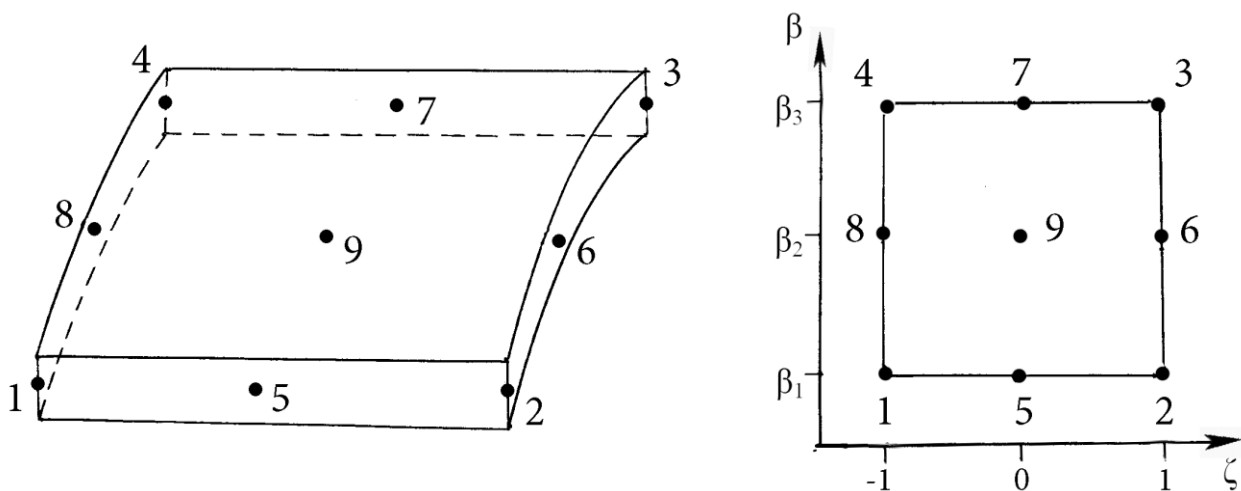


Рис. 2.2.1 Дев'ятивузловий ізопараметричний чотирикутний оболонковий скінчений елемент.

В якості глобальної системи координат, тобто системи у котрій об'єднуються усі скінчені елементи, використана циліндрична система координат (r, β, x) (рис. 1.6.2). З цього рисунку слідує, що меридіональна координата оболонки обертання s зв'язана з осевою координатою x співвідношенням:

$$ds = A dx, A = \sqrt{1 + \left(\frac{dr}{dx}\right)^2}. \quad (2.2.2)$$

В якості локальної системи координат, у котрій для кожного скінченного елемента визначаються апроксимаційні функції і проводиться чисельне інтегрування, використана нормалізована система координат (ζ, β) (рис. 2.2.1). Для побудови функцій форми, що апроксимують складові переміщень (1.6.3) у межах дев'ятивузлового скінченного елемента, використовуються алгебраїчні та тригонометричні поліноми [78, 233]:

$$G_i(\zeta) = a_i^{(1)} + a_i^{(2)}\zeta + a_i^{(3)}\zeta^2; H_j(\beta) = b_j^{(1)} + b_j^{(2)}\cos\beta + b_j^{(3)}\sin\beta; \quad i, j = 1, 2, 3;$$

$$G_i(\zeta_k) = \begin{cases} 1, & i = k \\ 0, & i \neq k \end{cases}; H_j(\beta_k) = \begin{cases} 1, & j = k \\ 0, & j \neq k \end{cases}. \quad (2.2.3)$$

Таким чином, для визначення функцій $G_1(\zeta), H_1(\beta)$ необхідно розв'язати наступні системи рівнянь, що виходять з співвідношень (2.2.3) при умовах $\zeta = 1, \beta = \beta_1$:

$$\begin{aligned} 1 &= a_1^{(1)} - a_1^{(2)} + a_1^{(3)}; & 1 &= b_1^{(1)} + b_1^{(2)}\cos\beta_1 + b_1^{(3)}\sin\beta_1; \\ 0 &= a_1^{(1)}; & 0 &= b_1^{(1)} + b_1^{(2)}\cos\beta_2 + b_1^{(3)}\sin\beta_2; \\ 0 &= a_1^{(1)} + a_1^{(2)} + a_1^{(3)}; & 0 &= b_1^{(1)} + b_1^{(2)}\cos\beta_3 + b_1^{(3)}\sin\beta_3. \end{aligned} \quad (2.2.4)$$

В результаті розв'язання системи рівнянь (2.2.4) отримуємо наступні співвідношення:

$$H_1(\beta) = \frac{\sin(\beta - \beta_2) - \sin(\beta - \beta_3) + \sin(\beta_2 - \beta_3)}{\sin(\beta_1 - \beta_2) - \sin(\beta_1 - \beta_3) + \sin(\beta_2 - \beta_3)}; G_1(\zeta) = \frac{1}{2}\zeta(\zeta - 1).$$

Діючи подібним чином, отримуємо:

$$H_2(\beta) = \frac{\sin(\beta - \beta_3) - \sin(\beta - \beta_1) + \sin(\beta_3 - \beta_1)}{\sin(\beta_2 - \beta_3) - \sin(\beta_2 - \beta_1) + \sin(\beta_3 - \beta_1)}; G_2(\zeta) = \frac{1}{2}\zeta(\zeta + 1);$$

$$H_3(\beta) = \frac{\sin(\beta - \beta_1) - \sin(\beta - \beta_2) + \sin(\beta_1 - \beta_2)}{\sin(\beta_3 - \beta_1) - \sin(\beta_3 - \beta_2) + \sin(\beta_1 - \beta_2)}; G_3(\zeta) = 1 - \zeta^2.$$

Для довільного дев'ятивузлового чотирикутного скінченного елемента зв'язок між осевою координатою x і допоміжною змінною ζ представляється у вигляді залежності [78, 233]:

$$x = x_1 G_1 + x_2 G_2 + x_3 G_3. \quad (2.2.5)$$

Виходячи з отриманих результатів побудуємо апроксимаційні функції форми дев'ятивузлового оболонкового скінченного елемента (рис. 2.2.1) у вигляді:

$$\begin{aligned} N_1 &= H_1(\beta)G_1(\zeta); N_2 = H_1(\beta)G_2(\zeta); N_3 = H_3(\beta)G_2(\zeta); N_4 = H_3(\beta)G_1(\zeta); N_5 = H_1(\beta)G_3(\zeta); \\ N_6 &= H_2(\beta)G_2(\zeta); N_7 = H_3(\beta)G_3(\zeta); N_8 = H_2(\beta)G_1(\zeta); N_9 = H_2(\beta)G_3(\zeta). \end{aligned} \quad (2.2.6)$$

Далі інтегруючи функціонал Лагранжа анізотропної квазістаціонарної задачі в'язкопружності для шаруватих оболонок обертання (1.6.7) по товщині i -го шару і роблячи сумування по всьому пакету шарів оболонки, приводимо його до двомірного вигляду:

$$\begin{aligned} E(u_0, v_0, w_0, u_1, v_1, w_1) &= \frac{1}{2} \int_S \sum_{i=1}^N \{ c_{ss}^i \varepsilon_s^2 A_i^{(1)} + \chi_s^2 A_i^{(3)} + 2\varepsilon_s \chi_s A_i^{(2)} \} + c_{\beta\beta}^i (\varepsilon_\beta^2 A_i^{(4)} + \chi_\beta^2 A_i^{(6)} + 2\varepsilon_\beta \chi_\beta A_i^{(5)}) + \\ &+ c_{zz}^i \varepsilon_z^2 A_i^{(7)} + 2c_{s\beta}^i (\varepsilon_s \varepsilon_\beta H_i^{(1)} + \varepsilon_\beta \chi_s H_i^{(1)} H_i^{(2)} + \varepsilon_s \chi_\beta H_i^{(1)} H_i^{(2)} + \chi_s \chi_\beta H_i^{(1)} H_i^{(2)}) + 2c_{sz}^i (\varepsilon_s \varepsilon_z A_i^{(8)} + \chi_s \varepsilon_z A_i^{(9)}) + \\ &+ 2c_{\beta z}^i (\varepsilon_\beta \varepsilon_z A_i^{(10)} + \chi_\beta \varepsilon_z A_i^{(11)}) + 4c_{14}^i (\varepsilon_{s\beta}^{(1)} \varepsilon_s A_i^{(1)} + \varepsilon_{s\beta}^{(2)} \varepsilon_s H_i^{(1)} + \chi_{s\beta}^{(1)} \varepsilon_s A_i^{(2)} + \chi_{s\beta}^{(2)} \varepsilon_s H_i^{(1)} H_i^{(2)} + \varepsilon_{s\beta}^{(1)} \chi_s A_i^{(2)} + \\ &+ \varepsilon_{s\beta}^{(2)} \chi_s H_i^{(1)} H_i^{(2)} + \chi_{s\beta}^{(1)} \chi_s A_i^{(3)} + \chi_{s\beta}^{(2)} \chi_s H_i^{(1)} H_i^{(3)}) + 4c_{24}^i (\varepsilon_{s\beta}^{(2)} \varepsilon_\beta A_i^{(4)} + \varepsilon_{s\beta}^{(1)} \varepsilon_\beta H_i^{(1)} + \chi_{s\beta}^{(1)} \varepsilon_\beta H_i^{(1)} + \\ &+ \chi_{s\beta}^{(1)} \varepsilon_\beta H_i^{(1)} H_i^{(2)} + \chi_{s\beta}^{(2)} \varepsilon_\beta A_i^{(5)} + \varepsilon_{s\beta}^{(1)} \chi_\beta H_i^{(1)} H_i^{(2)} + \varepsilon_{s\beta}^{(2)} \chi_\beta A_i^{(3)} + \chi_{s\beta}^{(1)} \chi_\beta H_i^{(1)} H_i^{(3)} + \chi_{s\beta}^{(2)} \chi_\beta A_i^{(6)}) + \\ &+ 4c_{34}^i (\varepsilon_{s\beta}^{(1)} \varepsilon_z A_i^{(8)} + \varepsilon_{s\beta}^{(2)} \varepsilon_z A_i^{(10)} + \chi_{s\beta}^{(1)} \varepsilon_z A_i^{(9)} + \chi_{s\beta}^{(2)} \varepsilon_z A_i^{(11)}) + 4G_{s\beta}^i (\varepsilon_{s\beta}^{(1)2} A_i^{(1)} + \varepsilon_{s\beta}^{(2)2} A_i^{(4)} + 2\varepsilon_{s\beta}^{(1)} \varepsilon_{s\beta}^{(2)} H_i^{(1)} + \\ &+ 2\varepsilon_{s\beta}^{(1)} \chi_{s\beta}^{(1)} A_i^{(2)} + \varepsilon_{s\beta}^{(2)} \chi_{s\beta}^{(2)} A_i^{(5)} + 2\varepsilon_{s\beta}^{(2)} \chi_{s\beta}^{(1)} H_i^{(1)} H_i^{(2)} + 2\varepsilon_{s\beta}^{(1)} \chi_{s\beta}^{(2)} H_i^{(1)} H_i^{(2)} + \chi_{s\beta}^{(1)2} A_i^{(3)} + \chi_{s\beta}^{(2)2} A_i^{(6)} + \\ &+ 2\chi_{s\beta}^{(1)} \chi_{s\beta}^{(2)} H_i^{(1)} H_i^{(3)}) + 4G_{sz}^i (\varepsilon_{sz}^2 A_i^{(1)} + \chi_{sz}^2 A_i^{(3)} + 2\varepsilon_{sz} \chi_{sz} A_i^{(2)}) + 4G_{\beta z}^i (\varepsilon_{\beta z}^2 A_i^{(4)} + \chi_{\beta z}^2 A_i^{(6)} + 2\varepsilon_{\beta z} \chi_{\beta z} A_i^{(5)}) + \\ &+ 8c_{56}^i (\varepsilon_{sz} \varepsilon_{\beta z} H_i^{(1)} + \varepsilon_{\beta z} \chi_{sz} H_i^{(1)} H_i^{(2)} + \varepsilon_{sz} \chi_{\beta z} H_i^{(1)} H_i^{(2)} + \chi_{sz} \chi_{\beta z} H_i^{(1)} H_i^{(3)}) + \omega^2 \rho_i [(u_0^2 + v_0^2 + w_0^2) A_i^{(7)} + \\ &+ 2(u_0 u_1 + v_0 v_1 + w_0 w_1) A_i^{(12)} + (u_1^2 + v_1^2 + w_1^2) A_i^{(13)}] \} r ds d\beta - \int_S [P_s^-(u_0 + u_1 h_1) + P_\beta^-(v_0 + v_1 h_1) + P_z^-(w_0 + \\ &+ w_1 h_1) + P_s^+(u_0 + u_1 h_{N+1}) + P_\beta^+(v_0 + v_1 h_{N+1}) + P_z^+(w_0 + w_1 h_{N+1})] r ds d\beta - \int_{L_T} (T_s u_0 + T_{s\beta} v_0 + Q_s w_0 + \\ &+ M_s u_1 + M_{s\beta} v_1) r d\beta - \int_{L_M} (T_{\beta s} u_0 + T_\beta v_0 + Q_\beta w_0 + M_{\beta s} u_1 + M_\beta v_1) ds. \end{aligned} \quad (2.2.7)$$

Тут:

$$\begin{aligned} A_i^{(1)} &= H_i^{(1)} \left(1 + \frac{H_i^{(2)}}{R_2} R^- - \frac{H_i^{(3)}}{R_1 R_2} R^- + \frac{H_i^{(4)}}{R_1^2 R_2} + \frac{H_i^{(5)}}{R_1^3 R_2} R^- \right); A_i^{(2)} = H_i^{(1)} \left(H_i^{(2)} + \frac{H_i^{(3)}}{R_2} R^- - \frac{H_i^{(4)}}{R_1 R_2} R^- - \frac{H_i^{(5)}}{R_1^3} \right); \\ A_i^{(3)} &= H_i^{(1)} \left(H_i^{(3)} + \frac{H_i^{(4)}}{R_2} R^- - \frac{H_i^{(5)}}{R_1 R_2} R^+ \right); A_i^{(4)} = H_i^{(1)} \left(1 - \frac{H_i^{(2)}}{R_2} R^- + \frac{H_i^{(3)}}{R_2^2} R^- + \frac{H_i^{(4)}}{R_2^3} R^+ + \frac{H_i^{(5)}}{R_2^4} R^- \right); \\ A_i^{(5)} &= H_i^{(1)} \left(H_i^{(2)} + \frac{H_i^{(3)}}{R_2} R^- + \frac{H_i^{(4)}}{R_1 R_2} + \frac{H_i^{(5)}}{R_2^3} \right); A_i^{(6)} = H_i^{(1)} \left(H_i^{(3)} + \frac{H_i^{(4)}}{R_2} R^- - \frac{H_i^{(5)}}{R_2^2} R^+ \right); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_i^{(7)} &= H_i^{(1)} \left(1 + \frac{H_i^{(2)}}{R_2} R^+ - \frac{H_i^{(3)}}{R_1 R_2} \right); A_i^{(8)} = H_i^{(1)} \left(1 + \frac{H_i^{(2)}}{R_2} \right); A_i^{(9)} = H_i^{(1)} \left(H_i^{(2)} + \frac{H_i^{(3)}}{R_2} \right); \\
A_i^{(10)} &= H_i^{(1)} \left(1 + \frac{H_i^{(2)}}{R_1} \right); A_i^{(11)} = H_i^{(1)} \left(H_i^{(2)} + \frac{H_i^{(3)}}{R_1} \right); A_i^{(12)} = H_i^{(1)} \left(H_i^{(2)} + \frac{H_i^{(3)}}{R_2} R^+ - \frac{H_i^{(4)}}{R_1 R_2} \right); \\
A_i^{(13)} &= H_i^{(1)} \left(H_i^{(3)} + \frac{H_i^{(4)}}{R_2} R^+ + \frac{H_i^{(5)}}{R_1 R_2} \right); R^- = 1 - \frac{R_2}{R_1}; R^+ = 1 + \frac{R_2}{R_1}; H_i^{(1)} = h_{i+1} - h_i; H_i^{(2)} = \frac{h_{i+1} + h_i}{2}; \\
H_i^{(3)} &= \frac{h_{i+1}^2 + h_{i+1} h_i + h_i^2}{3}; H_i^{(4)} = \frac{(h_{i+1} + h_i)(h_{i+1}^2 + h_i^2)}{4}; H_i^{(5)} = \frac{(h_{i+1} + h_i)(h_{i+1}^3 + h_i^3) + h_{i+1}^2 h_i^2}{5}.
\end{aligned}$$

Розіб'ємо серединну поверхню оболонки M вузловими точками на K дев'ятивузлових чотирикутних скінчених елементів. При цьому вважатимемо, що складові переміщень серединної поверхні оболонки (1.6.3) апроксимуються на основі отриманих функцій форми (2.2.6) наступним чином:

$$u_0 = \sum_{i=1}^9 N_i u_0^i; v_0 = \sum_{i=1}^9 N_i v_0^i; w_0 = \sum_{i=1}^9 N_i w_0^i; u_1 = \sum_{i=1}^9 N_i u_1^i; v_1 = \sum_{i=1}^9 N_i v_1^i; w_1 = \sum_{i=1}^9 N_i w_1^i. \quad (2.2.8)$$

Далі на основі співвідношень (1.6.4), (1.6.5), (2.2.2), (2.2.6) отримуємо апроксимаційні вирази для складових тензора деформацій оболонки у вигляді:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_s &= \frac{1}{A} \sum_{i=1}^9 \Psi_i u_0^i + \frac{1}{R_1} \sum_{i=1}^9 N_i w_0^i; \chi_s = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^9 \Psi_i u_1^i + \frac{1}{R_1} \sum_{i=1}^9 N_i w_1^i; \varepsilon_\beta = \frac{1}{r} \sum_{i=1}^9 \Phi_i v_0^i - \frac{\sin \alpha}{r} \sum_{i=1}^9 N_i u_0^i + \\
&+ \frac{1}{R_2} \sum_{i=1}^9 N_i w_0^i; \chi_\beta = \frac{1}{r} \sum_{i=1}^9 \Phi_i v_1^i - \frac{\sin \alpha}{r} \sum_{i=1}^9 N_i u_1^i + \frac{1}{R_2} \sum_{i=1}^9 N_i w_1^i; \varepsilon_z = \sum_{i=1}^9 N_i w_1^i; \varepsilon_{s\beta}^{(1)} = \frac{1}{2} \frac{1}{A} \sum_{i=1}^9 \Psi_i v_0^i; \\
\varepsilon_{s\beta}^{(2)} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r} \sum_{i=1}^9 \Phi_i u_0^i + \frac{\sin \alpha}{r} \sum_{i=1}^9 N_i v_0^i \right); \chi_{s\beta}^{(1)} = \frac{1}{2} \frac{1}{A} \sum_{i=1}^9 \Psi_i v_1^i; \chi_{s\beta}^{(2)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r} \sum_{i=1}^9 \Phi_i u_1^i + \frac{\sin \alpha}{r} \sum_{i=1}^9 N_i v_1^i \right); \\
\varepsilon_{sz} &= \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^9 N_i u_1^i + \frac{1}{A} \sum_{i=1}^9 \Psi_i w_0^i - \frac{1}{R_1} \sum_{i=1}^9 N_i u_0^i \right); \varepsilon_{\beta z} = \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^9 N_i v_1^i + \frac{1}{r} \sum_{i=1}^9 \Phi_i w_0^i - \frac{1}{R_2} \sum_{i=1}^9 N_i v_0^i \right); \\
\chi_{sz} &= \frac{1}{2} \frac{1}{A} \sum_{i=1}^9 \Psi_i w_1^i; \chi_{s\beta} = \frac{1}{2} \frac{1}{r} \sum_{i=1}^9 \Phi_i w_1^i.
\end{aligned} \quad (2.2.9)$$

Тут:

$$\begin{aligned}
\Psi_1 &= \frac{\partial N_1}{\partial x} = H_1(\beta) \frac{dG_1(\zeta)}{d\zeta} \frac{1}{J}; \Psi_2 = \frac{\partial N_2}{\partial x} = H_1(\beta) \frac{dG_2(\zeta)}{d\zeta} \frac{1}{J}; \Psi_3 = \frac{\partial N_3}{\partial x} = H_3(\beta) \frac{dG_2(\zeta)}{d\zeta} \frac{1}{J}; \\
\Psi_4 &= \frac{\partial N_4}{\partial x} = H_3(\beta) \frac{dG_1(\zeta)}{d\zeta} \frac{1}{J}; \Psi_5 = \frac{\partial N_5}{\partial x} = H_1(\beta) \frac{dG_3(\zeta)}{d\zeta} \frac{1}{J}; \Psi_6 = \frac{\partial N_6}{\partial x} = H_2(\beta) \frac{dG_2(\zeta)}{d\zeta} \frac{1}{J};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Psi_7 &= \frac{\partial N_7}{\partial x} = H_3(\beta) \frac{dG_3(\zeta)}{d\zeta} \frac{1}{J}; \Psi_8 = \frac{\partial N_8}{\partial x} = H_2(\beta) \frac{dG_1(\zeta)}{d\zeta} \frac{1}{J}; \Psi_9 = \frac{\partial N_9}{\partial x} = H_2(\beta) \frac{dG_3(\zeta)}{d\zeta} \frac{1}{J}; \\
\Phi_1 &= \frac{\partial N_1}{\partial \beta} = \frac{dH_1(\beta)}{d\beta} G_1(\zeta); \Phi_2 = \frac{\partial N_2}{\partial \beta} = \frac{dH_1(\beta)}{d\beta} G_2(\zeta); \Phi_3 = \frac{\partial N_3}{\partial \beta} = \frac{dH_3(\beta)}{d\beta} G_2(\zeta); \\
\Phi_4 &= \frac{\partial N_4}{\partial \beta} = \frac{dH_3(\beta)}{d\beta} G_1(\zeta); \Phi_5 = \frac{\partial N_5}{\partial \beta} = \frac{dH_1(\beta)}{d\beta} G_3(\zeta); \Phi_6 = \frac{\partial N_6}{\partial \beta} = \frac{dH_1(\beta)}{d\beta} G_2(\zeta); \\
\Phi_7 &= \frac{\partial N_7}{\partial \beta} = \frac{dH_3(\beta)}{d\beta} G_3(\zeta); \Phi_8 = \frac{\partial N_8}{\partial \beta} = \frac{dH_2(\beta)}{d\beta} G_1(\zeta); \Phi_9 = \frac{\partial N_9}{\partial \beta} = \frac{dH_2(\beta)}{d\beta} G_3(\zeta); \\
J &= x_1 \frac{dG_1}{d\zeta} + x_2 \frac{dG_2}{d\zeta} + x_3 \frac{dG_3}{d\zeta}. \tag{2.2.10}
\end{aligned}$$

Апроксимуємо компоненти вектора поверхневого навантаження, а також зусилля і моменти, що діють на контур оболонки:

$$P_s = \sum_{i=1}^9 N_i P_s^i; P_\beta = \sum_{i=1}^9 N_i P_\beta^i; P_z = \sum_{i=1}^9 N_i P_z^i; T_{kl} = \sum_{i=1}^9 N_i T_{kl}^i; Q_k = \sum_{i=1}^9 N_i Q_k^i; M_{kl} = \sum_{i=1}^9 N_i T_{kl}^i; k, l = s, \beta. \tag{2.2.11}$$

Далі з варіаційного рівняння (2.2.1) отримуємо систему комплексних лінійних алгебраїчних рівнянь:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial E}{\partial w_0^m} \sum_{p=1}^K \frac{\partial E_p}{\partial w_0^m} &= 0; \frac{\partial E}{\partial u_0^m} \sum_{p=1}^K \frac{\partial E_p}{\partial u_0^m} = 0; \frac{\partial E}{\partial v_0^m} \sum_{p=1}^K \frac{\partial E_p}{\partial v_0^m} = 0; \\
\frac{\partial E}{\partial w_1^m} \sum_{p=1}^K \frac{\partial E_p}{\partial w_1^m} &= 0; \frac{\partial E}{\partial u_1^m} \sum_{p=1}^K \frac{\partial E_p}{\partial u_1^m} = 0; \frac{\partial E}{\partial v_1^m} \sum_{p=1}^K \frac{\partial E_p}{\partial v_1^m} = 0; m = 1, M. \tag{2.2.12}
\end{aligned}$$

Для p -го скінченного елемента варіації для першого вузла мають вигляд:

$$\frac{\partial E_p}{\partial w_0^1} = A_{11}^{(p, w_0)} w_0^1 + B_{11}^{(p, w_0)} u_0^1 + C_{11}^{(p, w_0)} v_0^1 + P_{11}^{(p, w_0)} w_1^1 + Q_{11}^{(p, w_0)} u_1^1 + R_{11}^{(p, w_0)} v_1^1 + A_{12}^{(p, w_0)} w_0^2 + \dots + t_1^{(p, w_0)} + k_1^{(p, w_0)};$$

$$\frac{\partial E_p}{\partial u_0^1} = A_{11}^{(p, u_0)} w_0^1 + B_{11}^{(p, u_0)} u_0^1 + C_{11}^{(p, u_0)} v_0^1 + P_{11}^{(p, u_0)} w_1^1 + Q_{11}^{(p, u_0)} u_1^1 + R_{11}^{(p, u_0)} v_1^1 + A_{12}^{(p, u_0)} w_0^2 + \dots + t_1^{(p, u_0)} + k_1^{(p, u_0)};$$

$$\frac{\partial E_p}{\partial v_0^1} = A_{11}^{(p, v_0)} w_0^1 + B_{11}^{(p, v_0)} u_0^1 + C_{11}^{(p, v_0)} v_0^1 + P_{11}^{(p, v_0)} w_1^1 + Q_{11}^{(p, v_0)} u_1^1 + R_{11}^{(p, v_0)} v_1^1 + A_{12}^{(p, v_0)} w_0^2 + \dots + t_1^{(p, v_0)} + k_1^{(p, v_0)};$$

$$\frac{\partial E_p}{\partial w_1^1} = A_{11}^{(p, w_1)} w_0^1 + B_{11}^{(p, w_1)} u_0^1 + C_{11}^{(p, w_1)} v_0^1 + P_{11}^{(p, w_1)} w_1^1 + Q_{11}^{(p, w_1)} u_1^1 + R_{11}^{(p, w_1)} v_1^1 + A_{12}^{(p, w_1)} w_0^2 + \dots + t_1^{(p, w_1)} + k_1^{(p, w_1)};$$

$$\frac{\partial E_p}{\partial u_1^1} = A_{11}^{(p, u_1)} w_0^1 + B_{11}^{(p, u_1)} u_0^1 + C_{11}^{(p, u_1)} v_0^1 + P_{11}^{(p, u_1)} w_1^1 + Q_{11}^{(p, u_1)} u_1^1 + R_{11}^{(p, u_1)} v_1^1 + A_{12}^{(p, u_1)} w_0^2 + \dots + t_1^{(p, u_1)} + k_1^{(p, u_1)};$$

$$\frac{\partial E_p}{\partial v_1^1} = A_{11}^{(p, v_1)} w_0^1 + B_{11}^{(p, v_1)} u_0^1 + C_{11}^{(p, v_1)} v_0^1 + P_{11}^{(p, v_1)} w_1^1 + Q_{11}^{(p, v_1)} u_1^1 + R_{11}^{(p, v_1)} v_1^1 + \dots + t_1^{(p, v_1)} + k_1^{(p, v_1)}. \quad (2.2.13)$$

Тут коефіцієнти визначаються наступним чином:

$$A_{mm}^{(p, w_0)} = \sum_{i=1}^N \left\{ \int_{S_p} [E_{ss}^i A_i^{(1)} \frac{1}{R_1^2} N_n N_m + E_{\beta\beta}^i A_i^{(4)} \frac{1}{R_2^2} N_n N_m + 2E_{s\beta}^i H_i^{(1)} \frac{1}{R_1 R_2} N_n N_m + G_{sz}^i A_i^{(1)} \frac{1}{A^2} \Psi_n \Psi_m + \right. \\ \left. + G_{\beta z}^i A_i^{(2)} \frac{1}{r^2} \Phi_n \Phi_m + E_{56}^i H_i^{(1)} \frac{1}{Ar} (\Psi_n \Phi_m + \Phi_n \Psi_m) + \omega^2 \rho_i A_i^{(7)} N_n N_m \right] Ar d\beta dx \};$$

$$B_{mm}^{(p, w_0)} = \sum_{i=1}^N \left\{ \int_{S_p} [E_{ss}^i A_i^{(1)} \frac{1}{AR_1} \Psi_n N_m + E_{\beta\beta}^i A_i^{(4)} \frac{\sin \alpha}{R_2 r} N_n N_m + E_{s\beta}^i H_i^{(1)} \left(\frac{1}{AR_2} \Psi_n N_m - \frac{\sin \alpha}{r R_1} N_n N_m \right) + \right. \\ \left. + E_{4s}^i H_i^{(1)} \frac{1}{r R_1} \Phi_n N_m + E_{4\beta}^i A_i^{(4)} \frac{1}{r R_2} \Phi_n N_m - G_{sz}^i A_i^{(1)} \frac{1}{AR_1} N_n \Psi_m - E_{56}^i H_i^{(1)} \frac{1}{r R_1} N_n \Phi_m \right] Ar d\beta dx \};$$

$$C_{mm}^{(p, w_0)} = \sum_{i=1}^N \left\{ \int_{S_p} [E_{\beta\beta}^i A_i^{(4)} \frac{1}{r R_2} \Phi_n N_m + E_{s\beta}^i H_i^{(1)} \frac{1}{r R_1} \Phi_n N_m + E_{4s}^i (A_i^{(1)} \frac{1}{AR_1} \Psi_n N_m - H_i^{(1)} \frac{\sin \alpha}{r R_1} N_n N_m) + \right. \\ \left. + E_{4\beta}^i (H_i^{(1)} \frac{1}{AR_2} \Psi_n N_m + A_i^{(4)} \frac{\sin \alpha}{r R_2} N_n N_m) - G_{\beta z}^i A_i^{(4)} \frac{1}{R_2 r} N_n \Phi_m - E_{56}^i H_i^{(1)} \frac{1}{AR_2} N_n \Psi_m \right] Ar d\beta dx \};$$

$$P_{mm}^{(p, w_0)} = \sum_{i=1}^N \left\{ \int_{S_p} [E_{ss}^i A_i^{(2)} \frac{1}{R_1^2} N_n N_m + E_{\beta\beta}^i A_i^{(5)} \frac{1}{R_2^2} N_n N_m + 2E_{s\beta}^i H_i^{(1)} H_i^{(2)} \frac{1}{R_1 R_2} N_n N_m + E_{sz}^i A_i^{(8)} \frac{1}{R_1} N_n N_m + \right. \\ \left. + E_{\beta z}^i A_i^{(10)} \frac{1}{R_2} N_n N_m + G_{sz}^i A_i^{(2)} \frac{1}{A^2} \Psi_n \Psi_m + G_{\beta z}^i A_i^{(5)} \frac{1}{r^2} \Phi_n \Phi_m + E_{56}^i H_i^{(1)} H_i^{(2)} \frac{1}{Ar} \Phi_n \Psi_m + \right. \\ \left. + \omega^2 \rho_i A_i^{(7)} N_n N_m \right] Ar d\beta dx \};$$

$$Q_{mm}^{(p, w_0)} = \sum_{i=1}^N \left\{ \int_{S_p} [E_{ss}^i A_i^{(2)} \frac{1}{AR_1} \Psi_n N_m + E_{\beta\beta}^i A_i^{(5)} \frac{\sin \alpha}{r R_2} N_n N_m + E_{s\beta}^i H_i^{(1)} H_i^{(2)} \left(\frac{1}{AR_2} \Psi_n N_m - \frac{\sin \alpha}{r R_1} N_n N_m \right) + \right. \\ \left. + E_{4s}^i H_i^{(1)} H_i^{(2)} \frac{1}{r R_1} \Phi_n N_m + E_{4\beta}^i A_i^{(5)} \frac{1}{r R_2} \Phi_n N_m + G_{sz}^i A_i^{(1)} \frac{1}{A} N_n \Psi_m + E_{56}^i H_i^{(1)} \frac{1}{r} N_n \Phi_m \right] Ar d\beta dx \};$$

$$R_{mm}^{(p, w_0)} = \sum_{i=1}^N \left\{ \int_{S_p} [E_{\beta\beta}^i A_i^{(5)} \frac{1}{r R_2} \Phi_n N_m + E_{s\beta}^i H_i^{(1)} H_i^{(2)} \frac{1}{r R_1} \Phi_n N_m + E_{4s}^i (A_i^{(2)} \frac{1}{AR_1} \Psi_n N_m + \right. \\ \left. + H_i^{(1)} H_i^{(2)} \frac{\sin \alpha}{r R_1} N_n N_m) + E_{4\beta}^i (H_i^{(1)} \frac{1}{AR_2} \Psi_n N_m + A_i^{(5)} \frac{\sin \alpha}{r R_2} N_n N_m) + G_{\beta z}^i A_i^{(4)} \frac{1}{r} N_n \Phi_m + \right. \\ \left. + E_{56}^i H_i^{(1)} \frac{1}{A} N_n \Psi_m \right] Ar d\beta dx \};$$

$$B_{mm}^{(p, u_0)} = \sum_{i=1}^N \left\{ \int_{S_p} [E_{ss}^i A_i^{(1)} \frac{1}{A^2} \Psi_n \Psi_m + E_{\beta\beta}^i A_i^{(4)} \frac{\sin^2 \alpha}{r^2} N_n N_m - E_{s\beta}^i H_i^{(1)} \frac{\sin \alpha}{Ar} (\Psi_n N_m + N_n \Psi_m) + \right.$$

$$\begin{aligned}
& +E_{4s}^i H_i^{(1)} \frac{1}{Ar} (\Phi_n \Psi_m + \Psi_n \Phi_m) - E_{4\beta}^i A_i^{(4)} \frac{\sin \alpha}{r^2} (N_n \Phi_m + \Phi_n N_m) + G_{s\beta}^i A_i^{(4)} \frac{1}{r^2} \Phi_n \Phi_m + \\
& +G_{sz}^i A_i^{(1)} \frac{1}{R_1^2} N_n N_m + \omega^2 \rho_i A_i^{(7)} N_n N_m] Ar d\beta dx \}; \\
C_{mm}^{(p,u_0)} & = \sum_{i=1}^N \left\{ \int_{S_p} [-E_{\beta\beta}^i A_i^{(4)} \frac{\sin \alpha}{r^2} \Phi_n N_m + E_{s\beta}^i H_i^{(1)} \frac{1}{Ar} \Phi_n \Psi_m + E_{4s}^i (A_i^{(1)} \frac{1}{A^2} \Psi_n \Psi_m + H_i^{(1)} \frac{\sin \alpha}{rA} N_n \Psi_m) - \right. \\
& -E_{4\beta}^i H_i^{(1)} \frac{\sin \alpha}{Ar} \Psi_n N_m) + E_{4\beta}^i A_i^{(4)} (\frac{1}{r^2} \Phi_n \Phi_m - \frac{\sin^2 \alpha}{r^2} N_n N_m) + G_{s\beta}^i (A_i^{(4)} \frac{\sin \alpha}{r^2} N_n \Phi_m + \\
& +H_i^{(1)} \frac{1}{Ar} \Psi_n \Phi_m)] Ar d\beta dx \}; \\
P_{mm}^{(p,u_0)} & = \sum_{i=1}^N \left\{ \int_{S_p} [E_{ss}^i A_i^{(2)} \frac{1}{AR_1} N_n \Psi_m - E_{\beta\beta}^i A_i^{(5)} \frac{\sin \alpha}{rR_2} N_n N_m + E_{s\beta}^i H_i^{(1)} H_i^{(2)} (\frac{1}{AR_2} N_n \Psi_m - \frac{\sin \alpha}{rR_1} N_n N_m) + \right. \\
& +E_{sz}^i A_i^{(8)} \frac{1}{A} N_n \Psi_m - E_{\beta z}^i A_i^{(10)} \frac{\sin \alpha}{r} N_n N_m + E_{4s}^i H_i^{(1)} H_i^{(2)} \frac{1}{rR_1} N_n \Phi_m + E_{4\beta}^i A_i^{(5)} \frac{1}{rR_2} N_n \Phi_m + \\
& +E_{4z}^i A_i^{(10)} \frac{1}{r} N_n \Phi_m - G_{sz}^i A_i^{(2)} \frac{1}{AR_1} \Psi_n N_m - E_{56}^i H_i^{(1)} H_i^{(2)} \frac{1}{rR_1} \Phi_n N_m] Ar d\beta dx \}; \\
Q_{mm}^{(p,u_0)} & = \sum_{i=1}^N \left\{ \int_{S_p} [E_{ss}^i A_i^{(2)} \frac{1}{A^2} \Psi_n \Psi_m + E_{\beta\beta}^i A_i^{(5)} \frac{\sin^2 \alpha}{r^2} N_n N_m - E_{s\beta}^i H_i^{(1)} H_i^{(2)} \frac{\sin \alpha}{Ar} (\Psi_n N_m + N_n \Psi_m) + \right. \\
& +E_{4s}^i H_i^{(1)} H_i^{(2)} \frac{1}{Ar} (\Phi_n \Psi_m + \Psi_n \Phi_m) - E_{4\beta}^i A_i^{(5)} \frac{\sin \alpha}{r^2} (\Phi_n N_m + N_n \Phi_m) + G_{s\beta}^i A_i^{(5)} \frac{1}{r^2} \Phi_n \Phi_m + \\
& +G_{sz}^i A_i^{(1)} \frac{1}{R_1} N_n N_m + \omega^2 \rho_i A_i^{(12)} N_n N_m] Ar d\beta dx \}; \\
R_{mm}^{(p,u_0)} & = \sum_{i=1}^N \left\{ \int_{S_p} [-E_{\beta\beta}^i A_i^{(5)} \frac{\sin \alpha}{r^2} \Phi_n N_m + E_{s\beta}^i H_i^{(1)} H_i^{(2)} \frac{1}{Ar} \Phi_n \Psi_m + E_{4s}^i (A_i^{(2)} \frac{1}{A^2} \Psi_n \Psi_m + \right. \\
& +H_i^{(1)} H_i^{(2)} \frac{\sin \alpha}{Ar} N_n \Psi_m) - E_{4\beta}^i (H_i^{(1)} H_i^{(2)} \frac{\sin \alpha}{Ar} \Psi_n N_m + A_i^{(5)} \frac{\sin^2 \alpha}{r^2} N_n N_m) + E_{4\beta}^i A_i^{(5)} \frac{1}{r^2} \Phi_n \Phi_m + \\
& +G_{s\beta}^i (A_i^{(5)} \frac{\sin \alpha}{r^2} N_n \Phi_m + H_i^{(1)} H_i^{(2)} \frac{1}{Ar} \Psi_n \Phi_m) - E_{56}^i H_i^{(1)} \frac{1}{R_1} N_n N_m] Ar d\beta dx \}; \\
C_{mm}^{(p,v_0)} & = \sum_{i=1}^N \left\{ \int_{S_p} [E_{\beta\beta}^i A_i^{(4)} \frac{1}{r^2} \Phi_n \Phi_m + E_{4\beta}^i (H_i^{(1)} \frac{1}{Ar} (\Psi_n \Phi_m + \Phi_n \Psi_m) + A_i^{(4)} \frac{\sin \alpha}{r^2} (N_n \Phi_m + \Phi_n N_m)) + \right. \\
& +G_{s\beta}^i (A_i^{(1)} \frac{1}{A^2} \Psi_n \Psi_m + A_i^{(4)} \frac{\sin^2 \alpha}{r^2} N_n N_m + H_i^{(1)} \frac{\sin \alpha}{Ar} (\Psi_n N_m + N_n \Psi_m)) + G_{\beta z}^i A_i^{(4)} \frac{1}{R_2} N_n N_m + \\
& +\omega^2 \rho_i A_i^{(7)} N_n N_m] Ar d\beta dx \};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_{mm}^{(p,v_0)} = & \sum_{i=1}^N \left\{ \int_{S_p} [E_{\beta\beta}^i A_i^{(5)} \frac{1}{r R_2} N_n \Phi_m + E_{s\beta}^i H_i^{(1)} H_i^{(2)} \frac{1}{r R_1} N_n \Phi_m + E_{\beta z}^i A_i^{(10)} \frac{1}{r} N_n \Phi_m + \right. \\
& + E_{4s}^i (A_i^{(2)} \frac{1}{AR_1} N_n \Psi_m + H_i^{(1)} H_i^{(2)} \frac{\sin \alpha}{r R_1} N_n N_m) + E_{4\beta}^i (H_i^{(1)} H_i^{(2)} \frac{1}{AR_2} N_n \Psi_m + A_i^{(5)} \frac{\sin \alpha}{r R_2} N_n N_m) + \\
& \left. + E_{4z}^i (A_i^{(8)} \frac{1}{A} N_n \Psi_m + A_i^{(10)} \frac{\sin \alpha}{r} N_n N_m) - G_{\beta z}^i A_i^{(5)} \frac{1}{r R_2} \Phi_n N_m - E_{56}^i H_i^{(1)} H_i^{(2)} \frac{1}{AR_2} \Psi_n N_m \right] Ar d\beta dx \};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Q_{mm}^{(p,v_0)} = & \sum_{i=1}^N \left\{ \int_{S_p} [-E_{\beta\beta}^i A_i^{(5)} \frac{\sin \alpha}{r^2} N_n \Phi_m + E_{s\beta}^i H_i^{(1)} H_i^{(2)} \frac{1}{Ar} \Psi_n \Phi_m + E_{4s}^i (A_i^{(2)} \frac{1}{A^2} \Psi_n \Psi_m + \right. \\
& + H_i^{(1)} H_i^{(2)} \frac{\sin \alpha}{Ar} \Psi_n N_m) + E_{4\beta}^i (A_i^{(5)} \frac{1}{r^2} \Phi_n \Phi_m - H_i^{(1)} H_i^{(2)} \frac{\sin \alpha}{Ar} N_n \Psi_m - A_i^{(5)} \frac{\sin^2 \alpha}{r^2} N_n N_m) + \\
& \left. + G_{s\beta}^i (A_i^{(5)} \frac{\sin \alpha}{r^2} \Phi_n N_m + H_i^{(1)} H_i^{(2)} \frac{1}{Ar} \Phi_n \Psi_m) - E_{56}^i H_i^{(1)} \frac{1}{R_2} N_n N_m \right] Ar d\beta dx \};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R_{mm}^{(p,v_0)} = & \sum_{i=1}^N \left\{ \int_{S_p} [E_{\beta\beta}^i A_i^{(5)} \frac{1}{r^2} \Phi_n \Phi_m + E_{4\beta}^i ((H_i^{(1)} H_i^{(2)} \frac{1}{Ar} (\Psi_n \Phi_m + \Phi_n \Psi_m) + A_i^{(5)} \frac{\sin \alpha}{r^2} (N_n \Phi_m + \Phi_n N_m)) + \right. \\
& + G_{s\beta}^i (A_i^{(2)} \frac{1}{A^2} \Psi_n \Psi_m + A_i^{(5)} \frac{\sin^2 \alpha}{r^2} N_n N_m + H_i^{(1)} H_i^{(2)} \frac{\sin \alpha}{Ar} (N_n \Psi_m + \Psi_n N_m)) - G_{\beta z}^i A_i^{(4)} \frac{1}{R_2} N_n N_m + \\
& \left. + \omega^2 \rho_i A_i^{(12)} N_n N_m \right] Ar d\beta dx \};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_{mm}^{(p,w_1)} = & \sum_{i=1}^N \left\{ \int_{S_p} [E_{ss}^i A_i^{(3)} \frac{1}{R_1^2} N_n N_m + E_{\beta\beta}^i A_i^{(6)} \frac{1}{R_2^2} N_n N_m + E_{zz}^i A_i^{(7)} N_n N_m + 2E_{s\beta}^i H_i^{(1)} H_i^{(3)} \frac{1}{R_1 R_2} N_n N_m + \right. \\
& + 2E_{sz}^i A_i^{(9)} \frac{1}{R_1} N_n N_m + 2E_{\beta z}^i A_i^{(11)} \frac{1}{R_2} N_n N_m + G_{sz}^i A_i^{(5)} \frac{1}{A^2} \Psi_n \Psi_m + G_{\beta z}^i A_i^{(6)} \frac{1}{r^2} \Phi_n \Phi_m + \\
& \left. + E_{56}^i H_i^{(1)} H_i^{(3)} \frac{1}{r A} (\Psi_n \Phi_m + \Phi_n \Psi_m) + \omega^2 \rho_i A_i^{(13)} N_n N_m \right] Ar d\beta dx \};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Q_{mm}^{(p,w_1)} = & \sum_{i=1}^N \left\{ \int_{S_p} [E_{ss}^i A_i^{(3)} \frac{1}{AR_1} \Psi_n N_m - E_{\beta\beta}^i A_i^{(6)} \frac{\sin \alpha}{r R_2} N_n N_m + E_{s\beta}^i H_i^{(1)} H_i^{(3)} (\frac{1}{AR_2} \Psi_n N_m - \frac{\sin \alpha}{r R_1} N_n N_m) + \right. \\
& + E_{sz}^i A_i^{(9)} \frac{1}{A} \Psi_n N_m - E_{sz}^i A_i^{(11)} \frac{\sin \alpha}{r} N_n N_m + E_{4s}^i H_i^{(1)} H_i^{(3)} \frac{1}{r R_1} \Phi_n N_m + E_{4\beta}^i A_i^{(6)} \frac{1}{r R_2} \Phi_n N_m + \\
& \left. + G_{sz}^i A_i^{(2)} \frac{1}{A} N_n \Psi_m + E_{56}^i H_i^{(1)} H_i^{(2)} \frac{1}{r} N_n \Phi_m \right] Ar d\beta dx \};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R_{mm}^{(p,w_1)} = & \sum_{i=1}^N \left\{ \int_{S_p} [E_{\beta\beta}^i A_i^{(6)} \frac{1}{r R_2} \Phi_n N_m + E_{s\beta}^i H_i^{(1)} H_i^{(3)} \frac{1}{r R_1} \Phi_n N_m + E_{\beta z}^i A_i^{(11)} \frac{1}{r} \Phi_n N_m + E_{4s}^i (A_i^{(3)} \frac{1}{AR_1} \Psi_n N_m + \right. \\
& + H_i^{(1)} H_i^{(3)} \frac{\sin \alpha}{r R_1} N_n N_m) + E_{4\beta}^i (H_i^{(1)} H_i^{(3)} \frac{1}{AR_2} \Psi_n N_m + A_i^{(6)} \frac{\sin \alpha}{r R_2} N_n N_m) + E_{4z}^i (A_i^{(11)} \frac{\sin \alpha}{r} N_n N_m +
\end{aligned}$$

$$+A_i^{(9)} \frac{1}{A} \Psi_n N_m) + G_{\beta z}^i A_i^{(5)} \frac{1}{r} N_n \Phi_m + E_{56}^i H_i^{(1)} H_i^{(2)} \frac{1}{A} N_n \Psi_m] A r d \beta dx \};$$

$$\begin{aligned} Q_{mm}^{(p,u_1)} = & \sum_{i=1}^N \{ \int_{S_p} [E_{ss}^i A_i^{(3)} \frac{1}{A^2} \Psi_n \Psi_m + E_{\beta\beta}^i A_i^{(6)} \frac{\sin^2 \alpha}{r^2} N_n N_m - E_{s\beta}^i H_i^{(1)} H_i^{(3)} \frac{\sin \alpha}{A r} (\Psi_n N_m + N_n \Psi_m) + \\ & + E_{4s}^i H_i^{(1)} H_i^{(3)} \frac{1}{A r} (\Psi_n \Phi_m + \Phi_n \Psi_m) - E_{4\beta}^i A_i^{(6)} \frac{\sin \alpha}{r^2} (N_n \Phi_m + \Phi_n N_m) + G_{s\beta}^i A_i^{(6)} \frac{1}{r^2} \Phi_n \Phi_m + \\ & + G_{sz}^i A_i^{(1)} N_n N_m + E_{56}^i H_i^{(1)} N_n N_m + \omega^2 \rho_i A_i^{(13)} N_n N_m] A r d \beta dx \}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_{mm}^{(p,u_1)} = & \sum_{i=1}^N \{ \int_{S_p} [-E_{\beta\beta}^i A_i^{(6)} \frac{\sin \alpha}{r^2} \Phi_n N_m + E_{s\beta}^i H_i^{(1)} H_i^{(3)} \frac{1}{A r} \Phi_n \Psi_m + E_{4s}^i (H_i^{(1)} H_i^{(3)} \frac{\sin \alpha}{r A} N_n \Psi_m + \\ & + A_i^{(3)} \frac{1}{A^2} \Psi_n \Psi_m) + E_{4\beta}^i (A_i^{(5)} (\frac{1}{r^2} \Phi_n \Phi_m - \frac{\sin^2 \alpha}{r^2} N_n N_m) - H_i^{(1)} H_i^{(3)} \frac{\sin \alpha}{A r} \Psi_n N_m) + \\ & + G_{s\beta}^i (A_i^{(6)} \frac{\sin \alpha}{r^2} N_n \Phi_m + H_i^{(1)} H_i^{(3)} \frac{1}{A r} \Psi_n \Phi_m) + E_{56}^i H_i^{(1)} \frac{1}{A} N_n N_m] A r d \beta dx \}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_{mm}^{(p,v_1)} = & \sum_{i=1}^N \{ \int_{S_p} [E_{\beta\beta}^i A_i^{(6)} \frac{1}{r^2} \Phi_n \Phi_m + E_{4\beta}^i (H_i^{(1)} H_i^{(3)} \frac{1}{A r} (\Phi_n \Psi_m + \Psi_n \Phi_m) + A_i^{(5)} \frac{\sin \alpha}{r^2} (\Phi_n N_m + N_n \Phi_m)) + \\ & + G_{s\beta}^i (A_i^{(3)} \frac{1}{A^2} \Psi_n \Psi_m + A_i^{(6)} \frac{\sin^2 \alpha}{r^2} N_n N_m + H_i^{(1)} H_i^{(3)} \frac{\sin \alpha}{A r} (\Psi_n N_m + N_n \Psi_m)) + G_{\beta z}^i A_i^{(4)} N_n N_m + \\ & + \omega^2 \rho_i A_i^{(13)} N_n N_m] A r d \beta dx \}. \end{aligned}$$

$$A_{nm}^{(p,u_0)} = B_{nm}^{(p,w_0)}; A_{nn}^{(p,v_0)} = C_{nm}^{(p,w_0)}; B_{mm}^{(p,v_0)} = C_{nm}^{(p,u_0)}; A_{nn}^{(p,w_0)} = P_{nm}^{(p,w_0)}; B_{mm}^{(p,w_0)} = P_{nm}^{(p,u_0)}; C_{nn}^{(p,w_1)} = P_{nm}^{(p,v_0)};$$

$$A_{mm}^{(p,u_1)} = Q_{nm}^{(p,w_0)}; B_{nn}^{(p,u_1)} = Q_{nm}^{(p,u_0)}; C_{mm}^{(p,u_1)} = Q_{nm}^{(p,v_0)}; P_{mm}^{(p,u_1)} = Q_{nm}^{(p,w_1)}; A_{nn}^{(p,v_1)} = R_{nm}^{(p,w_0)}; B_{mm}^{(p,v_1)} = R_{nm}^{(p,u_0)};$$

$$C_{mm}^{(p,v_1)} = R_{nm}^{(p,v_0)}; P_{nn}^{(p,v_1)} = R_{nm}^{(p,w_1)}; Q_{nn}^{(p,v_1)} = R_{nm}^{(p,u_1)}.$$

$$t_1^{(p,w_0)} = - \int_{S_p} P_z^+ N_1 A r d \beta dx - \int_{S_p} P_z^- N_1 A r d \beta dx; k_1^{(p,w_0)} = - \int_{\beta_1}^{\beta_3} Q_s N_1 r d \beta - \int_{s_1}^{s_3} Q_\beta N_1 A dx;$$

$$t_1^{(p,u_0)} = - \int_{S_p} P_s^+ N_1 A r d \beta dx - \int_{S_p} P_s^- N_1 A r d \beta dx; k_1^{(p,u_0)} = - \int_{\beta_1}^{\beta_3} T_s N_1 r d \beta - \int_{s_1}^{s_3} T_{\beta s} N_1 A dx;$$

$$t_1^{(p,v_0)} = - \int_{S_p} P_\beta^+ N_1 A r d \beta dx - \int_{S_p} P_\beta^- N_1 A r d \beta dx; k_1^{(p,v_0)} = - \int_{\beta_1}^{\beta_3} T_{s\beta} N_1 r d \beta - \int_{s_1}^{s_3} T_\beta N_1 A dx;$$

$$t_1^{(p,w_1)} = - \int_{S_p} P_z^+ h_{N+1} N_1 A r d \beta dx - \int_{S_p} P_z^- h_1 N_1 A r d \beta dx; k_1^{(p,w_1)} = 0;$$

$$t_1^{(p,u_1)} = - \int_{S_p} P_s^+ h_{N+1} N_1 A r d \beta dx - \int_{S_p} P_s^- h_1 N_1 A r d \beta dx; k_1^{(p,u_1)} = - \int_{\beta_1}^{\beta_3} M_s N_1 r d \beta - \int_{s_1}^{s_3} M_{\beta s} N_1 A dx;$$

$$t_1^{(p,v_1)} = - \int_{S_p} P_\beta^+ h_{N+1} N_1 A r d \beta dx - \int_{S_p} P_\beta^- h_1 N_1 A r d \beta dx; k_1^{(p,u_1)} = - \int_{\beta_1}^{\beta_3} M_{s\beta} N_1 r d \beta - \int_{s_1}^{s_3} M_\beta N_1 A dx. \quad (2.2.14)$$

Проводячи підсумування рівнянь (2.2.13) по усім скінченим елементам, на які розбито область досліджування, отримуємо глобальну систему комплексних лінійних алгебраїчних рівнянь (2.2.12). У цій системі рівнянь інтегрування по площі області дослідження S замінено сумою інтегралів, що взяті по площах окремих скінчених елементів, а інтегрування по контуру області – сумою інтегралів по сторонах скінчених елементів, на яких задані відповідні граничні умови. Обчислення поверхневих і контурних інтегралів у співвідношеннях (2.2.14) здійснюється за допомогою чисельного інтегрування. Причому інтегрування в окружному напрямку проводиться за допомогою інтегральної схеми, що оснований на представленні підінтегральної функції рядами Фур'є [78, 233]:

$$\int_{\beta_1}^{\beta_3} f(\beta) d\beta = \sum_{i=0}^{N_1} F_i f(\beta_i); \quad (2.2.15)$$

$$\beta_i = \frac{2\pi i}{N_1 + 1}; F_i = \frac{1}{N_1 + 1} \left\{ \beta_3 - \beta_1 + \sum_{k=1}^2 \frac{2}{k} [\cos(k\beta_i \chi_{1k}) - \sin(k\beta_i \chi_{2k})] \right\};$$

$$\chi_{1k} = \sin(k\beta_3) - \sin(k\beta_1); \chi_{2k} = \cos(k\beta_3) - \cos(k\beta_1).$$

Тут N_1 - кількість частин на які розбивається відрізок 2π . Інтегрування по нормалізованій змінній ζ проводиться на основі квадратурних формул Гауса. Отримана глобальна система лінійних алгебраїчних рівнянь (2.1.12) розв'язується на основі методу Гауса без вибору головного елемента. В результаті розв'язання визначаються складові переміщень в усіх вузлових точках скінчено-елементної сітці, на які було розбито оболонку. По знайденим вузловим значенням комплексних квазістаціонарних складових переміщень можуть бути визначені відповідні компоненти швидкостей, деформацій, напружень та інших величин у довільній точці скінченого елемента оболонки, тобто в будь яких точках області досліджування.

§ 2.3 Скінчено-елементний метод розв'язання задач теплопровідності для шаруватих анізотропних оболонок обертання.

Задача теплопровідності для шаруватих оболонок обертання розв'язується на тій же сітці скінчених елементів, що і відповідна задача в'язкопружності. Далі будемо вважати, що складова теплового потоку в напрямку z змінюється по товщині пакету шарів оболонки по степеневому закону [20, 79], тоді з урахуванням (1.1.23) маємо співвідношення:

$$q_z(s, \beta, z) = \sum_{l=1}^n a_l(s, \beta) z^{l-1} = -\lambda_{zz} \frac{\partial T}{\partial z}. \quad (2.3.1)$$

Після інтегрування (2.5.1) по товщині оболонки отримуємо:

$$T = -\sum_{l=1}^n a_l \int_{h_1}^z \frac{\gamma^{l-1}}{\lambda_{zz}} d\gamma + T(s, \beta, h_1) = \sum_{l=0}^n T_l(s, \beta) P_l(z). \quad (2.3.2)$$

Тут:

$$P_0 = 1; T_0 = T(s, \beta, h_1); T_l = -\frac{H^{l+1}}{\lambda_{zz}}; P_l = \frac{\bar{\lambda}_{zz}}{H^{l+1}} \int_{h_1}^z \frac{\gamma^{l-1}}{\lambda_{zz}} d\gamma; \bar{\lambda}_{zz} = \int_{h_1}^{h_{N+1}} \lambda_{zz} d\gamma.$$

Припустимо, що має місце співвідношення:

$$T = T_0 + T_1 P_1 + T_2 P_2; \quad (2.3.3)$$

де:

$$P_1 = \frac{\bar{\lambda}_{zz}}{H^2} \int_{h_1}^z \lambda_{zz}^{-1} d\gamma; P_2 = \frac{\bar{\lambda}_{zz}}{H^3} \int_{h_1}^z \lambda_{zz}^{-1} \gamma d\gamma.$$

Тоді можна представити:

$$\frac{H^2}{\bar{\lambda}_{zz}} P_1 = \int_{h_1}^z \frac{d\gamma}{\lambda_{zz}} = \frac{h_2 - h_1}{\lambda_{zz}^1} + \frac{h_3 - h_2}{\lambda_{zz}^2} + \dots + \frac{z - h_i}{\lambda_{zz}^i}. \quad (2.3.4)$$

Введемо позначення:

$$\rho_i^1 = \frac{\bar{\lambda}_{zz}}{H^2} \frac{1}{\lambda_{zz}^i}.$$

Тоді співвідношення (2.3.4) можна представити у виді:

$$P_1 = \rho_i^1 z + \sum_{k=1}^{i-1} \rho_k^1 (h_{k+1} - h_k) - \rho_i^1 h_i.$$

Здійснюючи подібну операцію, знаходимо:

$$\frac{H^3}{\bar{\lambda}_{zz}} P_2 = \int_{h_1}^z \gamma d\gamma = \frac{h_2^2 - h_1^2}{2\lambda_{zz}^1} + \frac{h_3^2 - h_2^2}{2\lambda_{zz}^2} + \dots + \frac{z^2 - h_i^2}{2\lambda_{zz}^i};$$

$$P_2 = \tau_i^1 z + \sum_{k=1}^{i-1} \tau_k^1 (h_{k+1}^2 - h_k^2) - \tau_i^1 h_i^2; \tau_i^1 = \frac{\bar{\lambda}_{zz}}{2H^3} \frac{1}{\lambda_{zz}^i}.$$

Таким чином, виходячи з співвідношення (2.3.3) представимо температуру i -го шару оболонки у вигляді:

$$T^i = T_0 + T_1(\rho_i^0 + \rho_i^1 z) + T_2(\tau_i^0 + \tau_i^1 z^2), (h_i \leq z \leq h_{i+1}). \quad (2.3.5)$$

Тут:

$$\rho_i^0 = \sum_{k=1}^{i-1} \rho_k^1 (h_{k+1} - h_k) - \rho_i^1 h_i; \rho_i^1 = \frac{\bar{\lambda}_{zz}}{H^2} \frac{1}{\lambda_{zz}^i}; \tau_i^0 = \sum_{k=1}^{i-1} \tau_k^1 (h_{k+1}^2 - h_k^2) - \tau_i^1 h_i^2; \tau_i^1 = \frac{\bar{\lambda}_{zz}}{2H^3} \frac{1}{\lambda_{zz}^i}. \quad (2.3.6)$$

В силу прийняття гіпотези (2.3.1) будемо вважати, що у функціоналі теплопровідності (1.6.9) виконуються умови: $\lambda_{sz}^i = \lambda_{\beta z}^i = 0$. Далі підставляючи співвідношення (2.3.5) у функціонал теплопровідності (1.6.9), інтегруючи його по товщині i -го шару і роблячи сумування отриманих результатів по усьому пакету шарів оболонки, приводимо функціонал до двомірного вигляду:

$$\begin{aligned} I = & \frac{1}{2} \int_S \sum_{i=1}^N \left\{ \lambda_{ss}^i [H_i^{(1)} \left(\frac{\partial T_0}{\partial s} \right)^2 + B_i^{(1)} \left(\frac{\partial T_1}{\partial s} \right)^2 + B_i^{(2)} \left(\frac{\partial T_2}{\partial s} \right)^2 + 2B_i^{(3)} \frac{\partial T_0}{\partial s} \frac{\partial T_1}{\partial s} + 2B_i^{(4)} \frac{\partial T_0}{\partial s} \frac{\partial T_2}{\partial s} + 2B_i^{(5)} \frac{\partial T_1}{\partial s} \frac{\partial T_2}{\partial s} \right\} + \\ & + \frac{\lambda_{\beta\beta}^i}{r^2} [H_i^{(1)} \left(\frac{\partial T_0}{\partial \beta} \right)^2 + B_i^{(1)} \left(\frac{\partial T_1}{\partial \beta} \right)^2 + B_i^{(2)} \left(\frac{\partial T_2}{\partial \beta} \right)^2 + 2B_i^{(3)} \frac{\partial T_0}{\partial \beta} \frac{\partial T_1}{\partial \beta} + 2B_i^{(4)} \frac{\partial T_0}{\partial \beta} \frac{\partial T_2}{\partial \beta} + 2B_i^{(5)} \frac{\partial T_1}{\partial \beta} \frac{\partial T_2}{\partial \beta}] + \\ & + \lambda_{zz}^i [B_i^{(6)} T_1^2 + 4B_i^{(2)} T_1 T_2 + 4B_i^{(8)} T_2^2] + \frac{2\lambda_{s\beta}^i}{r} [H_i^{(1)} \frac{\partial T_0}{\partial s} \frac{\partial T_0}{\partial \beta} + B_i^{(3)} \left(\frac{\partial T_0}{\partial s} \frac{\partial T_1}{\partial \beta} + \frac{\partial T_0}{\partial \beta} \frac{\partial T_1}{\partial s} \right) + \\ & + B_i^{(4)} \left(\frac{\partial T_0}{\partial s} \frac{\partial T_2}{\partial \beta} + \frac{\partial T_0}{\partial \beta} \frac{\partial T_2}{\partial s} \right) + B_i^{(5)} \left(\frac{\partial T_1}{\partial s} \frac{\partial T_2}{\partial \beta} + \frac{\partial T_1}{\partial \beta} \frac{\partial T_2}{\partial s} \right) + B_i^{(1)} \frac{\partial T_1}{\partial s} \frac{\partial T_1}{\partial \beta} + B_i^{(2)} \frac{\partial T_2}{\partial s} \frac{\partial T_2}{\partial \beta}] + \\ & + 2 \int_{T_0}^T c^i [H_i^{(1)} \frac{\partial T_0}{\partial t} dT_0 + B_i^{(1)} \frac{\partial T_1}{\partial t} dT_1 + B_i^{(2)} \frac{\partial T_2}{\partial t} dT_2 + B_i^{(3)} \frac{\partial T_0}{\partial t} dT_1 + B_i^{(3)} \frac{\partial T_1}{\partial t} dT_0 + B_i^{(4)} \frac{\partial T_0}{\partial t} dT_2 + \\ & + B_i^{(4)} \frac{\partial T_2}{\partial t} dT_0 + B_i^{(5)} \frac{\partial T_1}{\partial t} dT_2 + B_i^{(5)} \frac{\partial T_2}{\partial t} dT_1] - 2T_0 H_i^{(1)} \Psi^i - 2T_1 H_i^{(1)} (\rho_i^0 \Psi^i + \rho_i^1 H_i^{(2)} \Psi^i) - \\ & - 2T_2 H_i^{(1)} (\tau_i^0 \Psi^i + \tau_i^1 H_i^{(3)} \Psi^i) \} r ds d\beta - \frac{1}{2} \int_S \{ \alpha^- (T_0^2 + T_1^2 P_1^{(1)2} + T_2^2 P_2^{(1)2} + 2T_0 T_1 P_1^{(1)} + 2T_0 T_2 P_2^{(1)} + \\ & + 2T_1 T_2 P_1^{(1)} P_2^{(1)} - 2T^- T_0 - 2T^- T_1 P_1^{(1)} - 2T^- T_2 P_2^{(1)}) + \int_S \{ \alpha^+ (T_0^2 + T_1^2 P_1^{(2)2} + T_2^2 P_2^{(2)2} + 2T_0 T_1 P_1^{(2)} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +2T_0T_2P_2^{(2)} + 2T_1T_2P_1^{(2)}P_2^{(1)} - 2T^+T_0 - 2T^+T_1P_1^{(2)} - 2T^+T_2P_2^{(2)})\}r dsd\beta - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^N\left\{\int_{L_T}\alpha_T(H_i^{(1)}T_0^2 + \right. \\
& + B_i^{(1)}T_1^2 + B_i^{(2)}T_2^2 + 2B_i^{(3)}T_0T_1 + 2B_i^{(4)}T_0T_2 + 2B_i^{(5)}T_1T_2 - 2H_i^{(1)}T_T T_0 - 2B_i^{(3)}T_T T_1 - 2B_i^{(4)}T_T T_2)\}rd\beta + \\
& + \int_{L_M}\alpha_M(H_i^{(1)}T_0^2 + B_i^{(1)}T_1^2 + B_i^{(2)}T_2^2 + 2B_i^{(3)}T_0T_1 + 2B_i^{(4)}T_0T_2 + 2B_i^{(5)}T_1T_2 - 2H_i^{(1)}T_M T_0 - 2B_i^{(3)}T_M T_1 - \\
& \left. - 2B_i^{(4)}T_M T_2)ds\right\}. \tag{2.3.7}
\end{aligned}$$

Тут:

$$\begin{aligned}
B_i^{(1)} &= H_i^{(1)}((\rho_i^0)^2 + 2\rho_i^0\rho_i^1H_i^{(2)} + (\rho_i^1)^2H_i^{(3)}); B_i^{(2)} = H_i^{(1)}((\tau_i^0)^2 + 2\tau_i^0\tau_i^1H_i^{(3)} + (\tau_i^1)^2H_i^{(5)}); \\
B_i^{(3)} &= H_i^{(1)}(\rho_i^0 + \rho_i^1H_i^{(2)}); B_i^{(4)} = H_i^{(1)}(\tau_i^0 + \tau_i^1H_i^{(3)}); B_i^{(5)} = H_i^{(1)}(\rho_i^0\tau_i^0 + \rho_i^1\tau_i^0H_i^{(2)} + \rho_i^0\tau_i^1H_i^{(3)} + \\
& + \rho_i^1\tau_i^1H_i^{(4)}); B_i^{(6)} = H_i^{(1)}(\rho_i^1)^2; B_i^{(7)} = H_i^{(2)}\rho_i^1\tau_i^1; B_i^{(8)} = H_i^{(1)}H_i^{(3)}(\tau_i^1)^2; P_1^{(1)} = (\rho_i^0 + \rho_i^1h_1); \\
P_1^{(2)} &= (\rho_i^0 + \rho_i^1h_{N+1}); P_2^{(1)} = (\tau_i^0 + \tau_i^1h_1^2); P_2^{(2)} = (\tau_i^0 + \tau_i^1h_{N+1}^2); H_i^{(1)} = h_{i+1} - h_i; H_i^{(2)} = \frac{h_{i+1} + h_i}{2}; \\
H_i^{(3)} &= \frac{h_{i+1}^2 + h_{i+1}h_i + h_i^2}{3}; H_i^{(4)} = \frac{(h_{i+1} + h_i)(h_{i+1}^2 + h_i^2)}{4}; H_i^{(5)} = \frac{(h_{i+1} + h_i)(h_{i+1}^3 + h_i^3) + h_{i+1}^2h_i^2}{4}.
\end{aligned}$$

Далі розв'язуємо варіаційне рівняння (2.2.1) на тій же сітці скінчених елементів, що і для в'язкопружної задачі. При цьому вважатимемо, що складові температури, початкова температура, а також коефіцієнти тепловіддачі середовища в межах скінченного елемента апроксимуються за допомогою функцій форми (2.4.6):

$$\begin{aligned}
T_0 &= \sum_{i=1}^9 N_i T_0^i; T_1 = \sum_{i=1}^9 N_i T_1^i; T_2 = \sum_{i=1}^9 N_i T_2^i; T^+ = \sum_{i=1}^9 N_i T_i^+; T^- = \sum_{i=1}^9 N_i T_i^-; T_T = \sum_{i=1}^9 N_i T_T^i; T_M = \sum_{i=1}^9 N_i T_M^i; \\
\alpha^+ &= \sum_{i=1}^9 N_i \alpha_i^+; \alpha^- = \sum_{i=1}^9 N_i \alpha_i^-; \alpha_T = \sum_{i=1}^9 N_i \alpha_T^i; \alpha_M = \sum_{i=1}^9 N_i \alpha_M^i; T_0^{(0)} = \sum_{i=1}^9 N_i T_{0i}^{(0)}; T_1^{(0)} = 0; T_2^{(0)} = 0. \tag{2.3.8}
\end{aligned}$$

Похідні по координатам s, β апроксимуються згідно формулам (2.2.9) і (2.2.10):

$$\begin{aligned}
\frac{\partial T_0}{\partial s} &= \frac{1}{A} \sum_{i=1}^9 \Psi_i T_0^i; \frac{\partial T_1}{\partial s} = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^9 \Psi_i T_1^i; \frac{\partial T_2}{\partial s} = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^9 \Psi_i T_2^i; \frac{\partial T_0}{\partial \beta} = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^9 \Phi_i T_0^i; \frac{\partial T_1}{\partial \beta} = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^9 \Phi_i T_1^i; \\
\frac{\partial T_2}{\partial \beta} &= \frac{1}{A} \sum_{i=1}^9 \Phi_i T_2^i. \tag{2.3.9}
\end{aligned}$$

Далі варіюючи функціонал (2.5.7) відносно складових температури і припускаючи, що похідні: $\frac{dT_0^i}{dt}, \frac{dT_1^i}{dt}, \frac{dT_2^i}{dt}$ - не варіюються, отримуємо систему 3M лінійних ди-

ференціальних рівнянь за часом відносно вузлових значень складових температури:

$$\frac{\partial I}{\partial T_0^m} = \sum_{p=1}^K \frac{\partial I_p}{\partial T_0^m} = 0; \frac{\partial I}{\partial T_1^m} = \sum_{p=1}^K \frac{\partial I_p}{\partial T_1^m} = 0; \frac{\partial I}{\partial T_2^m} = \sum_{p=1}^K \frac{\partial I_p}{\partial T_2^m} = 0; m = 1, M. \quad (2.3.10)$$

Вважатимемо, що з границею оболонки співпадають дві сторони скінченного елемента p (наприклад, сторони з номерами 1, 2, 5 і 1, 4, 8) (рис. 2.2.1). У цьому випадку система диференціальних рівнянь, що записана для першого вузла цього елемента, може бути представлена у виді:

$$\begin{aligned} \frac{\partial I_p}{\partial T_{k1}} = \sum_{i=1}^9 \{ & H_{li}^{(p,k)} \frac{dT_0^i}{dt} + P_{li}^{(p,k)} \frac{dT_1^i}{dt} + S_{li}^{(p,k)} \frac{dT_2^i}{dt} + (A_{li}^{(p,k)} + L_{li}^{(p,k)} + L_{li}^{*(p,k)}) T_0^i + (B_{li}^{(p,k)} + F_{li}^{(p,k)} + \\ & + F_{li}^{*(p,k)}) T_1^i + (C_{li}^{(p,k)} + Q_{li}^{(p,k)} + Q_{li}^{*(p,k)}) T_2^i - R_{li}^{(p,k)} - R_{li}^{*(p,k)} \} - \mathbf{\Psi}_1^p = 0, k = 0, 1, 2. \end{aligned} \quad (2.3.11)$$

Тут:

$$H_{li}^{(p,0)} = \sum_{j=1}^N \left\{ \int_{S_p} \left(\frac{\lambda_{zz}^j}{a_j} H_j^{(1)} N_i N_1 \right) A r d \beta dx \right\}; H_{li}^{(p,1)} = \sum_{j=1}^N \left\{ \int_{S_p} \left(\frac{\lambda_{zz}^j}{a_j} B_j^{(3)} N_i N_1 \right) A r d \beta dx \right\};$$

$$H_{li}^{(p,2)} = \sum_{j=1}^N \left\{ \int_{S_p} \left(\frac{\lambda_{zz}^j}{a_j} B_j^{(4)} N_i N_1 \right) A r d \beta dx \right\}; P_{li}^{(p,1)} = \sum_{j=1}^N \left\{ \int_{S_p} \left(\frac{\lambda_{zz}^j}{a_j} B_j^{(1)} N_i N_1 \right) A r d \beta dx \right\};$$

$$P_{li}^{(p,2)} = \sum_{j=1}^N \left\{ \int_{S_p} \left(\frac{\lambda_{zz}^j}{a_j} B_j^{(5)} N_i N_1 \right) A r d \beta dx \right\}; S_{li}^{(p,2)} = \sum_{j=1}^N \left\{ \int_{S_p} \left(\frac{\lambda_{zz}^j}{a_j} B_j^{(2)} N_i N_1 \right) A r d \beta dx \right\};$$

$$P_{ij}^{(p,0)} = H_{ij}^{(p,1)}; S_{ij}^{(p,0)} = H_{ij}^{(p,2)}; S_{ij}^{(p,1)} = P_{ij}^{(p,2)}; A_{li}^{(p,0)} = \sum_{j=1}^N \left\{ \int_{S_p} \left(\frac{\lambda_{ss}^j}{A^2} \Psi_i \Psi_1 + \frac{\lambda_{\beta\beta}^j}{r^2} \Phi_i \Phi_1 + \right. \right.$$

$$\left. + \frac{\lambda_{s\beta}^j}{Ar} (\Psi_i \Phi_1 + \Phi_i \Psi_1) \right) H_j^{(1)} A r d \beta dx \right\}; A_{li}^{(p,1)} = \sum_{j=1}^N \left\{ \int_{S_p} \left(\frac{\lambda_{ss}^j}{A^2} \Psi_i \Psi_1 + \frac{\lambda_{\beta\beta}^j}{r^2} \Phi_i \Phi_1 + \right. \right.$$

$$\left. + \frac{\lambda_{s\beta}^j}{Ar} (\Psi_i \Phi_1 + \Phi_i \Psi_1) \right) B_j^{(3)} A r d \beta dx \right\}; A_{li}^{(p,2)} = \sum_{j=1}^N \left\{ \int_{S_p} \left(\frac{\lambda_{ss}^j}{A^2} \Psi_i \Psi_1 + \frac{\lambda_{\beta\beta}^j}{r^2} \Phi_i \Phi_1 + \right. \right.$$

$$\left. + \frac{\lambda_{s\beta}^j}{Ar} (\Psi_i \Phi_1 + \Phi_i \Psi_1) \right) B_j^{(4)} A r d \beta dx \right\}; B_{li}^{(p,1)} = \sum_{j=1}^N \left\{ \int_{S_p} \left(\frac{\lambda_{ss}^j}{A^2} \Psi_i \Psi_1 + \frac{\lambda_{\beta\beta}^j}{r^2} \Phi_i \Phi_1 + \right. \right.$$

$$\left. + \frac{\lambda_{s\beta}^j}{Ar} (\Psi_i \Phi_1 + \Phi_i \Psi_1) \right) B_j^{(1)} + \lambda_{zz}^j B_j^{(6)} N_i N_1 \right\} A r d \beta dx \right\}; B_{li}^{(p,2)} = \sum_{j=1}^N \left\{ \int_{S_p} \left(\frac{\lambda_{ss}^j}{A^2} \Psi_i \Psi_1 + \frac{\lambda_{\beta\beta}^j}{r^2} \Phi_i \Phi_1 + \right. \right.$$

$$\left. + \frac{\lambda_{s\beta}^j}{Ar} (\Psi_i \Phi_1 + \Phi_i \Psi_1) \right) B_j^{(5)} + \lambda_{zz}^j B_j^{(7)} N_i N_1 \right\} A r d \beta dx \right\}; C_{li}^{(p,2)} = \sum_{j=1}^N \left\{ \int_{S_p} \left(\frac{\lambda_{ss}^j}{A^2} \Psi_i \Psi_1 + \frac{\lambda_{\beta\beta}^j}{r^2} \Phi_i \Phi_1 + \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\lambda_{s\beta}^j}{Ar} (\Psi_i \Phi_1 + \Phi_i \Psi_1) B_j^{(2)} + \lambda_{zz}^j B_j^{(8)} N_i N_1 Ar d\beta dx; B_{ij}^{(p,0)} = A_{ij}^{(p,1)}; C_{ij}^{(p,0)} = A_{ij}^{(p,2)}; C_{ij}^{(p,1)} = B_{ij}^{(p,2)}; \\
L_{li}^{(p,k)} & = \int_{S_p} (\alpha^- P_k^{(1)} + \alpha^+ P_k^{(2)}) N_i N_1 Ar d\beta dx; F_{li}^{(p,k)} = \int_{S_p} (\alpha^- P_k^{(1)} P_1^{(1)} + \alpha^+ P_k^{(2)} P_1^{(2)}) N_i N_1 Ar d\beta dx; \\
Q_{li}^{(p,k)} & = \int_{S_p} (\alpha^- P_k^{(1)} P_2^{(1)} + \alpha^+ P_k^{(2)} P_2^{(2)}) N_i N_1 Ar d\beta dx; R_1^{(p,k)} = \int_{S_p} (\alpha^- T_3 P_k^{(1)} + \alpha^+ T_4 P_k^{(2)}) N_i N_1 Ar d\beta dx; \\
P_0^{(1)} = P_0^{(2)} & = 1; L_{li}^{*(p,0)} = \sum_{j=1}^N \left\{ \int_{\beta_1}^{\beta_3} \alpha_T H_j^{(1)} N_i N_1 rd\beta + \int_{s_1}^{s_3} \alpha_M H_j^{(1)} N_i N_1 Adx \right\}; \\
L_{li}^{*(p,1)} & = \sum_{j=1}^N \left\{ \int_{\beta_1}^{\beta_3} \alpha_T B_j^{(3)} N_i N_1 rd\beta + \int_{s_1}^{s_3} \alpha_M B_j^{(3)} N_i N_1 Adx \right\}; L_{li}^{*(p,2)} = \sum_{j=1}^N \left\{ \int_{\beta_1}^{\beta_3} \alpha_T B_j^{(4)} N_i N_1 rd\beta + \right. \\
& \left. + \int_{s_1}^{s_3} \alpha_M B_j^{(4)} N_i N_1 Adx \right\}; F_{li}^{*(p,1)} = \sum_{j=1}^N \left\{ \int_{\beta_1}^{\beta_3} \alpha_T B_j^{(1)} N_i N_1 rd\beta + \int_{s_1}^{s_3} \alpha_M B_j^{(1)} N_i N_1 Adx \right\}; \\
F_{li}^{*(p,2)} & = \sum_{j=1}^N \left\{ \int_{\beta_1}^{\beta_3} \alpha_T B_j^{(5)} N_i N_1 rd\beta + \int_{s_1}^{s_3} \alpha_M B_j^{(5)} N_i N_1 Adx \right\}; Q_{li}^{*(p,2)} = \sum_{j=1}^N \left\{ \int_{\beta_1}^{\beta_3} \alpha_T B_j^{(2)} N_i N_1 rd\beta + \right. \\
& \left. + \int_{s_1}^{s_3} \alpha_M B_j^{(2)} N_i N_1 Adx \right\}; F_{ij}^{*(p,0)} = L_{ij}^{*(p,1)}; Q_{ij}^{*(p,0)} = L_{ij}^{*(p,2)}; Q_{ij}^{*(p,1)} = F_{ij}^{*(p,2)}; \\
R_1^{*(p,0)} & = \sum_{j=1}^N \left\{ \int_{\beta_1}^{\beta_3} \alpha_T T_T H_j^{(1)} N_1 rd\beta + \int_{s_1}^{s_3} \alpha_M T_M H_j^{(1)} N_1 Adx \right\}; R_1^{*(p,1)} = \sum_{j=1}^N \left\{ \int_{\beta_1}^{\beta_3} \alpha_T T_T B_j^{(3)} N_1 rd\beta + \right. \\
& \left. + \int_{s_1}^{s_3} \alpha_M T_M B_j^{(3)} N_1 Adx \right\}; R_1^{*(p,2)} = \sum_{j=1}^N \left\{ \int_{\beta_1}^{\beta_3} \alpha_T T_T B_j^{(4)} N_1 rd\beta + \int_{s_1}^{s_3} \alpha_M T_M B_j^{(4)} N_1 Adx \right\}; \\
\mathbf{\Psi}_1^p & = \sum_{j=1}^N \{ H_j^{(1)} N_1 \mathbf{\Psi}_j^p Ar d\beta dx. \tag{2.3.12}
\end{aligned}$$

Тут a_j - коефіцієнт температуропровідності j -го шару оболонки; $(\beta_1, \beta_3), (s_1, s_3)$ - частина контуру оболонки, що співпадає зі сторонами скінченного елемента p . Інтеграл у співвідношеннях (2.5.12) обчислюються за квадратурними формулами Гауса і формулами (2.2.15). Для розв'язання системи лінійних диференціальних рівнянь p -го скінченного елемента (2.3.11) відносно часу при початкових умовах з (2.3.8) також використовується неявна різносна схема (2.1.13). Підставляючи похідні за часом відносно складових температури, згідно формулам (2.1.13), в систему рівнянь (2.3.11), отримуємо наступну систему лінійних алгебраїчних рівнянь:

$$\begin{aligned}
& \sum_{i=1}^9 \left\{ \left[\frac{1}{\Delta t} H_{li}^{(p,k)} + A_{li}^{(p,k)} + L_{li}^{(p,k)} + L_{li}^{*(p,k)} \right] T_0^i(t + \Delta t) + \left[\frac{1}{\Delta t} P_{li}^{(p,k)} + B_{li}^{(p,k)} + F_{li}^{(p,k)} + F_{li}^{*(p,k)} \right] T_1^i(t + \Delta t) + \right. \\
& \left. + \left[\frac{1}{\Delta t} S_{li}^{(p,k)} + C_{li}^{(p,k)} + Q_{li}^{(p,k)} + Q_{li}^{*(p,k)} \right] T_2^i(t + \Delta t) - \frac{1}{\Delta t} H_{li}^{(p,k)} T_0^i(t) - \frac{1}{\Delta t} P_{li}^{(p,k)} T_1^i(t) - \frac{1}{\Delta t} S_{li}^{(p,k)} T_2^i(t) - \right. \\
& \left. - R_{li}^{(p,k)} - R_{li}^{*(p,k)} \right\} - \mathbf{\Psi}_i^p = 0, k = 0, 1, 2. \tag{2.3.13}
\end{aligned}$$

Роблячи сумування систем рівнянь (2.3.13) по усім скінченим елементам, на які розбито серединну поверхню оболонки, знаходимо глобальну систему лінійних алгебраїчних рівнянь, яка дає можливість визначати невідомі значення температури в момент часу $t + \Delta t$ через їх значення у попередній момент часу t :

$$\sum_{m=1}^M R_{im}^{(0)} T_0^m(t + \Delta t) = P_i^{(0)}; \sum_{m=1}^M R_{im}^{(1)} T_1^m(t + \Delta t) = P_i^{(1)}; \sum_{m=1}^M R_{im}^{(2)} T_2^m(t + \Delta t) = P_i^{(2)}, i = 1, M. \tag{2.3.14}$$

Розв'язання глобальної системи лінійних алгебраїчних рівнянь (2.3.14), як і в усіх попередніх випадках здійснюється на основі методу Гауса без вибору головного елемента.

Розділ 3. Апробація варіаційної скінчено-елементної методики

В цьому розділі проведено порівняння результатів тестових прикладів, а також результатів розв'язання геофізичних задач з різних областей геодинаміки, які отримані на основі представленої в дисертації варіаційної скінчено-елементної методики, з відповідними відомими результатами. Узгодженість результатів доводить верифікацію представленої варіаційної скінчено-елементної методики і можливості її застосування в різних областях геодинаміки.

§ 3.1 Тестові приклади

Розглянемо задачу прогину опертої на кінцях невагомої двомірної ізотропної пружної балки з розмірами 10×2 м під дією рівномірного вертикального навантаження 10^5 Па. Припустимо, що балка має наступні пружні властивості: модуль пружності $9,1 \cdot 10^{10}$ Па і коефіцієнт Пуассона 0,3. На рис. 3.1.1 а приведений аналітичний розв'язок представлений в роботі [166], на рис. 3.1.1 б - відповідний розв'язок отриманий на основі представленої варіаційної скінчено-елементної методики.

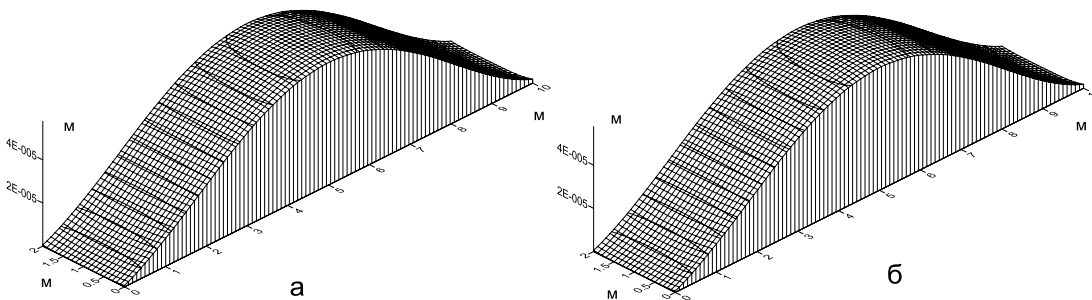


Рис. 3.1.1 Діаграми двомірного вертикального прогину опертої на кінцях невагомої двомірної ізотропної пружної балки під дією рівномірного вертикального навантаження: а) аналітичний розв'язок представлений в роботі [166]; б) аналогічний розв'язок отриманий на основі варіаційної скінчено-елементної методики, яка представлена в дисертаційній роботі.

Далі розглянемо двомірну нестационарну задачу охолодження базальтової прямокутної області розміром 1×2 м з коефіцієнтом теплопровідності $8,00 \cdot 10^{-7} \frac{\text{М}^2}{\text{с}}$ при одиничній початковій температурі та нульовій температурі на гра-

ниці області. На рис. 3.1.2 а представлений розподіл температури в області через 27,8 години після начала охолодження. На рис. 3.1.2 б приведений відповідний аналітичний розв'язок представлений в роботі [65].

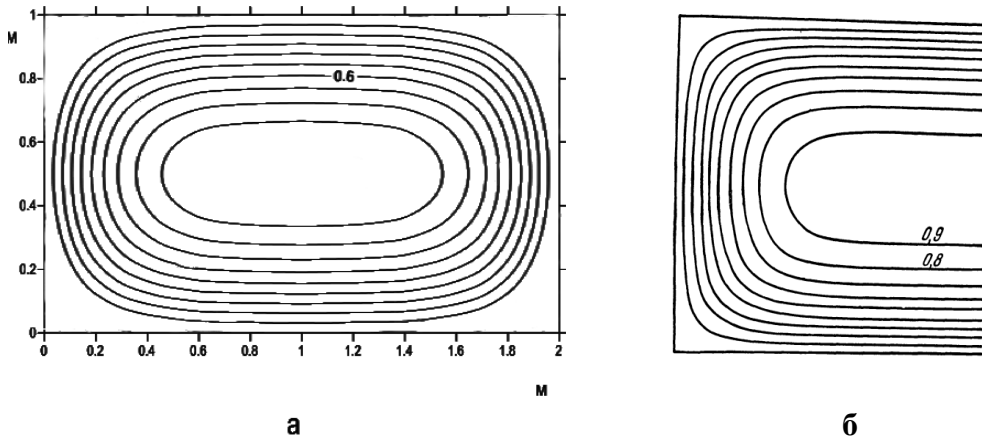


Рис. 3.1.2 а, б Діаграми двомірного охолодження прямокутної області при одиничній початковій температурі та нульовій температурі на границях області: а) розв'язок отриманий на основі варіаційної скінчено-елементної методики, яка представлена в дисертації; б) відповідний аналітичний розв'язок представлений в роботі [65].

Розглянемо задачу прогину тонкостінної пружної ізотропної циліндричної панелі, яка знаходиться під дією власної ваги.

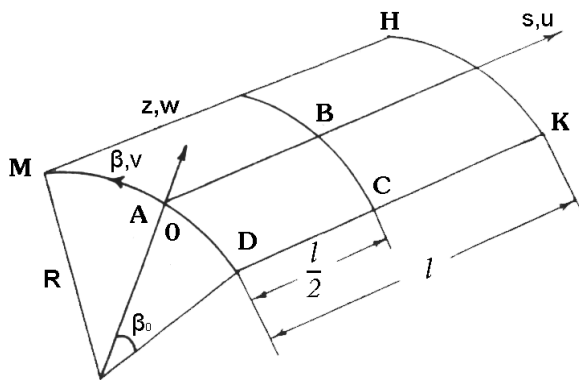


Рис. 3.1.3 Тонкостінна циліндрична оболонка в криволінійній системі координат (s, β, z) .

Оболонка (рис. 3.1.3) на торцях MD і НК оперта на жорсткі діафрагми, на границях MN і DK вільна. Вихідні дані для розрахунку наступні: модуль пружності $2,11 \cdot 10^{10}$ Па; модуль зсуву $1,055 \cdot 10^{10}$ Па; коефіцієнт Пуассона 0; товщина оболонки

$3 \cdot 10^{-2}$ м; $R = 3$ м; $l = 6$ м; $\beta_0 = 40^\circ$. На одиницю площі оболонки діє вертикально розподілене навантаження $P = 0,44 \cdot 10^5$ Па.

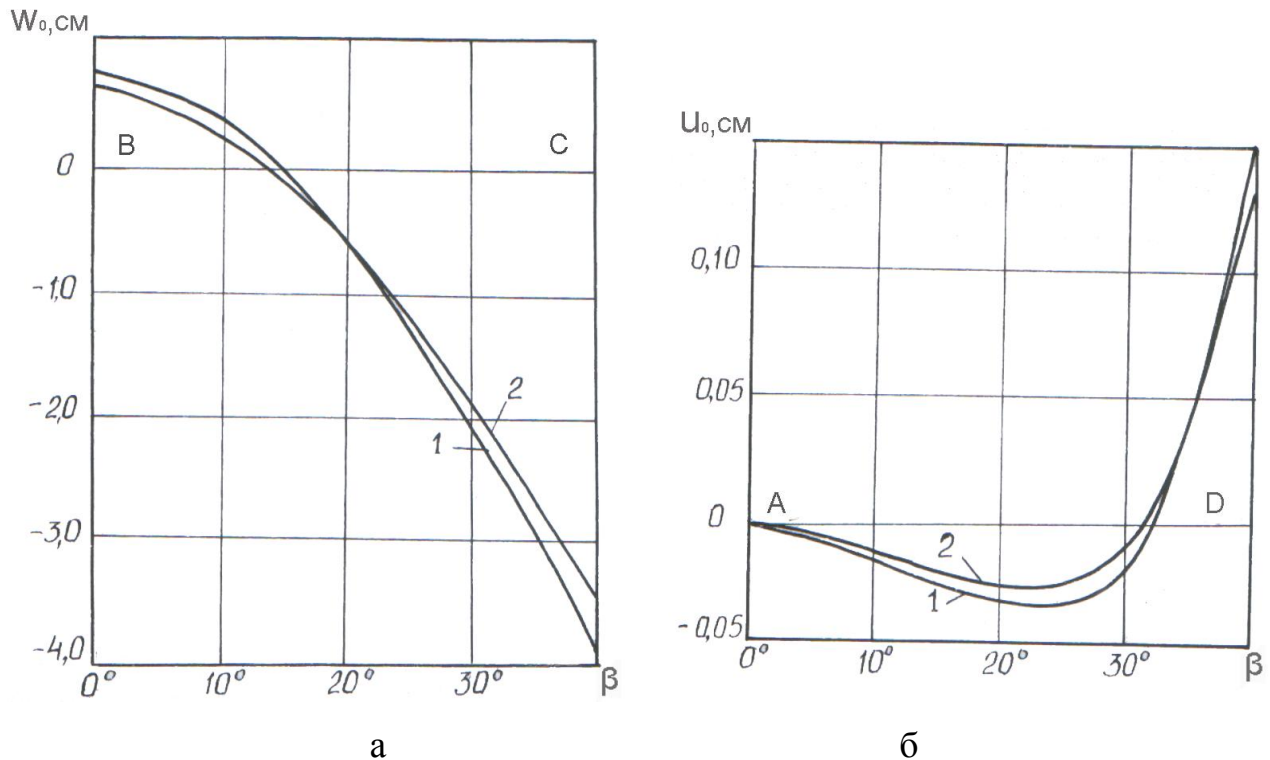


Рис. 3.1.4 а, б Прогин тонкостінної пружної ізотропної циліндричної панелі під дією власної ваги: а) розподіл осьових переміщень u_0 по лінії AD; б) розподіл нормальних переміщень w_0 по лінії BC. 1 - розв'язок отриманий в роботі [318], 2 – розв'язок обчислений згідно варіаційної скінчено-елементної методики, що представлена в дисертації.

На рис. 3.1.4 а, б представлені розподіли осьових переміщень u_0 по лінії AD і нормальних переміщень w_0 по лінії BC (рис. 3.1.3). Криві (1) відповідають розв'язку отриманому в роботі [318], криві (2) – розв'язку обчисленому згідно представленої варіаційної скінчено-елементної методики.

Розглянемо задачу розігріву тришарової ізотропної замкненої конічної оболонки, що знаходиться в умовах осесиметричного конвективного теплообміну з навколишнім середовищем.

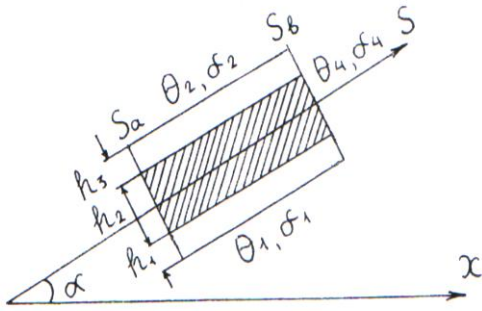


Рис. 3.1.5 Поперечний розріз тришарової ізотропної замкненої конічної оболонки, що знаходиться в умовах осесиметричного конвективного теплообміну з навколишнім середовищем.

Товщини шарів оболонки $h_1 = h_3 = 21,5$ см; $h_2 = 1,5$ см; меридіональні координати оболонки $S_a = 21,5$ см і $S_b = 41,5$ см; половина кута конусу $\alpha = 70^\circ$. Теплофізичні характеристики матеріалу оболонки наступні: коефіцієнти теплопровідності

$$\lambda_{s\beta}^{(1)} = \lambda_{s\beta}^{(2)} = \lambda_{s\beta}^{(3)} = 0,$$

$$\lambda_{ss}^{(1)} = \lambda_{\beta\beta}^{(1)} = \lambda_{zz}^{(1)} = \lambda_{ss}^{(3)} = \lambda_{\beta\beta}^{(3)} = \lambda_{zz}^{(3)} = 0,2 \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2 \text{Чград}}, \lambda_{ss}^{(2)} = \lambda_{\beta\beta}^{(2)} = \lambda_{zz}^{(2)} = 0,02 \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2 \text{Чград}},$$

температуропровідності $a^{(1)} = a^{(3)} = 0,04 \frac{\text{см}^2}{\text{с}}$, $a^{(2)} = 0,004 \frac{\text{см}^2}{\text{с}}$, коефіцієнти тепловіддачі

навколишнього середовища $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_4 = 0,5 \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2 \text{Чград}}$, $\alpha_3 = 0$. Температури середовищ, що омивають внутрішню і зовнішню поверхні оболонки, а також її правий торець визначаються за формулами: $\Theta_1(s) = [500 - 10(s - s_a)]^\circ \text{C}$,

$$\Theta_2(s) = [200 + 5(s - s_a)]^\circ \text{C}, \quad \Theta_4 = 300^\circ \text{C}.$$

Початкова температура оболонки 20°C . В таблиці 3.1 представлені значення температури в моменти часу $t = 30, 40, 60$ с від початку нагрівання у п'яти точках по товщині оболонки ($z = -1; -0,75; 0; 0,75; 1$ см) і в трьох розрізах уздовж меридіану ($s = 21,5; 25,5; 33,5$ см). У лівому стовпці приведені значення температури отримані на основі варіаційної скінчено-елементної методики для двомірних осесиметричних задач, у правому – на основі варіаційної скінчено-елементної методики для шаруватих оболонок обертання.

Таблиця 3.1 Розподіли температури розігріву тришарової ізотропної замкненої конічної оболонки (рис. 3.1.4), що знаходиться в умовах осесиметричного конвективного теплообміну з навколишнім середовищем. У лівому стовпці приведені значення температури, що отримані на основі варіаційної скінчено-елементної методики для двомірних осесиметричних задач, у правому – на основі варіаційної скінчено-елементної методики для шаруватих оболонок обертання.

		T, °C					
t, c		30		40		60	
s, cm							
21,5		186,3	185,6	188,4	188,1	192,5	192,4
		180,5	177,2	183,6	181,0	189,3	187,4
		61,0	61,2	94,8	95,1	151,0	151,3
		458,3	456,0	462,3	460,0	468,3	466,4
		470,1	470,0	473,0	472,6	477,2	477,0
25,5		204,8	204,4	208,0	206,8	210,0	210,0
		198,4	195,7	201,5	199,3	207,2	205,7
		59,8	60,1	92,6	93,0	147,1	147,7
		422,3	420,0	426,2	424,0	433,2	430,1
		433,0	433,0	435,8	435,6	440,0	440,0
33,5		243,1	242,9	246,3	245,2	249,0	249,0
		236,0	234,0	239,1	237,4	244,5	243,1
		57,3	61,1	88,0	90,5	139,2	140,1
		348,5	346,3	351,9	350,0	357,3	355,5
		357,4	357,4	359,8	359,8	363,7	363,6

Приведені тестові приклади для плоских, осесиметричних та в наближенні шаруватих оболонок пружних задач і задач теплопровідності демонструють добре узгодження результатів отриманих на основі варіаційної скінчено-елементної методики, яка представлена в дисертації, з відповідними відомими результатами.

§ 3.2 Визначення параметрів збуреної нутації Землі на основі ітераційної процедури, що сполучає метод скінчених елементів з точним розв'язком рівняння Лапласа

Припустимо, що Земля є двоосним еліпсоїдом обертання з головними моментами інерції A і C , має тверде внутрішнє ядро, рідке зовнішнє ядро з геометричним стисненням e , а також пружну ізотропну, неоднорідну мантію та земну кору у формі оболонки, що мало відрізняється від сферичної, з головними моментами інерції A_m і C_m . При цьому рідке ядро може повертатися відносно мантії. Земля в цілому є самогравітуючим тілом, що перебуває в стані гідростатичної рівноваги. Вона обертається навколо власної осі з постійною швидкістю Ω , випробовуючи нутацію та припливні впливи з боку Місяця і Сонця. Вплив океанічних і атмосферних навантажень при цьому не враховується. Інерціальна взаємодія між ядром і мантією суттєво залежить тільки від еліптичності рідкого ядра і практично не залежить від еліптичності мантії [130, 291], з іншої сторони припливні сили відносно постійні в часі і повільно змінюються в порівнянні з вільними пружними коливаннями в мантії. У зв'язку з цим, будемо нехтувати стисненням і динамічними ефектами в пружній мантії, але ураховувати дії відносного, Ейлерова, Кориолісова та доцентрового прискорень на рідке еліптичне ядро. Далі, застосовуючи апарат, що дозволяє виключити статичні значення тензора напружень у пружній мантії та рідкому ядрі, які обумовлені гідростатичною рівновагою Землі [130, 291], приходимо до рівняння рівноваги в мантії та рівнянню руху в рідкому ядрі відносно припливних впливів, представлених у Тисерановій системі відліку (X, Y, Z) [130, 291] (системі відліку, в якій деформаційний момент імпульсу Землі дорівнює нулю):

$$0 = \text{grad} \left[V_e + V_1 + u_R g(R) \right] - \text{div} \mathbf{u} \text{grad} W + \frac{1}{\rho} \text{div} \mathbf{P}_1; \quad (3.2.1)$$

$$\ddot{\mathbf{u}} + 2\mathbf{\Omega} \times \dot{\mathbf{u}} = \text{grad} \left[V_e + V_1 + u_R g(R) + \left(1 + \frac{\sigma}{\Omega}\right) \Pi \right] - 2 \frac{y}{\Omega} \frac{\partial \Pi}{\partial z} \mathbf{e}_z + \frac{1}{\rho} \text{div} \mathbf{P}_2. \quad (3.2.2)$$

Тут \mathbf{u} – вектор переміщення; $V_e = \chi(xz \cos \sigma t + yz \sin \sigma t)$ – тесеральна частина припливного потенціалу хвилі, χ – амплітуда відповідної добової хвилі; $\varphi =$ -

$\Omega^2 \tau_p(xz \cos \sigma t + yz \sin \sigma t)$ – зміна доцентрового потенціалу, яка викликана нутацією; $\tau_p = \tau_r [e + (\sigma + \Omega)/\Omega] / [e + A_m(\sigma + \Omega)/A\Omega]$ – радіус полюса обертання добової хвилі для твердої оболонки з рідким ядром, який слідує з задачі Пуанкаре [130]; $\tau_r = \chi(C - A) / [\Omega^2 C - A\Omega(\sigma + \Omega)]$ – радіус полюса обертання добової хвилі для твердої Землі; $V_1 = \chi_1(xz \cos \sigma t + yz \sin \sigma t)$ – зміна гравітаційного потенціалу, яка викликана деформуванням Землі; χ_1 – релаксаційна амплітуда гравітаційного потенціалу відповідної добової хвилі; W – самогравітуючий потенціал; ρ - густина; σ - частота припливної добової хвилі; R – радіус розглянутої точки Землі; u_R – радіальна компонента переміщення; $g(R)$ – прискорення сили тяжіння; $\mathbf{P}_1 \mathbf{P}_2$ - зміни тензорів напружень, які викликані припливними деформаціями в пружній мантиї та рідкому ядрі відповідно. Зчеплення пружної мантиї та рідкого ядра в цій моделі відбувається внаслідок стиснутої форми рідкого ядра, яка характеризується величиною його геометричного стиснення - e . Вважаючи, що коливання в рідкому ядрі відбуваються з частотою збурюючої припливної хвилі, приймаючи до уваги твердість внутрішнього ядра та відсутність навантажень на поверхні Землі, складемо функціонали Лагранжа, що виражають повну енергію пружної мантиї та рідкого ядра у формі переміщень [54, 136, 145], у циліндричній системі координат (z, r, φ) , де вісь r збігається з Тисерановою віссю Z :

$$\begin{aligned}
\mathcal{E}_1 = & \pi \iint_{F_s} [c_1 (\epsilon_{zz}^2 + \epsilon_{rr}^2 + \epsilon_{\varphi\varphi}^2) + 4c_2 \epsilon_{zr}^2 + 2c_3 (\epsilon_{zz} \epsilon_{rr} + \epsilon_{zz} \epsilon_{\varphi\varphi} + \epsilon_{rr} \epsilon_{\varphi\varphi})] r dz dr - \\
& - \pi \iint_{F_s} [2(\chi + \chi_1) r w + w \left(\frac{\partial w}{\partial z} \cos \bar{\sigma} + 2 \frac{\partial u}{\partial z} \sin \bar{\sigma} \right) g(R) + 2w(w \cos \alpha + \\
& + 2u \sin \alpha) g'_R \cos \alpha - 2w \left(\frac{\partial w}{\partial z} + 2 \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \right) \right) g(R) \cos \alpha + 2(\chi + \chi_1) z u + \\
& + u \left(2 \frac{\partial w}{\partial r} \cos \bar{\sigma} + \frac{\partial u}{\partial r} \sin \bar{\sigma} \right) g(R) + 2u (2w \cos \alpha + u \sin \alpha) g'_R \sin \alpha - \\
& - 2u \left(2 \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \right) g(R) \sin \alpha] \rho r dz dr; \tag{3.2.3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathfrak{E}_2 = & \pi \iint_{F_s} [c_4 (\boldsymbol{\varepsilon}_{zz}^2 + \boldsymbol{\varepsilon}_{rr}^2 + \boldsymbol{\varepsilon}_{\varphi\varphi}^2) + 2c_4(\boldsymbol{\varepsilon}_{zz} \boldsymbol{\varepsilon}_{rr} + \boldsymbol{\varepsilon}_{zz} \boldsymbol{\varepsilon}_{\varphi\varphi} + \boldsymbol{\varepsilon}_{rr} \boldsymbol{\varepsilon}_{\varphi\varphi})] r dz dr - \\
& - \pi \iint_{F_s} [\sigma(\sigma+2\Omega)w^2 + \sigma^2 u^2] \rho r dz dr - 2\pi \iint_{F_s} [\Omega(\Omega + \sigma)\tau_{pw} + \Omega(\Omega - \sigma)\tau_{pu}] \rho r dz dr + \\
& + \pi \iint_{F_s} [2(\chi + \chi_1) r w + w(\frac{\partial w}{\partial z} \cos \bar{\sigma} + 2 \frac{\partial u}{\partial z} \sin \bar{\sigma})g(R) + 2w(w \cos \alpha + \\
& + 2u \sin \alpha) g'_R \cos \alpha + 2(\chi + \chi_1) z u + u(2 \frac{\partial w}{\partial r} \cos \bar{\sigma} + \frac{\partial u}{\partial r} \sin \bar{\sigma})g(R) + \\
& + 2u(2w \cos \alpha + u \sin \alpha) g'_R \sin \alpha] \rho r dz dr. \tag{3.2.4}
\end{aligned}$$

Тут $c_1 = (\lambda+4\mu)/3$; $c_2 = \mu$; $c_3 = (\lambda-2\mu)/3$; $c_4 = \lambda_1/3$; λ, μ - параметри Ламе пружної мантії; λ_1 - параметр Ламе рідкого ядра; $\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}$ - компоненти тензора деформацій; w, u - компоненти переміщень уздовж осей z і r відповідно; F_s - меридіональна площа перерізу Землі; $\cos \alpha = \frac{z}{R}$; $\sin \alpha = \frac{r}{R}$.

Для розв'язання системи рівнянь (3.2.1, 3.2.2), приймаючи до уваги твердість внутрішнього ядра та відсутність зовнішніх навантажень на поверхні Землі, застосовується метод скінчених елементів у формі переміщень, який базується на варіаційному принципі Лагранжа [54, 136, 145], що виражає мінімум повної енергії системи і зводиться до розв'язання системи варіаційних рівнянь для пружної мантії та рідкого ядра відповідно:

$$\delta \mathfrak{E}_1(\mathbf{u}_1) = 0; \quad \delta \mathfrak{E}_2(\mathbf{u}_1) = 0. \tag{3.2.5}$$

Однак, метод скінчених елементів у чистому вигляді не дозволяє враховувати релаксацію гравітаційного поля Землі, пов'язану з її деформуванням. Тому для розв'язання цієї проблеми скористаємося підходом, запропонованим у роботі Ву [339]. Оскільки потенціал V_1 , що виникає внаслідок деформування Землі, є гармонійною функцією [291, 339], то він повинен задовольняти рівнянню Лапласа. З іншої сторони точне розв'язання рівняння Лапласа може бути знайдено з радіальних переміщень u на границях неоднорідності шарів Землі [339], які у свою чергу можуть бути визначені методом скінчених елементів. Дотримуючись підходу Ву, обмежимося розглядом однорідного рідкого ядра та пружної мантії, що склада-

ється з N різних однорідних радіальних шарів. Скориставшись приведеним у роботі Ву формалізмом [339], представимо коефіцієнти тесеральних гармонік χ_1 усередині кожного однорідного шару в наступному виді:

- у поверхневому шарі Землі:

$$\chi_1(N) = \frac{4\pi G}{5\beta} \left[\rho(\beta)u(\beta) + \sum_{i=0}^{N-1} u(R_i)(\rho_i - \rho_{i+1})(R_i/\beta)^4 \right]; \quad (3.2.6)$$

- усередині рідкого ядра:

$$\chi_1(0) = \frac{4\pi G}{5\beta} \left[\rho(\beta)u(\beta)(R_0/\beta)^2 + \sum_{i=0}^{N-1} u(R_i)(\rho_i - \rho_{i+1})(R_0^2/R_i\beta) \right]; \quad (3.2.7)$$

- у s -тому шарі мантії:

$$\chi_1(s) = \frac{4\pi G}{5\beta} \left[\rho(\beta)u(\beta)(R_s/\beta)^2 + \sum_{i=s+1}^{N-1} u(R_i)(\rho_i - \rho_{i+1})(R_s^2/R_i\beta) + \sum_{i=0}^s u(R_i)(\rho_i - \rho_{i+1})(R_i^4/R_s^3\beta) \right]. \quad (3.2.8)$$

Тут G – гравітаційна стала; R_i , ρ_i – зовнішній радіус і густина i -го радіального шару відповідно; β – радіус Землі.

Комбіноване розв'язання задачі здійснюється на протязі ітераційного процесу:

- 1) спочатку розв'язується скінчено-елементна задача за умови $V_1=0$; в результаті розв'язання визначаються радіальні переміщення $u(R_i)$ на границях однорідних шарів;
- 2) по знайденим радіальним переміщенням $u(R_i)$ виходячи з формул (3.2.6 – 3.2.8) визначаються значення потенціалу V_1 , відповідальні за деформування Землі, усередині кожного шару;
- 3) потім, описана вище процедура, повторюється з урахуванням знайдених значень потенціалу V_1 ;
- 4) ітераційний процес триває до збіжності результатів розв'язання задачі; як показують розрахунки, збіжність досягається в результаті 4 - 6 ітерацій.

Зворотна та пряма кругові добові нутації, згідно Вару [332], визначались по формулам:

$$\eta^+ = \eta_r^+ (\eta^+ / \eta_r^+) = - \frac{1}{2} (\epsilon_r + \Psi_r \sin \epsilon_0) (\eta^+ / \eta_r^+);$$

$$\eta^- = \eta_r^-(\eta^-/\eta_r^-) = -\frac{1}{2}(\varepsilon_r - \Psi_r \sin \varepsilon_0)(\eta^-/\eta_r^-). \quad (3.2.9)$$

Тут ε_0 - кут схилення екліптики. Відносні амплітуди зворотних η^+/η_r^+ та прямих η^-/η_r^- кругових добових нутацій обчислювалися на основі комбінованої скінчено-елементної методики, в результаті процедури розщеплення матриці деформаційних градієнтів на симетричну – деформаційну та антисиметричну – обертальну частини [291]. При обчисленні в якості стандартної моделі Землі була використана PREM-модель Дзевонського і Андерсона [214], а також закон розподілу густини Буларда [129], значення нутації для твердої Землі в нахиленні ε_r та довготі Ψ_r , відповідно Вару, були взяті з теорії Кіношита (1977) [246].

Нутації в нахиленні та довготі, також згідно Вару, визначалися за формулами:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \varepsilon_r \frac{1}{2} [(\eta^+/\eta_r^+) + (\eta^-/\eta_r^-)] - \Psi_r \sin \varepsilon_0 \frac{1}{2} [(\eta^+/\eta_r^+) - (\eta^-/\eta_r^-)]; \\ \Psi \sin \varepsilon_0 &= \varepsilon_r \frac{1}{2} [(\eta^+/\eta_r^+) - (\eta^-/\eta_r^-)] + \Psi_r \sin \varepsilon_0 \frac{1}{2} [(\eta^+/\eta_r^+) + (\eta^-/\eta_r^-)]. \end{aligned} \quad (3.2.10)$$

Результати обчислення зворотних і прямих кругових добових нутацій, а також нутацій у нахиленні та довготі, які представлені в секундах дуги для основного, річного, піврічного та двотижневого членів і отримані виходячи з восьмишарової PREM-моделі, приведені в таблиці 3.2. Для порівняння в цій же таблиці приведені відповідні теоретичні результати, які отримані Молоденським (модель 2.) [128] і Варом (модель 1066A) [332], а також відповідні компоненти добових нутацій у фазі, які отримані в результаті обробки VLBI-спостережень (космічний метод довгобазисної інтерферометрії) і представлені в річному звіті Всесвітньої служби обертання Землі – IERS-2003 [282].

Таблиця 3.2 Зворотна та пряма кругові добові нутації, а також нутації в нахиленні та довготі, які представлені в секундах дуги для основного, річного, піврічного та двотижневого членів, які отримані на основі представленого в дисертації комбінованого методу, а також відповідні теоретичні результати Молоденського [128], Вара [332] і результати відповідних компонентів нутацій у фазі отриманих на основі VLBI-спостережень, які представлені в матеріалах IERS-2003 [282].

	Метод представлений в дисертації	Молоденський	Вар	IERS-2003 (у фазі)
Основна нутація				
η^+	-8,0250	-8,0243	-8,0221	-8,0248
η^-	-1,1765	-1,1802	-1,1804	-1,1804
ε	9,2015	9,2044	9,2025	9,2056
$\Psi \sin \varepsilon_0$	-6,8485	-6,8441	-6,8417	-6,8440
Річна нутація				
η^+	-0,0319	-0,0317	-0,0311	-0,0330
η^-	0,0261	0,0261	0,0257	0,0257
ε	0,0058	0,0056	0,0054	0,0074
$\Psi \sin \varepsilon_0$	0,0580	0,0578	0,0568	0,0587
Піврічна нутація				
η^+	-0,0237	-0,0244	-0,0245	-0,0246
η^-	-0,5498	-0,5476	-0,5491	-0,5485
ε	0,5735	0,5719	0,5736	0,5730
$\Psi \sin \varepsilon_0$	-0,5261	-0,5232	-0,5246	-0,5239
Двотижнева нутація				
η^+	-0,0039	-0,0037	-0,0036	-0,0036
η^-	-0,0935	-0,0936	-0,0941	-0,0942
ε	0,0974	0,0972	0,0977	0,0978
$\Psi \sin \varepsilon_0$	-0,0896	-0,0899	-0,0905	-0,0905

Порівняння показує, що параметри збуреної нутації отримані на основі комбінованого методу, представленого в дисертації, збігаються по точності з відповідними теоретичними результатами Молоденського і Вара та відповідними результатами отриманими на основі обробки VLBI-спостережень.

§ 3.3 Визначення добових чисел Ляви та Шиди 2-го порядку на основі теорії Сасао, Окубо, Саїто, а також ітераційної процедури, що сполучає метод скінчених елементів з точним розв'язком рівняння Лапласа

В роботі Красинського [249] було відзначено, що підхід Сасао, Окубо, Саїто [306] є уніфікованим методом, що дозволяє параметризувати припливні варіації моментів інерції пружної мантиї та рідкого ядра за допомогою так званих компіляційних параметрів k_c , γ_c , β_c . Ці параметри у свою чергу можна виразити через статичні та динамічні числа Ляви k 2-го порядку для Землі та рідкого ядра відповідно. Дана параметризація дозволяє також урахувати реологічні властивості Землі, які пов'язані з дисипацією енергії, шляхом включення уявних частин компіляційних параметрів [249]. Надалі, у силу незначного впливу динамічних ефектів твердого внутрішнього ядра на число Ляви k 2-го порядку [279], для визначення добових чисел Ляви і Шиди 2-го порядку будемо використовувати підхід Сасао, Окубо, Саїто. Відповідно до цього підходу, будемо визначати, компіляційні параметри, які пов'язані з деформуванням Землі, що складається з пружної мантиї, в'язкого нестискаємого рідкого зовнішнього ядра та твердого внутрішнього ядра в рамках сферичного квазистатичного наближення. У цьому випадку, нехтуючи диференціацією густини рідкого ядра, приходимо до рівнянь квазистатичної рівноваги в пружній мантиї і рідкому ядрі під впливом тесерального приливної потенціалу, представлених у Тисерановій системі відліку (X, Y, Z) :

$$0 = \text{grad} (V_e + \varphi_n + V_1 + u_R g(R)) - \text{div } \mathbf{u} \text{ grad } W + \frac{1}{\rho} \text{div } \mathbf{P}_1; \quad (3.3.1)$$

$$0 = \text{grad} (V_e + \varphi_n + \varphi_c + V_1) + \frac{1}{\rho} \text{div } \mathbf{P}_2. \quad (3.3.2)$$

Тут \mathbf{u} – вектор переміщення; $V_e = \gamma\Omega^2(xz\cos\sigma t + yz\sin\sigma t)$ – тесеральна частина приливної потенціалу хвилі, γ – безрозмірна амплітуда потенціалу добової хвилі; $\varphi_n = -\varepsilon\Omega^2(xz\cos\sigma t + yz\sin\sigma t)$ – зміна доцентрового потенціалу, яка викликана нутацією; ε – безрозмірний радіус полюса обертання добової хвилі; $V_1 = \gamma_1\Omega^2(xz\cos\sigma t + yz\sin\sigma t)$ – зміна гравітаційного потенціалу, яка викликана деформуванням Землі; γ_1 – релаксаційна амплітуда гравітаційного потенціалу відповідної добової хвилі;

$\varphi_c = -\beta\Omega^2(xz\cos\sigma t + yz\sin\sigma t)$ – зміна доцентрового потенціалу, яка викликана обертанням рідкого ядра відносно мантії; β – аналог обезрозміреного радіусу полюса обертання рідкого ядра відносно мантії; Ω - кутова швидкість обертання Землі; W – самогравітуючий потенціал; ρ - густина; σ - частота припливної добової хвилі; R – радіус точки Землі; u_R – радіальна компонента переміщення; $g(R)$ – прискорення сили тяжіння; $\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2$ - зміни тензорів напружень, які викликані припливними деформаціями в пружній мантії та рідкому ядрі відповідно.

Вважаючи, що коливання в рідкому ядрі відбуваються з частотою припливної збурюючої хвилі, приймаючи до уваги твердість внутрішнього ядра і відсутність навантажень на поверхні Землі, складемо функціонали Лагранжа, що виражають повну енергію пружної мантії та рідкого ядра у формі переміщень [136, 145], в циліндричній системі координат (z, r, φ) , де вісь r збігається з Тисерановою віссю Z :

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_1 = & \pi \iint_{F_s} [c_1(\varepsilon_{zz}^2 + \varepsilon_{rr}^2 + \varepsilon_{\varphi\varphi}^2) + 4c_2\varepsilon_{zr}^2 + 2c_3(\varepsilon_{zz}\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{zz}\varepsilon_{\varphi\varphi} + \varepsilon_{rr}\varepsilon_{\varphi\varphi})] r dz dr - \\ & - \pi \iint_{F_s} [2(\gamma - \varepsilon + \gamma_1)\Omega^2 r w + w(\frac{\partial w}{\partial z}\cos\delta + 2\frac{\partial u}{\partial z}\sin\delta)g(R) + 2w(w\cos\alpha + \\ & + 2u\sin\alpha)g'_R\cos\alpha - 2w(\frac{\partial w}{\partial z} + 2(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r}))g(R)\cos\alpha + 2(\gamma - \varepsilon + \gamma_1)\Omega^2 zu + \\ & + u(2\frac{\partial w}{\partial r}\cos\delta + \frac{\partial u}{\partial r}\sin\delta)g(R) + 2u(2w\cos\alpha + u\sin\alpha)g'_R\sin\alpha - \\ & - 2u(2\frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r})g(R)\sin\alpha] \rho r dz dr; \end{aligned} \quad (3.3.3)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_2 = & \pi \iint_{F_s} [c_4(\varepsilon_{zz}^2 + \varepsilon_{rr}^2 + \varepsilon_{\varphi\varphi}^2) + 2c_4(\varepsilon_{zz}\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{zz}\varepsilon_{\varphi\varphi} + \varepsilon_{rr}\varepsilon_{\varphi\varphi})] r dz dr - \\ & - \pi \iint_{F_s} [2(\gamma - \varepsilon - \beta + \gamma_1)\Omega^2 r w + 2(\gamma - \varepsilon - \beta + \gamma_1)\Omega^2 z u +] \rho r dz dr. \end{aligned} \quad (3.3.4)$$

Тут $c_1 = (\lambda + 4\mu)/3$; $c_2 = \mu$; $c_3 = (\lambda - 2\mu)/3$; $c_4 = \lambda_f/3$; λ, μ - параметри Ламе пружної мантії; λ_f – параметр Ламе рідкого ядра; ε_{ij} - компоненти тензора деформацій; w, u – компо-

ненти переміщень уздовж осей z і r відповідно; F_s – меридіональна площа перерізу Землі; $\cos\alpha = \frac{z}{R}$; $\sin\alpha = \frac{r}{R}$.

Для розв'язання системи рівнянь (3.3.1, 3.3.2), приймаючи до уваги твердість внутрішнього ядра і відсутність зовнішніх навантажень на поверхні Землі, застосовується метод скінчених елементів у формі переміщень, що базується на варіаційному принципі Лагранжа [136, 145], який виражає мінімум повної енергії системи і зводиться до розв'язання системи варіаційних рівнянь (3.2.5) для пружної мантиї і рідкого ядра відповідно. Комбіноване розв'язання задачі, як і в попередньому параграфі, здійснюється на основі ітераційного підходу Ву [339], що сполучає скінчено-елементний розв'язок з точним розв'язком рівняння Лапласа. Скориставшись цим формалізмом, представимо комплексні релаксаційні амплітуди гравітаційного потенціалу γ_1 усередині кожного однорідного шару Землі в наступному вигляді:

- у поверхневому шарі Землі:

$$\gamma_1(N) = \frac{4pG}{5R_E\Omega^2} [\rho(R_E)u(R_E) + \sum_{i=0}^{N-1} u(R_i)(\rho_i - \rho_{i+1})(R_i/R_E)^4]; \quad (3.3.5)$$

- усередині рідкого ядра:

$$\gamma_1(0) = \frac{4pG}{5R_E\Omega^2} [\rho(R_E)u(R_E)(R_0/R_E)^2 + \sum_{i=0}^{N-1} u(R_i)(\rho_i - \rho_{i+1})(R_0^2/R_i R_E)]; \quad (3.3.6)$$

- у s -тому шарі мантиї:

$$\gamma_1(s) = \frac{4pG}{5R_E\Omega^2} [\rho(R_E)u(R_E)(R_s/R_E)^2 + \sum_{i=s+1}^{N-1} u(R_i)(\rho_i - \rho_{i+1})(R_s^2/R_i R_E) + \sum_{i=0}^s u(R_i)(\rho_i - \rho_{i+1})(R_i^4/R_s^3 R_E)]. \quad (3.3.7)$$

Тут G – гравітаційна стала; R_i , ρ_i – зовнішній радіус і густина i -го радіального шару відповідно; R_E – радіус Землі.

Добові числа Ляви і Шиди 2-го порядку, згідно підходу Сасао, Окубо, Саїто [306], визначалися за формулами:

$$k = k_0 + k_1[\beta/(\gamma - \varepsilon)]; \quad h = h_0 + h_1[\beta/(\gamma - \varepsilon)]; \quad l = l_0 + l_1[\beta/(\gamma - \varepsilon)]; \quad (3.3.8)$$

$$\varepsilon = \left(1 - \frac{k_c \sigma}{e \Pi}\right) \varepsilon_R + \frac{A_r \sigma}{A \Pi - \sigma} \beta;$$

$$\beta = \frac{A \Pi - \sigma}{A_m \sigma - \sigma_0} \left[1 - \frac{\Gamma_c}{e} + \frac{\Gamma_c - k_c \sigma}{e \Pi}\right] \varepsilon_R; \quad (3.3.9)$$

$$\varepsilon_R = \frac{e \Pi}{\Pi - \sigma} \gamma; \quad \sigma_0 = - \frac{A}{A_m} (e_f - \beta_c) \Omega;$$

$$k_c = (k_0 R_E^5 \Omega^2) / (3GA); \quad \zeta_c = (k_1 R_E^5 \Omega^2) / (3GA);$$

$$\gamma_c = (k_0^f R_f^5 \Omega^2) / (3GA_f); \quad \beta_c = (k_1^f R_f^5 \Omega^2) / (3GA_f); \quad (3.3.10)$$

тут e , e_f – коефіцієнти динамічного стискання Землі і рідкого ядра відповідно; A , A_m , A_f – головні моменти інерції Землі, мантії і рідкого ядра відповідно; σ_0 – частота поблизу добового резонансу рідкого ядра; R_f – радіус рідкого ядра. Статичні числа Ляви 2-го порядку для Землі та рідкого ядра k_0 і k_0^f визначалися на основі ітераційної процедури [339] за умови: $\gamma - \varepsilon = 1$; $\beta = 0$, виходячи з формул:

$$k_0 = \tilde{\Gamma}_1(N); \quad k_0^f = \tilde{\Gamma}_1(0); \quad (3.3.11)$$

тут $\tilde{\Gamma}_1(N)$, $\tilde{\Gamma}_1(0)$ – безрозмірні релаксаційні амплітуди гравітаційного потенціалу на поверхні Землі і рідкого ядра відповідно. Динамічні числа Ляви k_1 , k_1^f знаходилися подібним чином за умовою: $\gamma - \varepsilon = 0$; $\beta = 1$.

Далі по формулам (3.3. 5) визначалися компіляційні параметри: k_c , ζ_c , γ_c , β_c . Так на основі моделі PREM були отримані наступні значення параметрів: $k_c = 1.03206 \times 10^{-3}$, $\zeta_c = 2.17136 \times 10^{-4}$, $\gamma_c = 1.92043 \times 10^{-3}$, $\beta_c = 6.15437 \times 10^{-4}$.

При обчисленнях у ході ітераційної процедури була задіяна десятишарова модель Землі, а також закон розподілу густини Буларда [129].

Для оцінки точності представленого комбінованого методу в таблиці 3.3.1 проводиться порівняння чисел Ляви k 2-го порядку для основних добових хвиль, отриманих на основі моделі PREM, для обертальної самогравітуючої Землі, що складається з пружної мантії, рідкого зовнішнього ядра та твердого внутрішнього ядра, без урахування океанічного і атмосферного навантажень з відповідними результатами Mathews, Buffett, Shapiro [279] і Dehant [209], які також отримані виходячи з моделі PREM.

Таблиця 3.3.1 Числа Ляви k 2-го порядку, що представлені для основних добових хвиль і отримані на основі комбінованого методу представленому в дисертаційній

роботі виходячи з моделі Землі PREM, а також відповідні результати: Mathews, Buffett, Shapiro [297] і Dehant [209].

	Метод представлений в дисертації	Mathews, Buffett, Shapiro (1995)	Dehant (1987)
Q_1	0. 2955	0. 2966	0. 2962
O_1	0. 2951	0. 2962	0. 2958
M_1	0. 2940	0. 2950	0. 2945
P_1	0. 2841	0. 2848	0. 2850
S_1	0. 2773	0. 2766	0. 2783
K_1	0. 2535	0. 2537	0. 2547
165. 565	0. 2504	0. 2504	-----
Ψ_1	0. 4667	0. 4662	0. 4667
J_1	0. 2991	0. 3004	0. 2999
OO_1	0. 2977	0. 2989	0. 2985

В таблиці 3.3.2 проводиться порівняння чисел Ляви h і Шида l 2-го порядку для основних добових хвиль, отриманих на основі моделі PREM, для обертальної самогравітуючої Землі, що складається з пружної мантиї, рідкого зовнішнього ядра та твердого внутрішнього ядра, без урахування океанічного і атмосферного навантажень з відповідними компонентами чисел Ляви і Шида в фазі, що отримані в роботі Mathews, Dehant, Gipson [280] на основі непружної моделі Землі, а також з відповідними результатами, які отримані в роботі Krasna, Bohm, Schuh [250] на основі узагальнення багаторічних VLBI-спостережень.

Таблиця 3.3.2 Числа Ляви h і Шида l 2-го порядку для основних добових хвиль, що отримані на основі комбінованого методу представленого в дисертаційній роботі виходячи з пружної моделі Землі PREM, а також відповідні компоненти чисел Ляви і Шида в фазі, що отримані в роботі Mathews, Dehant, Gipson [280] на основі непружної моделі Землі та відповідні результати, які отримані в роботі Krasna, Bohm, Schuh [250] на основі узагальнення багаторічних VLBI-спостережень.

Метод представлений в дисертації		Mathews et al. (1997)	Krasna et al. (2013)	Метод представлений в дисертації		Mathews et al. (1997)	Krasna et al. (2013)
Q₁				165.565			
h	0.5982	0.6036	0.6147	h	0.5091	0.5182	0.5294
l	0.0838	0.0846	0.0870	l	0.0865	0.0872	0.0912
O₁				Ψ₁			
h	0.5974	0.6028	0.6026	h	0.9360	1.0569	1.1224
l	0.0838	0.0846	0.0858	l	0.0732	0.0710	0.0832
M₁				φ₁			
h	0.5951	0.6004	0.5888	h	0.6562	0.6645	0.7707
l	0.0839	0.0849	0.0815	l	0.0820	0.0828	0.1052
P₁				J₁			
h	0.5757	0.5817	0.5816	h	0.6053	0.6108	0.5988
l	0.0845	0.0853	0.0864	l	0.0835	0.0845	0.0833
K₁				OO₁			
h	0.5152	0.5236	0.5267	h	0.6025	0.6080	0.6594
l	0.0863	0.0870	0.0881	l	0.0836	0.0846	0.0856

Порівняння даних обох таблиць показує, що числа Ляви і Шиди 2-го порядку для основних добових хвиль, що отримані на основі комбінованого методу, розробленого в даній дисертації, добро узгоджуються з відповідними теоретичними і експериментальними даними інших авторів.

§ 3.4 Моделювання нахилів земної поверхні в зонах активних розломів

В даному випадку розглядається довготривалий процес деформування багатоконпонентного геологічного середовища (взагалі літологічного шару різних осадових порід) під дією повільних геотектонічних сил. Фізико-хімічні механізми в'язкопружної релаксації в земній корі (області відносно низьких тисків і температур) можуть відбуватись завдяки дифузійному кріпу і повзучості твердих порід, яка пов'язана з присутністю води (мінерали розчиняються у місцях підвищеного тиску і випадають в осад у місцях пониженого тиску) [242, 302, 330], ці механізми можуть бути описані в рамках в'язкопружної феноменологічної моделі Кельвіна-Фойта [83]. Ця модель розглядає випадок, коли загальне напруження зсуву при заданих деформаціях і швидкостях деформацій представляє собою суперпозицію пружної та лінійно-в'язкої частин напруження і описує характерний для твердих геологічних порід процес кріпу зі зміцненням [242, 302] (див. §. 1.5). У більшості випадків розломи, які розташовуються уздовж блоків кристалічного фундаменту мають достатньо протяжну структуру. Тому процес деформування осадового чохла в околицях активних розломно-блокових рухів кристалічного фундаменту можна розглядати, як плоский. Виходячи з цього факту, а також нехтуючи анізотропією, пов'язаною з тріщинуватістю порід, для опису механічної поведінки чохла осадових порід, розташованого над зоною активних розломно-блокових рухів, скористаємось ізотропною в'язкопружною реологічною моделлю Кельвіна-Фойта. В цьому випадку, загальна постановка нестационарної в'язкопружної задачі розглянутого півпростору осадових порід в системі відліку, що жорстко зв'язана з оточуючими крупними мегаблоками, має вигляд:

$$\rho \ddot{\mathbf{u}}_i + \mathbf{y}_{ij,j} + \mathbf{F}_i = 0; \quad (3.4.1)$$

$$\mathbf{y}_{ij} = 2\mu \mathbf{e}_{ij} + 2\eta_v \dot{\mathbf{e}}_{ij} + k\theta \mathbf{d}_{ij}; \quad (3.4.2)$$

$$\mathbf{e}_{ij} = \frac{1}{2}(\mathbf{u}_{i,j} + \mathbf{u}_{j,i}); \quad (3.4.3)$$

$$\mathbf{y}_{ij} \mathbf{n}_j - \mathbf{f}_i = 0, \mathbf{u}_i = \mathbf{u}_i^*; \quad (3.4.4)$$

$$\dot{\mathbf{u}}_i = \dot{\mathbf{u}}_i^* \quad (3.4.5)$$

Тут (3.4.1) – рівняння руху; (3.4.2) – реологічні співвідношення для моделі Кельвіна-Фойта; (3.4.3) - співвідношення Коші; (3.4.4) – граничні умови I – го й II – го роду відповідно; (3.4.5) – початкові умови; u_i – компоненти переміщень; y_{ij} – компоненти тензора напружень; e_{ij} – компоненти тензора деформацій; F_i – компонента об'ємної сили, яка в даному випадку є силою тяжіння; f_i – поверхневі зовнішні сили; n_j – одиничний вектор нормалі до поверхні; ρ – густина, μ – модуль зсуву; k – модуль всебічного стиску; θ – дилатація (об'ємне розширення); η_v – динамічна в'язкість; d_{ij} – символ Кронекера; (\cdot) , $(\ddot{\cdot})$ – позначення першої та другої похідної за часом; $(\cdot)_{,j}$ – позначення диференціювання компоненти тензора по змінній, яка відповідає j – му індексу; $(*)$ – позначення фіксованої величини переміщення або швидкості, які задані на границі області.

Довготривалі геотектонічні процеси з точки зору механіки деформованого твердого тіла є досить повільними. Тому перехідними динамічними стадіями в них можна знехтувати і розглядати деформування, як повільний встановлений урівноважений процес. Таким чином, повільний нестационарний геотектонічний процес можна розглядати, як урівноважений процес повільних гармонічних коливань. В цьому випадку часову залежність можна врахувати шляхом переходу в частотний простір, в силу якого диференціювання за часом замінюється множенням на $i\omega$, де i – уявна одиниця, ω – частота квазістационарних гармонічних коливань [130]. Приймаючи характерну циклічну частоту повільного встановленого геотектонічного процесу за ω , складемо функціонал Лагранжа квазістационарної плоскої в'язкопружної задачі з відповідними узагальненими граничними умовами, що виражає повну механічну енергію об'єкту (півпростору осадових порід), який досліджується, в нерухомій декартовій системі координат (x, y) :

$$E = \frac{1}{2} \iint_S [C_1(e_{xx}^2 + e_{yy}^2) + 4C_2e_{xy}^2 + 2C_3e_{xx}e_{yy} - \rho\omega^2(u^2 + w^2) - 2\rho gw] dx dy - \int_L (\mathbf{f}_{xn}u + \mathbf{f}_{yn}w) dl; \quad (3.4.6)$$

де $C_1 = k + 4(\mu + i\omega\eta_v)/3$, $C_2 = \mu + i\omega\eta_v$, $C_3 = k - 2(\mu - i\omega\eta_v)/3$ – комплексні коефіцієнти; u , w – компоненти переміщень уздовж осей x і y відповідно; g – прискорення сили тяжіння; S – площа перерізу розглянутого об'єкта; L – контур, що охоплює площу S ; dl – елемент контуру. Термін узагальнені граничні умови означає, що в силу введення характерної частоти встановленого тектонічного процесу, початкові умови втрачають свою актуальність, але задані на границі області квазістаціонарні переміщення в частотному просторі можна тепер розглядати, як амплітуди швидкостей у часовому просторі.

Для розв'язання квазістаціонарної плоскої в'язкопружної задачі застосовується метод скінчених елементів, оснований на варіаційному принципі Лагранжа [136], що виражає мінімум повної механічної енергії системи:

$$\delta E(u, w) = 0. \quad (3.4.7)$$

При моделюванні процесу зміни нахилів у зонах активних розломно-блокових рухів кристалічного фундаменту будемо розглядати симетричні відносно умовної середини активного блоку прямокутні фрагменти осадових порід – 18 км у довжину та 6 км у глибину. При цьому, прилегла до осі симетрії горизонтальна ділянка підошви фрагменту довжиною 4 км (ця довжина визначає лінію розлому) занурюється з характерною швидкістю 1 см у рік [44, 45]. В той же час неактивна частина підошви та бокова границя фрагменту жорстко закріплені з навколишніми породами, верхня границя фрагменту вільна від навантажень. Розглянутий фрагмент осадових порід знаходиться під дією сили тяжіння.

В якості апробації представленої вище варіаційної в'язкопружної скінчено-елементної методики для розв'язання задач геотектоніки, проведемо порівняння з результатами, які отримані на основі ідеалізованої теорії для лінійно-в'язкого середовища [44, 45, 179]. Звернемо увагу на те, що в'язкопружна модель Кельвіна-Фойта описує лінійно-в'язкі процеси, як граничний випадок [83]. На рис. 3.4.1 приведені безрозмірні криві швидкості зміни нахилів денної поверхні в активній надрозломній зоні в залежності від кута нахилу розлому, які приведені в роботі Григор'єва та інших [45], де розглядався лінійно-в'язкий осадовий шар. На рис.

3.4.2 а, б – приведені розподіли швидкості зміни нахилів у ідеалізованому осадовому чохлі надрозломної зони, який складається з лінійно-в'язкої глини (густина 2300 кг/м^3 ; модуль всебічного стиску $3.75 \cdot 10^{10} \text{ Па}$; динамічна в'язкість $10^7 \text{ Па}\cdot\text{с}$).

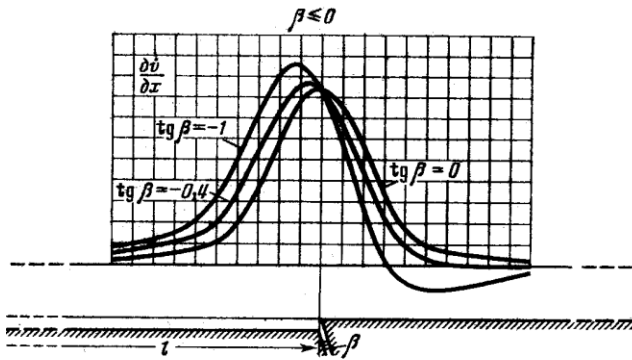


Рис. 3.4.1 Графіки безрозмірної швидкості зміни нахилів денної поверхні у активній надрозломній зоні, при русі блоку під різними кутами, де осадові породи мають лінійно-в'язкі властивості, приведені в роботі Григор'єва та інших [45].

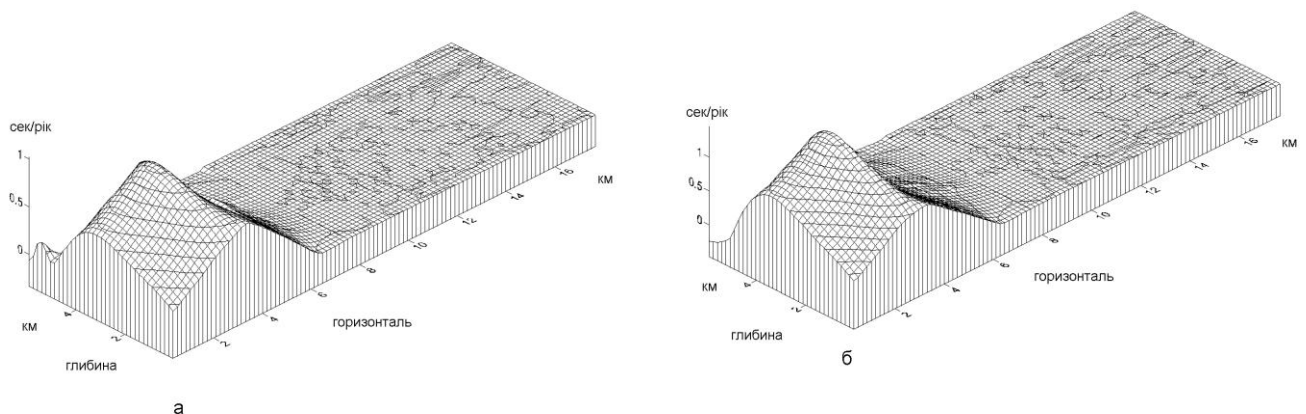


Рис. 3.4.2 а, б Розподіли швидкості зміни нахилів у осадовому чохлі надрозломної зони (отримані згідно методики, розробленої в дисертації), яка складається з лінійно-в'язкої глини, при русі блоку зі швидкістю 1 см у рік під кутами до горизонту: а) $\beta = 90^\circ$; б) $\beta = 45^\circ$.

Порівняння розподілів швидкості зміни нахилів у надрозломному осадовому чохлі (отриманих згідно методики, розробленої в дисертації), який складається з лінійно-в'язкої глини із відповідними результатами отриманими на основі аналітичного розв'язання задачі для лінійно-в'язкого осадового шару [44, 45] показує добре узгодження і свідчить про достовірність отриманих в дисертації результатів.

§ 3.5 Процес складкоутворення в лінійно-в'язкому осадовому шарі земної кори

Розглянемо процес великомасштабного складкоутворення в осадовому шарі земної кори під дією субгоризонтальних стискаючих геотектонічних сил, в якому здійснюється деформування всього осадового шару. При цьому на розглянутий шар осадових порід діє сила тяжіння. Для описання механічної поведінки розглянутого тривимірного півпростору осадових порід скористаємось теорією тришарових ортотропних в'язкопружних оболонок з урахуванням зсувної жорсткості [63, 140]. Будемо розглядати оболонки в криволінійній системі координат (s, φ, z) , яку будемо вважати жорстко закріпленою з великим мегаблоком. Тут s, φ - координати уздовж поверхні оболонки; z - координата по товщині оболонки. Переміщення уздовж координат s, φ, z для j -го шару оболонки можуть бути представлені у вигляді [63, 140, 145]:

$$\begin{aligned} u_j &= u_0(s, \varphi) + zu_1(s, \varphi); \\ v_j &= v_0(s, \varphi) + zv_1(s, \varphi); \\ w_j &= w_0(s, \varphi) + zw_1(s, \varphi); \end{aligned} \tag{3.5.1}$$

тут u_0, v_0, w_0 - компоненти переміщення серединної поверхні оболонки; u_1, v_1 - кути повороту нормалі до серединної поверхні відносно координатних ліній $\varphi = \text{const}$, $s = \text{const}$ відповідно, w_1 - обтиснення нормального елемента до серединної поверхні.

Процес деформування розглянутого півпростору осадових порід під дією стискаючих субгоризонтальних геотектонічних сил є досить повільним встановленим урівноваженим процесом на протязі якого перехідними стадіями можна знехтувати. Таким чином, повільний нестационарний процес деформування в'язкопружного півпростору осадових порід можна умовно розглядати, як урівноважений процес повільних гармонічних (квазістационарних) коливань. Приймаючи характерну циклічну частоту повільного встановленого процесу деформування в'язкопружного півпростору осадових порід за ω , на основі теорії багат шарових

в'язкопружних ортотропних оболонках, складемо комплексний функціонал Лагранжа [78], що виражає повну механічну енергію осадового півпростору, який знаходиться в умовах квазістаціонарного навантаження, а також під дією сили тяжіння:

$$\begin{aligned} \tilde{W} = & \frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 \int_{h_j} \int_S [E_{ss}^j \varepsilon_{ss}^{j2} + E_{\varphi\varphi}^j \varepsilon_{\varphi\varphi}^{j2} + E_{zz}^j \varepsilon_{zz}^{j2} + 2E_{s\varphi}^j \varepsilon_{ss}^j \varepsilon_{\varphi\varphi}^j + 2E_{sz}^j \varepsilon_{ss}^j \varepsilon_{zz}^j + 2E_{\varphi z}^j \varepsilon_{\varphi\varphi}^j \varepsilon_{zz}^j + \\ & + 4\tilde{G}_{s\varphi}^j \varepsilon_{s\varphi}^{j2} + 4\tilde{G}_{sz}^j \varepsilon_{sz}^{j2} + 4\tilde{G}_{\varphi z}^j \varepsilon_{\varphi z}^{j2} + \omega^2 \rho_j (u_j^2 + v_j^2 + w_j^2) - 2\rho_j g w_j] \left(1 + \frac{z}{R_3}\right)^2 ds d\varphi dz - \\ & - \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} (T_s u_0 + T_{s\varphi} v_0 + Q_s w_0) d\varphi - \int_{s_1}^{s_2} (T_{\varphi s} u_0 + T_{\varphi} v_0 + Q_{\varphi} w_0) ds. \end{aligned} \quad (3.5.2)$$

Тут R_3 – радіус Землі; g – прискорення сили тяжіння; S – площа поверхні півпростору осадових порід; h_j – товщина j -го шару осадових порід; ρ_j – густина j -го шару; $\varepsilon_{\alpha\beta}^j$ – компоненти тензора деформацій j -го шару; $E_{\alpha\beta}^j$ – дійсні модулі пружності j -го шару; $\tilde{G}_{\alpha\beta}^j = G_{\alpha\beta}^j + i\omega\eta_v^j$ – комплексні компоненти узагальненого модуля зсуву j -го шару, що складаються з дійсної частини для пружного матеріалу і комплексної частини для лінійно-в'язкого матеріалу; η_v^j – коефіцієнт динамічної в'язкості j -го шару; $T_\alpha, T_{\alpha\beta}$ – зусилля, які діють на контур півпростору осадових порід в напрямках дотичних його поверхні; Q_α – зусилля, які діють на контур півпростору в напрямках перпендикулярних до його поверхні. В'язкопружність півпростору осадових порід у даному випадку також трактується на основі реологічної в'язкопружної моделі Кельвіна-Фойта (див. § 3.4). В якості граничних умов задачі, тут виступають стискаючі субгоризонтальні зусилля, які діють на контур півпростору. В умовах квазістаціонарного навантаження, дії цих зусиль можуть бути замінені еквівалентним завданням швидкостей на ділянках контуру.

Для розв'язання представленої вище квазістаціонарної в'язкопружної задачі деформування півпростору осадових порід скористаємось методом скінчених елементів, що базується на варіаційному принципі Лагранжа, який виражає мінімум повної механічної енергії системи [136, 145]:

$$\delta\tilde{W}(u_0, v_0, w_0, u_1, v_1, w_1) = 0. \quad (3.5.3)$$

При моделюванні процесів великомасштабного складкоутворення в осадовому шарі земної кори розглянемо деформування прямокутних площ осадового шару на які у поздовжньому напрямку діють квазістаціонарні стискаючі субгоризонтальні геотектонічні зусилля. Дії цих зусиль еквівалентні завданню на одній з поперечних сторін площі деякої характерної швидкості руху в поздовжньому напрямку, при цьому протилежна сторона площі залишається жорстко закріпленою. В якості характерної швидкості геотектонічного стискання оберемо величину 1 дм/рік [84]. Зазначимо, що розглянута площа осадового шару знаходиться під дією сили тяжіння. В цілях апробації представленої тривимірної в'язкопружної варіаційної скінчено-елементної методики, проведемо порівняння з аналітичними і експериментальними результатами про залежність товщини лінійно-в'язкої складки від довжини хвилі, які приведені в роботах [167, 206, 330] (рис. 3.5.1). На рис. 3.5.2, в залежності від товщини шару, представлений процес великомасштабного складкоутворення під дією поздовжнього горизонтального стискання в шарі, який складається з лінійно-в'язкої глини (див. механічні властивості в § 3.4).

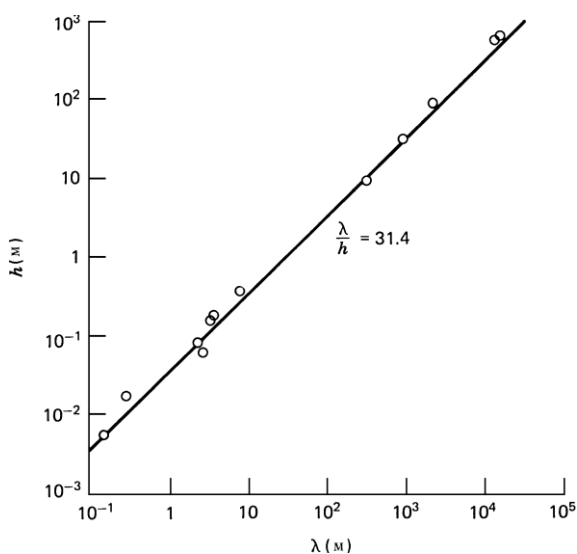


Рис. 3.5.1 Залежність товщини лінійно-в'язкої складки від довжини хвилі. Пряма відповідає аналітичному розв'язку представленому в роботі [330]. Кружки — експериментальні дані дослідів з лінійно-в'язкою глиною [206].

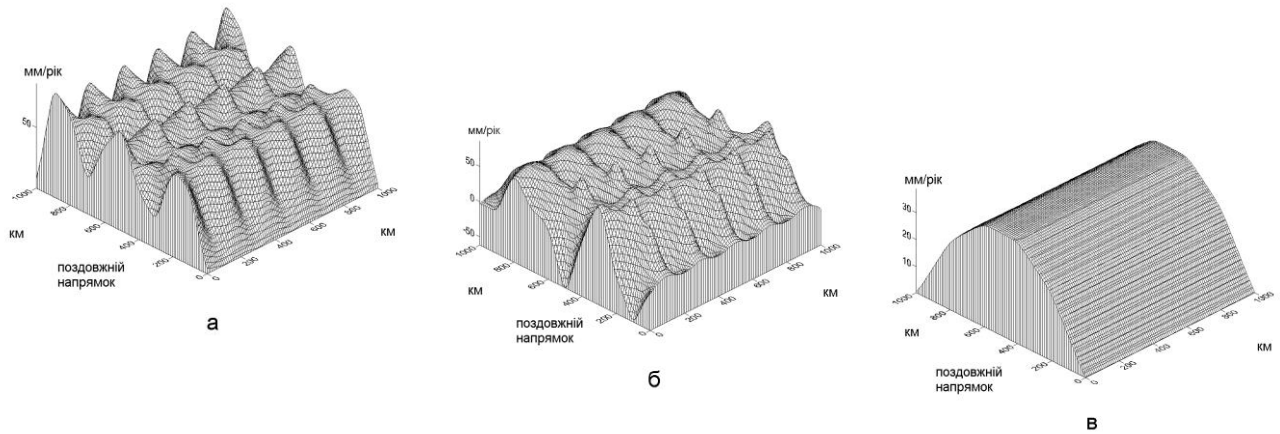


Рис. 3.5.2 а, б, в Процес утворення великомасштабних складок в шарі (отриманий згідно методики, що представлена в дисертації), який складається з лінійно-в'язкої глини під дією поздовжнього горизонтального стискання: а) товщина шару 10 км; б) 15 км; в) 30 км.

Результати великомасштабного складкоутворення в осадовому шарі (які отримані згідно методики представленої в дисертації), що складається з лінійно-в'язкої глини (рис. 3.5.2) узгоджуються з відомими результатами про залежність товщини лінійно-в'язкої складки від довжини хвилі (рис. 3.5.1). Дійсно з рис. 3.5.2 а, б, в слідує, що відношення між довжиною хвилі складки і її товщиною приблизно дорівнює ~ 31.4 . Це доводить достовірність отриманих результатів і ефективність представленої в дисертації варіаційної скінчено-елементної методики для багат шарових ортотропних оболонок при розв'язанні задач геотектоніки.

§ 3.6 Визначення середніх фонових температурних полів Дніпровсько-Донецької западини

В силу того, що поперечні розміри, Чернігівського, Полтавського і Харківського мегаблоків Дніпровсько-Донецького авлокогену, менше їх поздовжніх розмірів [59], їх теплові поля наближено можна розглядати, як плоскі.

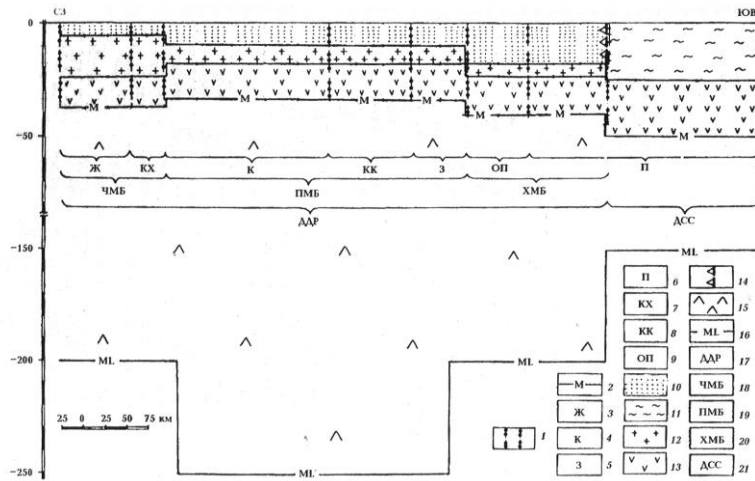


Рис. 3.6.1 Розріз літосфери і земної кори ДДЗ уздовж її поздовжньої осі згідно матеріалам Соллогуба В. Б. [156]: 1 - лінії поперечних розломів у земній корі ДДЗ; 2 - розділ Моховоричича; граничні з ДДЗ мегаблоки Українського щита (УЩ): 3 - Житомирський, 4 - Кіровоградський, 5 - Запорізький, 6 - Приазовський, 7 - Каневсько-Холмський, 8 - Криворізько-Крупецький, 9 - Оріхово-Павлоградський; 10 - слабо дислоковані осадові породи, 11 - інтенсивно дислоковані осадові породи, 12 - гранітизовані породи, 13 - базальтові породи: 14 - границя насування ДСС; 15 - літосфера, 16 - підшва літосфери; 17 - Дніпровсько-Донецький рифт, мегаблоки ДДЗ: 18 - Чернігівський, 19 - Полтавський, 20 - Харківський, 21 - Донецьке складчасте спорудження.

Враховуючи радіогенне тепловиділення геологічних порід, і нехтуючи анізотропією теплофізичних властивостей, яка може бути пов'язана з тріщинуватістю і пористістю порід, скористаємось ізотропною нестационарною тепловою моделлю. У цьому випадку загальна постановка двомірної задачі теплопровідності в декартовій системі (x,y), яка зв'язана з розглянутим тектонічним мегаблоком, має вид:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \frac{q}{c\rho}; \quad (3.6.1)$$

$$T(t=0) = T_0; \quad (3.6.2)$$

$$\lambda grad T = \alpha(T - T_c). \quad (3.6.3)$$

Тут (3.6.1) – нестационарне рівняння теплопровідності; (3.6.2) – початкова умова; (3.6.3) – гранична умова конвективного теплообміну з навколишнім середовищем; $T(x, y, t)$ – температура, як функція координат і часу; a – коефіцієнт температуропровідності; q – об’ємне тепловиділення радіогенних порід; c – питома теплоємність; T_0 – початкова температура; λ – коефіцієнт теплопровідності; α – коефіцієнт тепловіддачі середовища; T_c – температура середовища.

Підкреслимо, що гранична умова конвективного теплообміну з навколишнім середовищем (3.6.3) представляє собою найбільш загальний випадок теплових граничних умов. Так, якщо значення коефіцієнту тепловіддачі середовища поблизу границі області по абсолютній величині значно перевищує значення заданих в області коефіцієнтів теплопровідності, то умова (3.6.3) на цій границі буде еквівалентна умові задання на ній постійної температури. Якщо температура на границі області по абсолютній величині значно менше температури навколишнього середовища, то умова (3.6.3) на цій границі буде еквівалентна умові задання на ній постійного теплового потоку.

Для розв’язання плоскої нестационарної задачі теплопровідності (3.6.1) – (3.6.3) застосовується варіаційний скінчено-елементний метод у комбінації з різносним методом, що приводить до розв’язання варіаційного рівняння теплопровідності (див § 2.2):

$$\delta I(T) = 0. \quad (3.6.4)$$

Тут $I(T)$ – функціонал плоскої задачі теплопровідності (1) – (3), який представляється у вигляді:

$$I(T) = \frac{1}{2} \iint_S \left\{ \lambda \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right] + 2 \int_{T_0}^T \frac{\lambda}{a} \frac{\partial T}{\partial t} dT - 2qT \right\} dx dy - \frac{1}{2} \int_L \alpha (T - 2T_c) T dl; \quad (3.6.5)$$

S – площа перерізу області, що досліджується, L – контур, який охоплює площу S , dl – елемент контуру.

При моделюванні середніх фонових теплових полів, у якості об’єктів дослідження були обрані умовні розрізи земної кори, характерні для північно-західного

(Чернігівського), центрального (Полтавського) і південно-східного (Харківського) мегаблоків ДДЗ [2, 28, 59] (див. рис. 3.6.1). Для всіх мегаблоків були використані характерні геологічні розподіли осадових, гранітизованих і базальтових порід. Для Чернігівського мегаблока, розподіл на осі авлакогену було взято в співвідношенні: глини, алеврити – 2 км; піщаники – 1 км; алевроліти – 1 км; доломіти – 1 км, далі, 19 км - гранітизованих порід і 13 км – базальтових порід. По мірі наближення до бортів авлакогену, цей розподіл плавно переходить у відповідні мегаструктури Українського щита (УЩ) і Воронежського кристалічного масиву (ВКМ), які в цьому місці мають приблизно однакову будову: 0,5 км – осадових порід; 44,5 км – гранітизованих порід і 10 км – порід базальтового шару. Для Полтавського мегаблоку, розподіл на осі авлакогену було обрано: глини, алеврити – 2 км; піщаники – 4 км; алевроліти – 2 км; доломіти – 2 км; гранітоїди – 8 км; базальтоїди – 15 км, потім цей розподіл плавно переходить у відповідні мегаструктури УЩ і ВКМ, які в даному місці схожі з аналогами Чернігівського мегаблоку. Для Харківського мегаблоку - на осі авлакогену: глини, алеврити – 2 км; піщаники – 8 км; алевроліти – 5 км; доломіти – 3 км; гранітоїди – 5 км; базальтоїди – 17 км, потім плавний перехід у відповідні мегаструктури УЩ і ВКМ: 0,5 км – осадових порід; 39,5 км – гранітизованих порід і 10 км – порід базальтового шару [59, 157]. В якості масивів теплопровідності та температуропровідності були взяті середні значення величин відповідних порід [39]: глини, алеврити – 1,70 Вт/(м·град); $7,05 \cdot 10^{-7}$ м²/с; піщаники – 2,77; $11,48 \cdot 10^{-7}$; алевроліти - 1,99; $10,39 \cdot 10^{-7}$; доломіти - 4,06; $12,53 \cdot 10^{-7}$; гранітоїди - 2,51; $9,16 \cdot 10^{-7}$; базальтоїди - 1,27; $5,55 \cdot 10^{-7}$. Згідно даним, що приведені в роботі [171], були обрані середні значення радіогенної теплогенерації: осадових порід – 1 мкВт/м³; гранітоїдів – 0,92; базальтоїдів – 0,3.

Відповідно до висновків, у роботі Артюшкова Е. В., Бацаніна С. Ф. [7], середня температура на розділі Мохо (М) на платформах оцінюється в 300 - 500°C. Підхід до основи кори платформних областей великих мас аномально гарячої мантії з температурою порядку 1200°C приводить до утворення вулканізму і складчастості. У той же час підхід аномальної мантії з помірною температурою поряд-

ку 800°C викликає еклогітизацію в базальтовому шарі та занурення з утворенням глибоких западин. Відповідно до висновків тієї ж роботи, підхід до кори аномальної мантії відбувається за час малий в порівнянні з часом теплової релаксації літосфери. У той же час припускається досить інтенсивний конвективний теплообмін між астеносферою і гарячою мантією, яка піднялася, що дозволяє вважати температуру гарячої мантії на границі М постійною. Керуючись цими висновками, з огляду на збільшення температури ДДЗ у південно-східному напрямку [28], а також тим фактом, що температура гарячої мантії на границі М у Донецькому басейні, що граничить з Харківським мегаблоком, оцінюється в середньому як $800\text{--}850^{\circ}\text{C}$ [28, 29]. При моделюванні температурних полів ДДЗ будемо робити наступні припущення:

- 1) для розрізу Чернігівського мегаблока, в 70-ти кілометрової околиці авлакогену, температура на границі М припускається постійною і рівною 700°C , по мірі наближення до структур УЩ і ВКМ температура знижується до 400°C ;
- 2) для Полтавського мегаблоку - температура в околиці авлакогену становить 750°C і знижується на бортах до 450°C ;
- 3) для Харківського мегаблоку - температура в околиці авлакогену дорівнює 800°C і зменшується до 500°C .

В усіх випадках, середню температуру земної поверхні будемо вважати рівною 10°C .

Надалі, через близькість до симетричного виду, розглянутих фрагментів бічного перерізу ДДЗ [59, 157], при моделюванні обмежимося розглядом їх симетричних половин. На рис. 3.6.2 - 3.6.4 - представлені діаграми середньої фонові встановленої температури ДДЗ. Тут по горизонталі відкладена відстань від осі авлакогена убік бортової зони в км, по вертикалі – глибина в км.

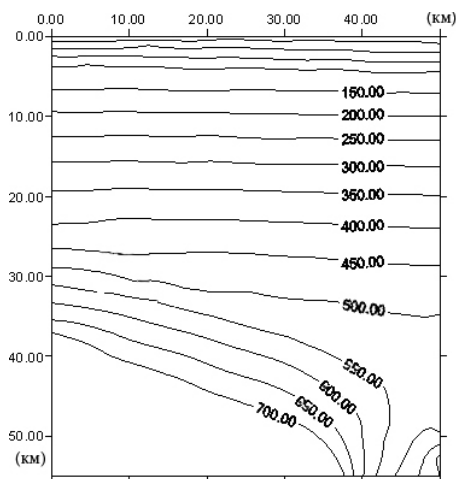


Рис. 3.6.2 Середнє фонове температурне поле в північно-західному (Чернігівському) мегаблоці ДЗ, що отримане згідно представленої в дисертації методики.

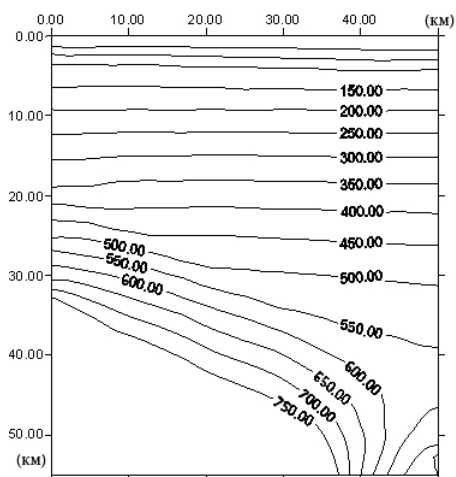


Рис. 3.6.3 Середнє фонове температурне поле в центральному (Полтавському) мегаблоці ДЗ, що отримане згідно представленої в дисертації методики.

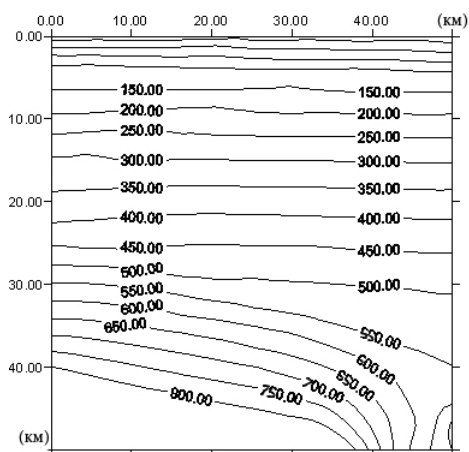


Рис. 3.6.4 Середнє фонове температурне поле в південно-східному (Харківському) мегаблоці ДЗ, що отримане згідно представленої в дисертації методики.

На рис. 3.6.5 представлені середні фонові та максимальні температури, які були виміряні у свердловинах ДДЗ.

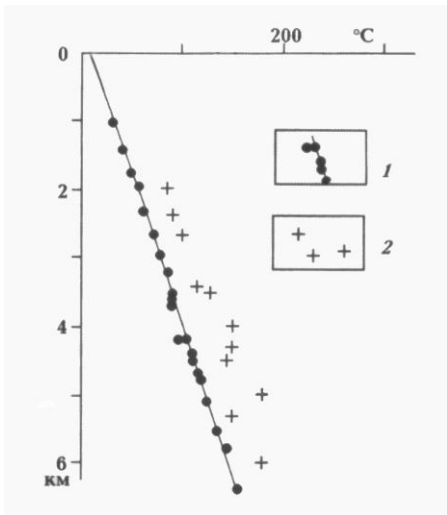


Рис. 3.6.5 Середні фонові та максимальні температури виміряні в свердловинах ДДЗ [40, 41]; 1 – фонові температури; 2 – максимальні температури.

Порівняння результатів представлених на рисунках показує, що отримані на основі представленої в дисертації варіаційної скінчено-елементної методики, середні фонові температури Чернігівського, Полтавського і Харківського мегаблоків ДДЗ, узгоджуються з відповідними температурами, виміряними в свердловинах ДДЗ.

§ 3.7 Моделювання охолодження океанічної літосфери

При побудові моделі охолодження океанічної літосфери представимо типову структуру літосфери у вигляді тришарової оболонки. Верхній шар завтовшки у 1 км (згідно даним роботи [167]) складається з осадових порід, середній шар товщиною 6 км складається з базальтів та габро, нижній шар товщиною 93 км складається з олівінів. При цьому будемо враховувати радіогенне тепловиділення порід океанічної кори. Будемо вважати, що океанічна літосфера здійснює рух зі швидкістю 10 см у рік [84]. Оскільки при моделюванні відлік часу буде починатись з мільйону років, то будемо розглядати фрагмент океанічної літосфери у вигляді оболонки з поперечним розміром 1000 км, повздовжнім розміром 100 км і товщиною 100 км. Таким чином, через мільйон років після початку руху, один з поперечних торців розглянутого фрагменту літосфери буде співпадати з серединним океанічним хребтом і знаходитись у стані конвективного теплообміну з астеносферою, яка піднімається в зоні океанічного рифта. При цьому верхня границя фрагменту буде знаходитись у стані конвективного теплообміну з океаном, а нижня границя – у стані конвективного теплообміну з астеносферою, яка підстилає океанічну літосферу. Початкову температуру розглянутого фрагмента океанічної літосфери будемо вважати рівною температурі астеносфери [330]. По мірі відсування фрагменту літосфери від океанічного хребта, граничну умову на його відповідному торці буде відмінено. Нехтуючи тепловою анізотропією, яка може бути пов'язана з наявністю тріщин у породах океанічної літосфери, представлений процес охолодження океанічної літосфери може бути описаний на основі ізотропної нестационарної теплової моделі. Така модель у тривимірній постановці з відповідними початковою і граничними умовами в декартовій системі координат (x, y, z) може бути представлена у вигляді:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{q}{c\rho}; \quad (3.7.1)$$

$$T(t = 0) = T_n; \quad (3.7.2)$$

$$\lambda grad T = \alpha(T - T_c). \quad (3.7.3)$$

Тут (3.7.1) – нестационарне рівняння теплопровідності; (3.7.2) – початкова умова; (3.7.3) – граничні умови конвективного теплообміну з навколишнім середовищем; $T(x, y, z, t)$ – температура, як функція координат і часу; a – коефіцієнт теплопровідності; q – об’ємне тепловиділення радіогенних порід; c – питома теплоємність; ρ – густина; T_n – початкова температура; λ – коефіцієнт теплопровідності; α – коефіцієнт тепловіддачі навколишнього середовища; T_c – температура навколишнього середовища.

Для розв’язання нестационарної задачі теплопровідності (3.7.1 – 3.7.3) застосовується комбінація різносного методу та методу скінчених елементів, що зводиться до розв’язання варіаційного рівняння функціоналу теплопровідності:

$$\delta I(T) = 0. \quad (3.7.4)$$

У наближенні тривимірної оболонки, функціонал задачі теплопровідності (3.7.1 – 3.7.3) у криволінійній системі координат (s, φ, z) може бути представлений у вигляді (див. § 1.7):

$$\begin{aligned} I(T) = & \frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 \int_{(h_j)} \iint_S \left\{ \lambda^j \left[\left(\frac{\partial T^j}{\partial s} \right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial T^j}{\partial \varphi} \right)^2 + \left(\frac{\partial T^j}{\partial z} \right)^2 \right] + 2 \int_{T_n}^T \frac{\lambda^j}{a^j} \frac{\partial T^j}{\partial t} dT^j - 2q^j T^j \right\} r ds d\varphi dz - \\ & - \frac{1}{2} \iint_S \left\{ \alpha^- (T^1(h^-) - 2T^-) T^1(h^-) + \alpha^+ (T^3(h^+) - 2T^+) T^3(h^+) \right\} r ds d\varphi - \\ & - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 \int_{(h_j)} \int_{L_T} \alpha_T^j (T^j - 2T_T) T^j r d\varphi dz - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 \int_{(h_j)} \int_{L_M} \alpha_M^j (T^j - 2T_M) T^j ds dz. \end{aligned} \quad (3.7.5)$$

Тут s – меридіональна координата поверхні оболонки; φ – широтна координата; z – координата по товщині оболонки; r – радіус серединної поверхні оболонки; S – площа поверхні оболонки; h_j – товщина j -го шару оболонки; $\alpha^-, \alpha^+, T^-, T^+$ – коефіцієнти тепловіддачі і температури середовищ, які омивають нижню та верхню грані оболонки відповідно; h^-, h^+ – значення нижньої та верхньої граней оболонки відповідно; $\alpha_T^j, T_T, \alpha_M^j, T_M$ – коефіцієнти тепловіддачі і температури середовищ, які омивають торцеву – L_T і меридіональну – L_M границі оболонки відповідно.

При моделюванні теплових полів океанічної літосфери, в процесі її охолодження, виберемо середні значення величин теплопровідності, температуропровідності і радіогенної теплогенерації вказаних вище порід океанічної літосфери [50, 171]: осадові породи – 2.00 Вт/(м·град), $1.00 \cdot 10^{-6}$ м²/с, 1.00 мкВт/м³; базальти і габро – 2.28, $8.00 \cdot 10^{-7}$, 0.30; олівіни – 4.23, $1.26 \cdot 10^{-6}$, 0.00. В якості середніх значень температури і коефіцієнта тепловіддачі океанічного дна виберемо величини - 10°C і 420 Вт/(м²·град) відповідно. Згідно даним робіт [167, 330], виберемо середню температуру астеносфери рівною 1200°C. В роботах [147, 169] на основі чисельного моделювання процесів конвективного тепломасопереноса у верхній мантії було встановлено, що число Нуссельта ($Nu = \frac{\alpha \cdot l}{\lambda}$, де l - характерний лінійний розмір рідкого середовища), яке в гідродинаміці [152] визначає тепловіддачу середовища, для верхній мантії варіює від 12 до 20. З іншого боку в роботі [336] на основі лабораторних експериментів була побудована залежність числа Нуссельта від числа Релея (Ra) (число Релея - безрозмірне число, що визначає нестійкий стан в'язкої рідини під дією градієнта температури в полі сили тяжіння, тобто умови виникнення конвективних потоків: $Ra = \frac{g \beta \Delta T l^3}{\nu a}$; g - прискорення сили тяжіння, β - коефіцієнт теплового розширення, ΔT - характерний перепад температури, ν - кінематична в'язкість, a - температуропровідність) див. рис. 3.7.1.

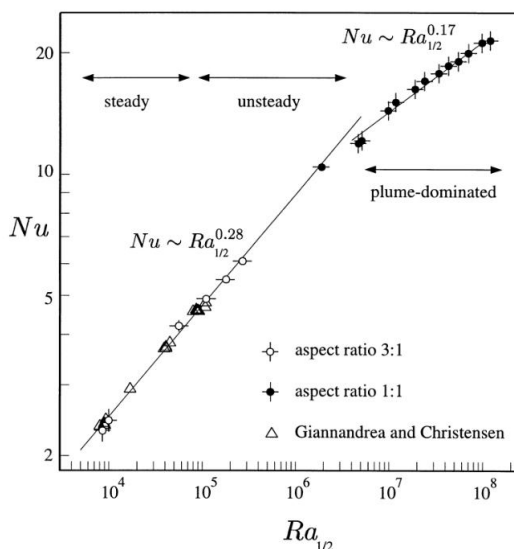
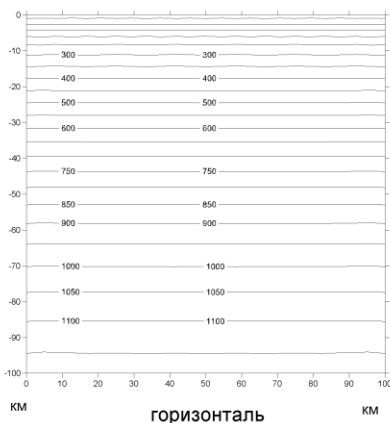


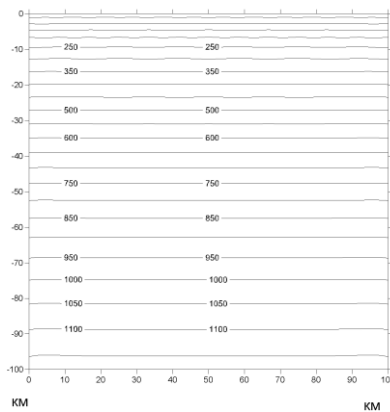
Рис. 3.7.1 Залежність числа Нуссельта від числа Релея, яка отримана шляхом лабораторних експериментів в роботі Weeraratne D. et al. [336]. Aspects ratio 3:1, 1:1 – результати експериментів з різними параметрами; Giannandrea and Chrstensen – експериментальні результати цих авторів.

З рис. 3.7.1 видно, що число $Nu \approx 20$ потрапляє в область утворення плюмів і таким чином відповідає параметрам астеносфери. Обираючи відповідні значення величин для астеносфери: $Nu \approx 20$; $\lambda \approx 4.23$ Вт/(м·град) і товщину океанічної літосфери $l \approx 10^5$ м, виконаємо оцінку коефіцієнта тепловіддачі астеносфери на границі з океанічною літосферою: $\alpha_{act} \approx 8.46 \cdot 10^{-4}$ Вт/(м²·град). Згідно степеневим залежностям між числами Nu і Ra приведеним на рис. 3.7.1, залежність коефіцієнта тепловіддачі від перепаду температур і в'язкості навколишнього середовища незначна, тому нею можна знехтувати.

На рис. 3.7.2 у поздовжньому розрізі розглянутого фрагменту океанічної літосфери з розмірами 100×100 км приведений процес охолодження океанічної літосфери, отриманий на основі представленої теплової моделі. На рис. 3.7.3, 3.7.4 представлені теорія охолодження океанічної літосфери на основі одномірної нестационарної теплової моделі [330], а також результати визначення потужності літосфери різного віку в Тихому океані на основі дослідження дисперсії хвиль Релея [251]. На рис. 3.7.5 представлені теоретичні моделі охолодження океанічної літосфери для двомірного півпростору і товстої пластини товщиною 103 км, які отримані в роботі [208] і добре узгоджуються з представленими в цій роботі даними сейсмічної томографії.



а



б

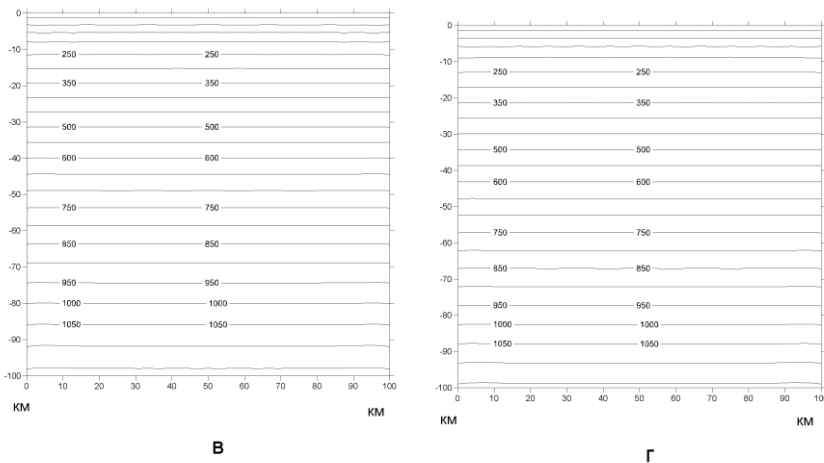


Рис. 3.7.2 а, б, в, г Розподіли теплових полів охолодження океанічної літосфери, що отримані на основі уточненої тривимірної нестационарної теплової моделі (згідно представленій в дисертації методики) у розглянутому розрізі океанічної літосфери з віком в мільйонах років: а) 50; б) 60; в) 80; г) 100.

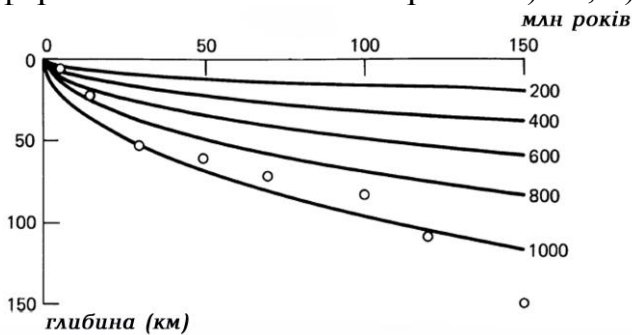


Рис. 3.7.3 Процес охолодження океанічної літосфери, що був отриманий на основі одновимірної нестационарної моделі [330], кружки - результати визначення товщини тихоокеанської літосфери на основі дисперсії хвиль Релея [251].

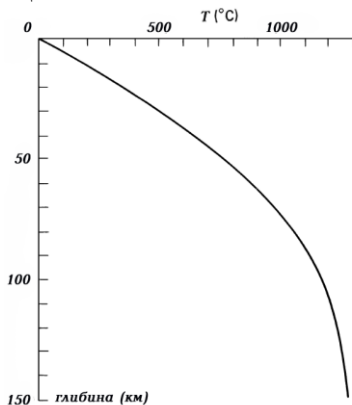


Рис. 3.7.4 Розподіл температури океанічної літосфери віком 60,4 млн років, що був отриманий на основі одновимірної нестационарної моделі [330].

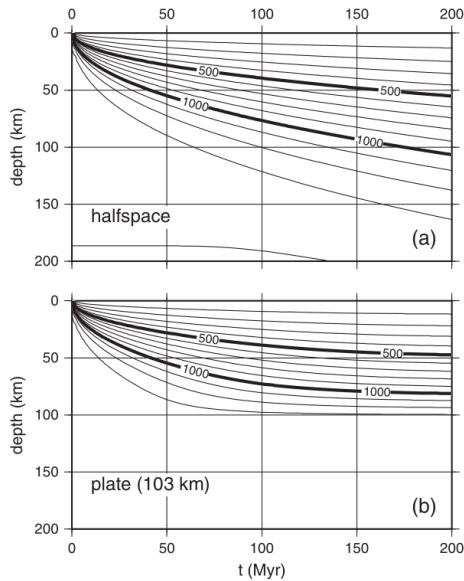


Рис. 3.7.5 Теоретичні моделі охолодження океанічної літосфери для двомірного півпростору (a) і товстої пластини товщиною 103 км (b), що отримані в роботі [208] і добре узгоджуються з представленими в цій роботі даними сейсмічної томографії.

Зазначимо, що теплові поля охолодження океанічної літосфери, що були отримані на основі представленої в дисертації, уточненої тривимірної теплової моделі з точністю приблизно до 8 % узгоджуються з результатами, які були отримані на основі одномірної теплової моделі [330] (рис. 3.7.2, 3.7.3). Це розходження очевидно можна пояснити температуропровідністю океанічної літосфери в горизонтальних напрямках, що має місце у представлений тривимірній моделі. Відмітимо також, що значення поверхневого теплового океанічного потоку достатньо зрілої океанічної літосфери (з віком більше 60 млн років), що отримані в рамках цієї моделі добре узгоджуються з величиною середнього поверхневого теплового океанічного потоку рівного $\sim 78.2 \text{ мВт/м}^2$ [330]. Цей факт показує, що температурне поле в приповерхневому шарі літосфери такого віку встановлюється. У випадку задання температури астеносфери у представлений в дисертації теплової моделі, згідно роботі [208], на рівні $\sim 1315^\circ\text{C}$ спостерігається добре узгодження з моделями охолодження літосфери представленими на рис. 3.7.4, які також підтверджені даними сейсмічної томографії. Таким чином, результати охолодження океанічної літосфери, що були отримані в рамках розглянутої тривимірної теплової моделі добре узгоджуються з відомими результатами.

Розділ 4. Визначення параметрів, які описують геодинамічний процес обертання Землі на основі уточнених моделей її внутрішньої будови

У даному розділі на основі представленої варіаційної скінчено-елементної методики розв'язані нові задачі щодо визначення параметрів, які описують процес обертання Землі на основі уточнених моделей її внутрішньої будови. Визначено вплив в'язкопружності мантії на компоненти збуреної нутації Землі; вплив в'язкості рідкого ядра Землі на компоненти збуреної нутації та числа Ляви і Шиди 2-го порядку; вплив радіальної анізотропії мантії на компоненти збуреної нутації Землі та числа Ляви і Шиди 2-го порядку; вплив горизонтальних неоднорідностей у верхній мантії Землі на числа Ляви і Шиди 2-го порядку; вплив великомасштабних неоднорідностей мантії Землі на числа Ляви і Шиди 2-го порядку.

§ 4.1 Вплив в'язкопружності мантії на компоненти збуреної нутації Землі

Варіаційна скінчено-елементна методика дозволяє враховувати неоднорідності, як геометричного так і реологічного характеру в мантії Землі. Це дає можливість її застосування для оцінювання впливу в'язкопружності мантії на нутаційні характеристики Землі, спираючись на більш уточнені моделі розподілу добротності мантії відносно модулю зсуву Q_μ .

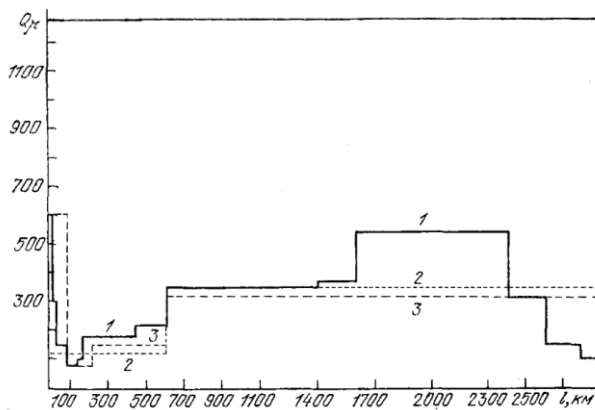


Рис. 4.1.1. Розподіли механічної зсувної добротності $Q_\mu(l)$ в літосфері та мантії Землі: 1 – модель M_1 Дорофєєва, Жаркова [52]; 2 – модель QMU Сейлора, Дзевонського [305]; 3 – модель PREM Дзевонського, Андерсона [214].

До однієї з таких моделей можна віднести модифіковану модель “ M_1 ” Дорофєєва, Жаркова. Ця модель не зазнала суттєвих змін і в наш час є достатньо точною. Вона дозволяє враховувати реологію неоднорідних шарів земної мантії, включаючи

області підвищеної та пониженої добротності в нижній мантії. Оскільки в даному випадку мова іде тільки про вплив непружності мантії на збурену нутацію Землі немає необхідності враховувати динаміку внутрішнього ядра в силу того, що взаємний ефект буде незначним [279]. В якості робочої моделі оберемо спрощену динамічну модель Моріца [291], яка основана на теорії Молоденського [128].

Згідно цієї моделі припустимо, що Земля є двоосним еліпсоїдом обертання, має тверде внутрішнє ядро, стратифіковане рідке зовнішнє ядро в формі еліпсоїдальної оболонки обертання, а також в'язкопружну ізотропну неоднорідну мантію та земну кору в формі оболонки, яка мало відрізняється від сферичної. При цьому рідке ядро може повертатися відносно мантії. Земля в цілому є самогравітуючим тілом, яке знаходиться в стані гідростатичної рівноваги. Вона обертається навколо власної осі, випробовуючи нутацію і припливні дії з боку Місяця та Сонця. Вплив океанічних та атмосферних навантажень не враховується. Будемо нехтувати стисканням та обертальними ефектами у в'язкопружній мантії, в силу їх малості [130]. З іншого боку будемо враховувати дії відносного, Ейлерова, Кориолісова та доцентрового прискорень на рідке еліптичне ядро. Застосовуючи апарат, що дозволяє виключити статичні значення тензора напружень у в'язкопружній мантії та тиску в рідкому ядрі, виходячи з умови гідростатичної рівноваги Землі [130], приходимо до рівняння рівноваги у в'язкопружній мантії (3.2.1) в комплексній формі та рівняння руху в рідкому ядрі відносно припливних дій (3.2.2), які представлені в Тисерановій системі відліку (X, Y, Z) . Для розв'язання системи рівнянь (3.2.1, 3.2.2), беручи до уваги жорсткість внутрішнього ядра та відсутність зовнішніх навантажень на поверхні Землі, застосовується варіаційна скінчено-елементна методика, яка представлена в § 3.2.

В якості дисперсійного співвідношення для комплексного модуля зсуву μ^* , який входить до комплексного функціоналу Лагранжа (3.2.3) для в'язкопружної мантії, використовувалася степенева залежність від частоти, яка була запропонована Смітом і Даленом [324]:

$$\delta\mu_s^*/\mu_s = [\text{ctg}(\alpha\pi/2)\{1 - (\omega_m/\omega)^\alpha\} + i(\omega_m/\omega)^\alpha]/Q_\mu^s(\omega_m). \quad (4.1.1)$$

Тут μ_s – значення пружного модуля зсуву в s -тому радіальному шарі мантиї; $\delta\mu_s^*$ – амплітуда дисперсії комплексного модуля зсуву в s -тому шарі; $Q_\mu^s(\omega_m)$ – величина зсувної добротності мантиї в s -тому шарі, яка визначена при деякій фіксованій частоті ω_m ; ω – розглянута частота дисперсії; α – показник степеню дисперсійної залежності.

Поправки за в'язкопружність мантиї до зворотної і прямої кругових компонент збуреної нутації в фазі та протифазі визначалися, згідно Вару і Бергену [333], за формулами:

$$\begin{aligned}\eta^+ &= \eta_r^+(\eta^+/\eta_r^+) = -\frac{1}{2}(\varepsilon_r + \Psi_r \sin \varepsilon_0)(\eta^+/\eta_r^+) = B_R^+ - iB_I^+; \\ \eta^- &= \eta_r^-(\eta^-/\eta_r^-) = -\frac{1}{2}(\varepsilon_r - \Psi_r \sin \varepsilon_0)(\eta^-/\eta_r^-) = B_R^- - iB_I^-. \end{aligned} \quad (4.1.2)$$

Тут ε_0 – кут схилення екліптики; B_R^+ , B_R^- і B_I^+ , B_I^- – зворотна та пряма компоненти кругової добової нутації у фазі та протифазі відповідно; значення нутації для твердої Землі в нахиленні ε_r і довготі Ψ_r були взяті з теорії Кіношита [246]. Зворотні $\delta\eta^+/\eta_r^+$ та прямі $\delta\eta^-/\eta_r^-$ кругові добові нутації, які мають комплексну форму, обчислювались на основі варіаційної скінчено-елементної методики, за допомогою процедури розщеплення матриці деформаційних градієнтів на симетричну – деформаційну та антисиметричну – обертальну частини [291]. При обчисленні, в якості стандартної моделі Землі була використана PREM-модель Дзевонського і Андерсона [214], а також закон розподілу густини Буларда, значення чисел Ляви k та відповідні значення радіусів полюса обертання ε були взяті з моделі Молоденського II [128]. Значення нутації для твердої Землі в нахиленні ε_r та довготі Ψ_r , згідно Вару, були взяті з теорії Кіношита [246].

Обчислення були проведені для ряду моделей розподілу зсувної добротності в мантиї Q_μ^s на основі дисперсійного співвідношення (4.1.6). Були використані: дворівнева модель добротності мантиї “QMU” Сейлора, Дзевонського [305], а також дві багаторівневі моделі добротності мантиї: “PREM” Дзевонського, Андерсона [214]; “M₁” Дорофєєва, Жаркова [52]. Згідно висновків, зроблених в роботах Сміта, Далена [324]; Вара, Бергена [333]; Дехан [209], в цих моделях були обрані

значення: $\omega_m = 2\pi/200$ рад/с; $\alpha = 0,15$. Результати обчислення поправок за в'язкопружність мантії до зворотної та прямої кругових компонент збуреної нутації в фазі та протифазі, які представлені для головного, річного, піврічного та двотижневого членів, приведені в таблиці 4.1.1.

Порівняння даних цієї таблиці показує, що результати обчислення поправок за в'язкопружність мантії до компонентів збуреної нутації, виходячи з моделей зсувної добротності мантії "QMU" та "PREM" відносно близьки, в той час як більш уточнене врахування зон поглинання в нижній мантії, на основі моделі "M₁", призводить до збільшення нутаційних поправок за в'язкопружність мантії приблизно на 10% для компонентів у фазі. Для компонентів у протифазі це збільшення може досягати 30%.

Таблиця 4.1.1 Поправки за в'язкопружність мантії до зворотної та прямої кругових компонентів збуреної нутації в фазі та протифазі в мілі-арк-секундах на основі моделей розподілу зсувної добротності в мантії: "QMU" Сейлора, Дзевонського [305], "PREM" Дзевонського, Андерсона [214], "M₁" Дорофєєва, Жаркова [52].

	"QMU"-модель		"PREM"-модель		"M ₁ "-модель	
	В фазі	протифазі	В фазі	протифазі	В фазі	протифазі
Головна нутація						
$\delta\eta^+$	0,04552	0,02014	0,04522	0,01992	0,05017	0,02898
$\delta\eta^-$	-0,33778	-0,14946	-0,33562	-0,14785	-0,37238	-0,21512
Річна нутація						
$\delta\eta^+$	0,17727	0,07844	0,17614	0,07759	0,19542	0,11289
$\delta\eta^-$	-0,00958	-0,00425	-0,00952	-0,00419	-0,01055	-0,00609
Піврічна нутація						
$\delta\eta^+$	0,03354	0,01484	0,03332	0,01468	0,03697	0,02136
$\delta\eta^-$	0,27070	0,11978	0,26897	0,11849	0,29843	0,17240
Двотижнева нутація						
$\delta\eta^+$	0,00288	0,00127	0,00286	0,00125	0,00315	0,00182
$\delta\eta^-$	0,06468	0,02862	0,06427	0,02831	0,07130	0,04119

§ 4.2 Вплив в'язкості рідкого ядра Землі на компоненти збуреної нутації та числа Ляви і Шида 2-го порядку

До цього часу, незважаючи на велику кількість робіт, присвячених даному питанню, не існує певної точки зору щодо величини в'язкості і характеру її розподілу всередині рідкого ядра Землі. У роботі Сессо (1995) [308] представлені оцінки середніх значень в'язкості рідкого ядра, а також границі її допустимих значень, які отримані різними методами: астрогеодезичними, сейсмологічними, геомагнітними, методами теорії розплавлених металів. Розбіжність значень динамічної в'язкості при цьому сягає 15 порядків від 10^{-3} до 10^{12} Па·с. Імовірно що, така розбіжність викликана принципово різними підходами у визначенні величини в'язкості. В роботі Жарова, Пасинка (2001) [53] представлений логарифмічно-лінійний розподіл динамічної в'язкості усередині рідкого ядра: від 10^3 Па·с поблизу границі ядро-мантія до 10^{13} Па·с на границі зовнішнього і внутрішнього ядер. Причому різке зростання в'язкості (від 10^9 до 10^{13}) відбувається в досить тонкому прикордонному шарі (товщиною приблизно 100 км), розташованому на границі твердого і рідкого ядер. У роботі Smylie, Palmer (2007) [325] представлений логарифмічно-лінійний розподіл динамічної в'язкості усередині рідкого ядра: поступово від 10^2 Па·с поблизу границі ядро-мантія до 10^{11} Па·с на границі зовнішнього і внутрішнього ядер.

Виникає інтерес в оцінюванні впливу ефекту в'язкості рідкого ядра на параметри обертання Землі. Згідно підходу Сасао, Окубо, Саіто (див. § 3.3), будемо визначати, в загальному випадку, комплексні компіляційні параметри, які пов'язані з деформуванням Землі, що складається з пружної мантії, в'язкого нестискаємого рідкого зовнішнього ядра та твердого внутрішнього ядра в рамках сферичного квазистатичного наближення. У цьому випадку, нехтуючи диференціацією густини рідкого ядра, приходимо до рівнянь квазистатичної рівноваги у пружній мантії (3.3.1) та в'язкому рідкому ядрі (3.3.2) під впливом тесерального припливного потенціалу, представлених у Тисерановій системі відліку (X, Y, Z).

Припускаючи, що коливання в рідкому ядрі відбуваються з частотою збурюючої припливної хвилі, беручи до уваги твердість внутрішнього ядра та відсутність навантажень на поверхні Землі, складемо функціонали Лагранжа, що виражають повну енергію пружної мантії та в'язкого рідкого ядра у формі переміщень [54, 136], у циліндричній системі координат (z, r, φ) , де вісь r збігається з тисеравною віссю Z :

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_1 = & \pi \iint_{F_s} [c_1(\epsilon_{zz}^2 + \epsilon_{rr}^2 + \epsilon_{\varphi\varphi}^2) + 4c_2\epsilon_{zr}^2 + 2c_3(\epsilon_{zz}\epsilon_{rr} + \epsilon_{zz}\epsilon_{\varphi\varphi} + \epsilon_{rr}\epsilon_{\varphi\varphi})] r dz dr - \\ & - \pi \iint_{F_s} \{ [2(\gamma - \varepsilon + \gamma_1) \Omega^2 r w + w(\frac{\partial w}{\partial z} \cos \bar{\alpha} + 2\frac{\partial u}{\partial z} \sin \bar{\alpha})] g(R) + 2w(w \cos \alpha + \\ & + 2u \sin \alpha) g'_R \cos \alpha - 2w[\frac{\partial w}{\partial z} + 2(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r})] g(R) \cos \alpha + 2(\gamma - \varepsilon + \gamma_1) \Omega^2 z u + \\ & + u(2\frac{\partial w}{\partial r} \cos \bar{\alpha} + \frac{\partial u}{\partial r} \sin \bar{\alpha}) g(R) + 2u(2w \cos \alpha + u \sin \alpha) g'_R \sin \alpha - \\ & - 2u(2\frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r}) g(R) \sin \alpha \} \rho r dz dr; \end{aligned} \quad (4.2.1)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_2 = & \pi \iint_{F_s} [c_4(\epsilon_{zz}^2 + \epsilon_{rr}^2 + \epsilon_{\varphi\varphi}^2) + 4c_5\epsilon_{zr}^2 + 2c_6(\epsilon_{zz}\epsilon_{rr} + \epsilon_{zz}\epsilon_{\varphi\varphi} + \epsilon_{rr}\epsilon_{\varphi\varphi})] r dz dr - \\ & - \pi \iint_{F_s} [2(\gamma - \varepsilon - \beta + \gamma_1) \Omega^2 r w + 2(\gamma - \varepsilon - \beta + \gamma_1) \Omega^2 z u] \rho r dz dr. \end{aligned} \quad (4.2.2)$$

Тут $c_1 = K + 4\mu/3$, $c_2 = \mu$, $c_3 = K - 2\mu/3$ – дійсні коефіцієнти; $c_4 = K_f + 4i\sigma\eta_s/3$, $c_5 = i\sigma\eta_s$, $c_6 = K_f - 2i\sigma\eta_s/3$ – комплексні коефіцієнти; μ , K – модулі зсуву та всебічного стиснення пружної оболонки; K_f – коефіцієнт об'ємного стиснення рідкого ядра; η_s – зсувна динамічна в'язкість рідкого ядра; i – уявна одиниця; ϵ_{ij} – компоненти тензора деформації; w , u – компоненти переміщень уздовж осей z і r відповідно; F_s – меридіональна площа перерізу Землі; $\cos \alpha = \frac{z}{R}$; $\sin \alpha = \frac{r}{R}$.

Для розв'язання системи рівнянь (3.3.1, 3.3.2), беручи до уваги твердість внутрішнього ядра та відсутність зовнішніх навантажень на поверхні Землі, застосовується метод скінчених елементів у формі переміщень, оснований на варіаційному принципі Лагранжа [54, 136], що виражає мінімум повної енергії систе-

ми, який зводиться до розв'язання системи варіаційних рівнянь (3.2.5) для пружної мантії та в'язкого рідкого ядра відповідно.

Надалі комбіноване розв'язання задачі здійснюється на основі ітераційної процедури за формулами (3.3.5 - 3.3.7).

Компоненти зворотної та прямої кругової добової нутації у фазі та проти фази визначалися за формулами (4.1.2). Відносні амплітуди зворотніх η^+/η_r^+ і прямих η^-/η_r^- кругових добових нутацій визначалися на основі підходу Сасао, Окубо, Саїто [306] з урахуванням переходу від координат руху полюса до нутаційних координат [332]:

$$\eta(\sigma) = \frac{A_r}{A_m} \frac{e\dot{\Pi}}{y(y-y_0)} \left[1 - \frac{r_c}{e} + \frac{r_c - k_c}{e} \frac{y + \Pi}{\Pi} \right] \gamma + \left[\frac{e\dot{\Pi}}{y(y+\Omega)} - \frac{k_c\Pi}{y} \right] \gamma; \quad (4.2.3)$$

$$\sigma_0 = - \frac{A}{A_m} (e_f - \beta_c)\Omega - \Omega; \quad (4.2.4)$$

$$k_c = (k_0 R_E^5 \Omega^2)/(3GA); \quad \zeta_c = (k_1 R_E^5 \Omega^2)/(3GA);$$

$$\gamma_c = (k_0^f R_f^5 \Omega^2)/(3GA_f); \quad \beta_c = (k_1^f R_f^5 \Omega^2)/(3GA_f). \quad (4.2.5)$$

Тут e , e_f – коефіцієнти динамічного стиснення Землі та рідкого ядра відповідно; A , A_m , A_f – головні моменти інерції Землі, мантії та рідкого ядра відповідно; σ_0 – частота поблизу добового резонансу рідкого ядра; R_f – радіус рідкого ядра Землі. Комплексні статичні числа Ляви 2-го порядку для Землі та в'язкого рідкого ядра k_0 і k_0^f визначались на основі описаної вище ітераційної процедури за умови: $\gamma - \varepsilon = 1$;

$\beta = 0$, виходячи з формул:

$$k_0 = \tilde{\gamma}_1(N); \quad k_0^f = \tilde{\gamma}_1(0); \quad (4.2.6)$$

де $\tilde{\gamma}_1(N)$, $\tilde{\gamma}_1(0)$ – безрозмірні комплексні релаксаційні амплітуди гравітаційного потенціалу на поверхні Землі та рідкого ядра відповідно. Комплексні динамічні числа Ляви k_1 , k_1^f визначалися подібним чином за умови: $\gamma - \varepsilon = 0$; $\beta = 1$.

Далі по формулам (4.2.5) визначались комплексні компіляційні параметри: k_c , ζ_c , γ_c , β_c . Оскільки для характерних значень в'язкості рідкого ядра уявна частина параметра β_c виявилася дуже малою величиною (на 5 порядків нижче величини e_f), то нею у виразі (4.2.4) знехтували і надалі розглядали тільки дійсну частину частоти поблизу добового резонансу рідкого ядра.

При обчисленнях у ході ітераційної процедури була задіяна десятишарова модель Землі, отримана на основі стандартної моделі PREM [214], а також закон розподілу густини Буларда [129].

Компоненти нутацій у нахиленні та довготі в фазі та протифазі визначались згідно роботі [333], з формул:

$$\begin{aligned} \varepsilon_R &= -B_R^- - B_R^+; & \Psi_R \sin \varepsilon_0 &= B_R^- - B_R^+; \\ \varepsilon_I &= B_I^- - B_I^+; & \Psi_I \sin \varepsilon_0 &= B_I^- + B_I^+. \end{aligned} \quad (4.2.10)$$

Значення зворотних і прямих кругових добових нутацій, а також нутацій у нахиленні й довготі у фазі та протифазі для основного, річного, піврічного та двотижневого членів приведені в таблиці 4.2.1. Тут розглянуто 3 варіанти: 1) виходячи з усіх даних представлених в роботі Secco [308], обрано варіант з однорідною динамічною в'язкістю рідкого ядра - 10^8 Па·с; 2) виходячи з роботи Жарова, Пасинка [53] обрано варіант, що враховує наявність 100 – кілометрового прикордонного шару поблизу твердого ядра з в'язкістю - 10^{12} Па·с, в іншій частині рідкого ядра при цьому була обрана величина в'язкості - 10^6 Па·с; 3) виходячи з роботи Smylie, Palmer [325] обрано варіант з однорідною динамічною в'язкістю рідкого ядра - 10^7 Па·с.

Таблиця 4.2.1 Зворотна та пряма кругові добові нутації, а також нутації в нахиленні й довготі у фазі та протифазі, які представлені для основного, річного, піврічного та двотижневого членів у мілісекундах дуги. Варіант (1) згідно даним роботи [308], відповідає однорідній динамічній в'язкості рідкого ядра - 10^8 Па·с. Варіант (2) згідно роботі [53], враховує наявність 100 – кілометрового прикордонного шару поблизу твердого ядра з середньою в'язкістю - 10^{12} Па·с, в іншій частині рідкого ядра при цьому обрана середня величина в'язкості - 10^6 Па·с. Варіант (3) згідно даним роботи [325], відповідає однорідній динамічній в'язкості рідкого ядра - 10^7 Па·с.

Варіанти (1), (2), (3) у фазі та протифазі						
ОСНОВНА НУТАЦІЯ						
η^+	-8021,8201	0,0223	-8021,8201	0,0037	-8021,8201	0,0108
η^-	-1181,1903	-0,0028	-1181,1903	-0,0005	-1181,1903	-0,0012
ε	9203,0104	0,0251	9203,0104	0,0042	9203,0104	0,0118
Ψ	-17196,9063	0,0490	-17196,9063	0,0080	-17196,9063	0,0215
РІЧНА НУТАЦІЯ						
η^+	-31,3005	0,0047	-31,3005	0,0008	-31,3005	0,0021
η^-	25,6561	0,0005	25,6561	0,0001	25,6561	0,0002
ε	5,6444	-0,0042	5,6444	-0,0007	5,6444	-0,0018
Ψ	143,1852	0,0131	143,1852	0,0023	143,1852	0,0057
ПІВРІЧНА НУТАЦІЯ						
η^+	-24,5802	-0,0014	-24,5802	-0,0002	-24,5802	-0,0006
η^-	-549,0812	-0,0151	-549,0812	-0,0025	-549,0812	-0,0068
ε	573,6614	-0,0137	573,6614	-0,0023	573,6614	-0,0061
Ψ	-1318,5619	-0,0415	-1318,5619	-0,0068	-1318,5619	-0,0191
ДВОТИЖНЕВА НУТАЦІЯ						
η^+	-3,6401	-0,0001	-3,6401	-0,0000	-3,6401	-0,0000
η^-	-94,0103	0,0047	-94,0103	0,0008	-94,0103	0,0021
ε	97,6504	0,0048	97,6504	0,0008	97,6504	0,0023
Ψ	-227,1849	0,0116	-227,1849	0,0020	-227,1849	0,0052

В таблиці 4.2.2 представлені числа Ляви і Шида 2-го порядку в фазі та протифазі для основних добових хвиль, які отримані на основі комбінованого методу представленого в § 3.3, виходячи з розглянутих вище варіантів в'язкого рідкого ядра Землі (1), (2) і (3).

Таблиця 4.2.2 Числа Ляви і Шида 2-го порядку у фазі та протифазі, які представлені для основних добових хвиль з урахуванням в'язкості рідкого ядра Землі. Варіант (1) відповідає однорідній динамічній в'язкості рідкого ядра - 10^8 Па·с. Варіант (2) враховує наявність 100 – кілометрового прикордонного шару поблизу твердого ядра з середньою в'язкістю - 10^{12} Па·с, в іншій частині рідкого ядра при цьому обрана середня величина в'язкості - 10^6 Па·с. Варіант (3) відповідає однорідній динамічній в'язкості рідкого ядра - 10^7 Па·с.

	Варіант 1.		Варіант 2.		Варіант 3.	
	у фазі	протифазі	у фазі	протифазі	у фазі	протифазі
Q₁						
k	0.295497	0.0000592	0.295497	0.0000098	0.295497	0.0000251
h	0.598218	0.0001168	0.598218	0.0000194	0.598218	0.0000512
l	0.0837554	0.0000036	0.0837554	0.0000006	0.0837554	0.0000015
O₁						
k	0.295093	0.000089	0.295093	0.000015	0.295093	0.000038
h	0.597420	0.000175	0.597420	0.000029	0.597420	0.000074
l	0.0837803	0.000005	0.0837803	0.000001	0.0837803	0.000002
M₁						
k	0.293900	0.000177	0.293900	0.000029	0.293900	0.000075
h	0.595064	0.000349	0.595064	0.000058	0.595064	0.000148
l	0.0838536	0.000011	0.0838536	0.000002	0.0838536	0.000005
P₁						
k	0.284098	0.000897	0.284098	0.000149	0.284098	0.000401
h	0.575715	0.001771	0.575715	0.000295	0.575715	0.000821
l	0.0844556	0.000055	0.0844556	0.000009	0.0844556	0.000024
S₁						
k	0.277294	0.00621	0.277294	0.000118	0.277294	0.000283
h	0.562282	0.002758	0.562282	0.000460	0.562282	0.001186
l	0.0848735	0.000086	0.0848735	0.000014	0.0848735	0.000036
165.545						
k	0.256157	0.002951	0.256157	0.000492	0.256157	0.001287
h	0.520556	0.005825	0.520556	0.000971	0.520556	0.002754
l	0.0861716	0.000181	0.0861716	0.000030	0.0861716	0.000078
K₁						
k	0.253455	0.003150	0.253455	0.000525	0.253455	0.001486
h	0.515221	0.006217	0.515221	0.001036	0.515221	0.002953
l	0.0863376	0.000193	0.0863376	0.000032	0.0863376	0.000089
165.565						
k	0.250363	0.003377	0.250363	0.000563	0.250363	0.001463
h	0.509117	0.006666	0.509117	0.001111	0.509117	0.002897
l	0.0865275	0.000207	0.0865275	0.000034	0.0865275	0.000089

Ψ_1						
k	0.466626	0.012530	0.466626	0.002088	0.466626	0.005988
h	0.936045	0.024736	0.936045	0.004123	0.936045	0.011986
l	0.0732452	0.000769	0.0732452	0.000128	0.0732452	0.000318
Φ_1						
k	0.324854	0.002099	0.324854	0.000350	0.324854	0.000910
h	0.656171	0.004144	0.656171	0.000691	0.656171	0.001981
l	0.0819524	0.000129	0.0819524	0.000021	0.0819524	0.000056
J_1						
k	0.299087	0.000205	0.299087	0.000034	0.299087	0.000090
h	0.605304	0.000404	0.605304	0.000067	0.605304	0.000179
l	0.0835350	0.000012	0.0835350	0.000002	0.0835350	0.000005
OO_1						
k	0.297658	0.000100	0.297658	0.000017	0.297658	0.000042
h	0.602483	0.000197	0.602483	0.000033	0.602483	0.000086
l	0.0836228	0.000006	0.0836228	0.000001	0.0836228	0.000002

Порівняння даних таблиць показує, що наявність в'язкості рідкого ядра практично не впливає на компоненти нутацій і добові числа Ляви і Шиди 2-го порядку в фазі, в той же час вона не значним чином впливає на компоненти в протифазі. Краще узгодження тут спостерігається між варіантом (2), де враховується наявність тонкого в'язкого прикордонного шару між твердим і рідким ядрами [53], і варіантом (3), де згідно з сучасними даними [325] прийнята величина однорідної динамічної в'язкості рідкого ядра - 10^7 Па·с. Отримані результати підтверджують домінуючу гіпотезу [53, 130, 306] про те що ефект в'язкого зчеплення рідкого ядра з мантією та твердим ядром є незначним у порівнянні з іншими діючими ефектами сполучення рідкого ядра з мантією та твердим ядром: зчепленням внаслідок геометричного стиснення рідкого ядра і електро-магнітним зчепленням.

§ 4.3 Вплив радіальної анізотропії мантії на компоненти збуреної нутації Землі та числа Ляви і Шида 2-го порядку

Сучасні сейсмологічні дані та дані про власні коливання Землі свідчать про наявність анізотропної структури не тільки у верхній мантії, але і в більш глибоких мантійних шарах Землі. При цьому накопичений матеріал дозволяє впорядкувати та усереднити анізотропні властивості шарів мантії в глобальних масштабах і таким чином говорити про наявність радіальної анізотропії мантії. Радіальна анізотропія або сферично трансверсальна ізотропія тіла передбачає існування такої сферичної системи координат, в якій уздовж будь-якого напрямку, дотичного до сфери, пружні властивості тіла однакові, інакше кажучи, всі площини ізотропії ортогональні радіальним напрямкам [46]. Модель PREM, Дзевонського і Андерсона [214], була першою стандартною моделлю Землі, у якій була врахована радіальна анізотропія верхньої мантії майже до 220 км у глибину. Істотним просуванням у цій області була видана у 1996 році робота [287], в якій була отримана нова стандартна модель, що враховувала радіальну анізотропію до 1000 км. у глибину, а також у нижній мантії Землі. З тих пір було виконано чимало робіт, що уточнювали структуру радіальної анізотропії мантії на основі обробки сейсмологічних даних і даних про власні коливання Землі. Заключною та узагальнюючою із цього циклу була робота Beghein, Trampert, van Heijst [191], в якій авторам удалося не тільки уточнити результати попередників, але також виявити нові області радіальної анізотропії в середній мантії Землі. У цій роботі були отримані діаграми для трьох параметрів ϕ , ξ , η , які характеризують усереднене, виражене у відсотковому відношенні відхилення від стандартної радіально симетричної моделі PREM, яке пов'язано з урахуванням радіальної анізотропії різних шарів мантії. Причому параметр ϕ - характеризує відхилення, які пов'язані зі швидкістю розповсюдження поздовжніх сейсмічних P- хвиль, параметр ξ - поперечних сейсмічних S- хвиль і, нарешті, параметр η - характеризує відхилення, які пов'язані зі швидкістю поширення розсіяних вторинних сейсмічних хвиль у напрямку кута відбиття. В результаті була отримана нова достовірна модель радіальної анізотропії в мантії Землі,

яка була співвіднесена з даними стандартної радіально симетричної моделі Землі PREM.

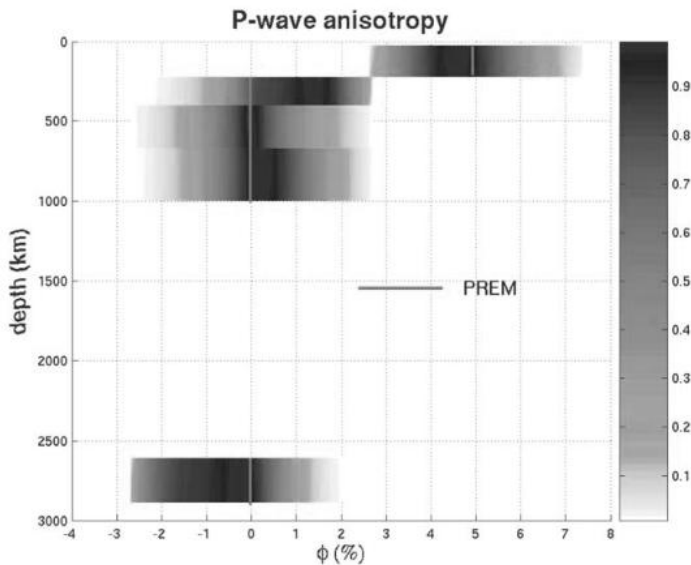


Рис. 4.3.1 Розподіл параметра ϕ (%) в літосфері та мантії Землі, який характеризує відхилення радіальної анізотропії відносно радіально симетричної моделі Землі PREM завдяки проходженню поздовжніх сейсмічних P-хвиль [191].

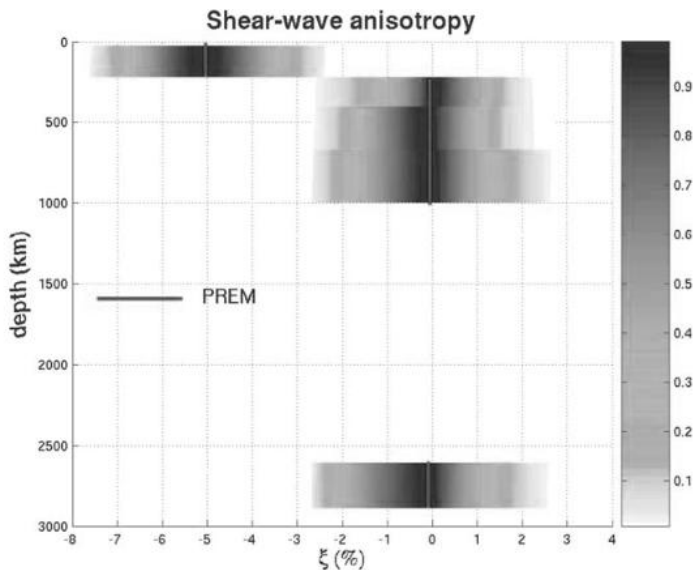


Рис. 4.3.2 Розподіл параметра ξ (%) в літосфері та мантії Землі, який характеризує відхилення радіальної анізотропії відносно радіально симетричної моделі Землі PREM завдяки проходженню поперечних сейсмічних S-хвиль [191].

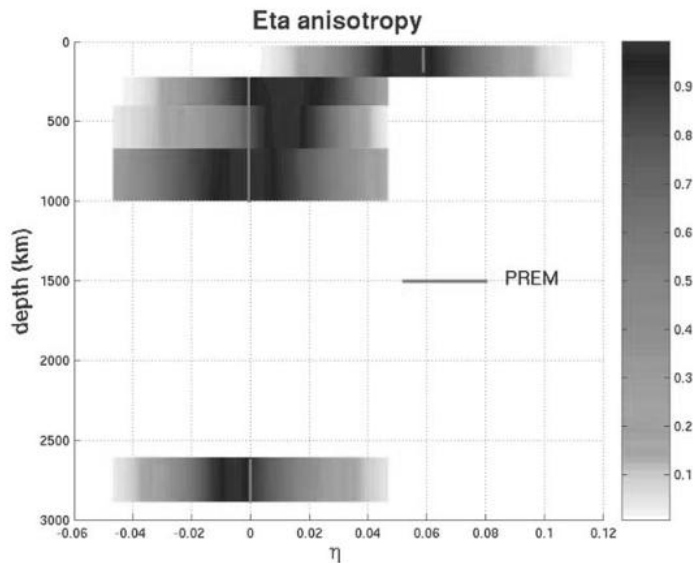


Рис. 4.3.3 Розподіл параметра η (%) в літосфері та мантії Землі, який характеризує відхилення радіальної анізотропії відносно радіально симетричної моделі Землі PREM завдяки проходженню вторинних сейсмічних хвиль [191].

Таким чином, з'явилась можливість оцінити вплив ефекту радіальної анізотропії мантії на параметри обертання Землі з урахуванням динаміки рідкого ядра. Далі на основі комбінованого методу, який докладно описаний у § 3.3, проводиться розрахунок компонентів збуреної нутації та добових чисел Ляви і Шиди 2-го порядку для обертальної самогравітуючої Землі, що складається з пружної радіально анізотропної мантії, рідкого зовнішнього ядра та твердого внутрішнього ядра, без урахування океанічного і атмосферного навантажень.

Значення зворотніх і прямих кругових добових нутацій, а також нутацій у нахиленні і довготі для основного, річного, піврічного та двотижневого членів у мілісекундах дуги приведені в таблиці 4.3.1 Тут представлені значення, які отримані комбінованим методом для обертальної самогравітуючої Землі, що складається з пружної мантії, рідкого зовнішнього ядра та твердого внутрішнього ядра, без урахування океанічного та атмосферного навантажень. Згідно даним роботи [191] було розглянуто 2 варіанти: 1) варіант найбільш вірогідного розподілу радіальної анізотропії в мантії (враховуються тільки затемнені області діаграм); 2) варіант, що враховує найбільш можливе відхилення радіальної анізотропії мантії від стандартної моделі PREM (враховуються повні області діаграм).

Для порівнянь у цій же таблиці приведені значення нутацій, отримані у рамках розглянутого методу на основі радіально симетричної моделі PREM.

Таблиця 4.3.1 Зворотна та пряма кругові добові нутації, і нутації в нахиленні та довготі, які представлені для основного, річного, піврічного і двотижневого членів у мілісекундах, для радіально симетричної моделі PREM, а також з урахуванням найбільш вірогідного розподілу радіальної анізотропії в мантиї – варіант (1) і варіант (2), що враховує найбільш можливе відхилення радіальної анізотропії мантиї від стандартної моделі PREM.

	PREM	Варіант (1)	Варіант (2)
Основна нутація			
η^+	-8021,8201	-8022,3161	-8024,8458
η^-	-1181,1903	-1181,1287	-1180,8060
ε	9203,0104	9203,4448	9205,6518
Ψ	-17196,9063	-17198,3073	-17205,4780
Річна нутація			
η^+	-31,3005	-31,1938	-30,6554
η^-	25,6561	25,6441	25,5835
ε	5,6444	5,5497	5,0719
Ψ	143,1852	142,8868	141,3810
Піврічна нутація			
η^+	-24,5802	-24,5481	-24,3865
η^-	-549,0812	-548,7532	-547,0853
ε	573,6614	573,3013	571,4718
Ψ	-1318,5619	-1317,8181	-1314,0313
Двотижнева нутація			
η^+	-3,6401	-3,6375	-3,6250
η^-	-94,0103	-93,9248	-93,4700
ε	97,6504	97,5623	97,0950
Ψ	-227,1849	-226,9765	-225,8646

Порівняння даних таблиці 4.3.1 показує, що врахування найбільш ймовірної конфігурації розподілу радіальної анізотропії в мантиї не приводить до суттєвих відхилень компонентів збуреної нутації від аналогічних даних для радіально симетричної моделі PREM. В той же час ці відхилення для окремих компонентів нутації можуть досягти декількох відсотків, якщо обрати варіант максимально можливого відхилення радіальної анізотропії в мантиї від моделі PREM.

В таблиці 4.3.2 представлені числа Ляви і Шида 2-го порядку для основних добових хвиль, які отримані на основі розглянутого комбінованого методу виходячи з моделі PREM і представлених вище варіантів (1) і (2).

Таблиця 4.3.2 Числа Ляви і Шида 2-го порядку, які представлені для основних добових хвиль для радіально симетричної моделі PREM, а також з урахуванням найбільш вірогідного розподілу радіальної анізотропії в мантиї – варіант (1) і варіант (2), що враховує найбільш можливе відхилення радіальної анізотропії мантиї від стандартної моделі PREM.

135.655	PREM	Вар. (1)	Вар. (2)	165.555	PREM	Вар. (1)	Вар. (2)
k	0.295497	0.295510	0.295575	k	0.253455	0.254159	0.257717
h	0.598218	0.598243	0.598372	h	0.515221	0.516612	0.523636
l	0.0837554	0.0837547	0.0837507	l	0.0863376	0.0862943	0.0860758
145.555				165.565			
k	0.295093	0.295112	0.295211	k	0.250363	0.251118	0.254933
h	0.597420	0.597458	0.597653	h	0.509117	0.510608	0.518139
l	0.0837803	0.0837791	0.0837730	l	0.0865275	0.0864811	0.0862468
155.655				166.554			
k	0.293900	0.293939	0.294137	k	0.466626	0.463820	0.449658
h	0.595064	0.595141	0.595532	h	0.936045	0.930507	0.902549
l	0.0838536	0.0838512	0.0838390	l	0.0732452	0.0734175	0.0742873
163.555				167.555			
k	0.284098	0.284298	0.285311	k	0.324854	0.324383	0.322009
h	0.575715	0.576110	0.578108	h	0.656171	0.655242	0.650555
l	0.0844556	0.0844432	0.0843811	l	0.0819524	0.0819813	0.0821272

164.556				175.455			
k	0.277294	0.277606	0.279184	k	0.299087	0.299041	0.298807
h	0.562282	0.562898	0.566013	h	0.605304	0.605213	0.604753
l	0.0848735	0.0848543	0.0847574	l	0.0835350	0.0835378	0.0835521
165.545				185.555			
k	0.256157	0.256817	0.260151	k	0.297658	0.297635	0.297520
h	0.520556	0.521859	0.528440	h	0.602483	0.602438	0.602212
l	0.0861716	0.0861311	0.0859263	l	0.0836228	0.0836242	0.0836312

Порівняння цих даних приводить до висновків, які були зроблені вище, що врахування найбільш імовірної конфігурації розподілу радіальної анізотропії в мантії не приводить до помітних відхилень добових чисел Ляви і Шида 2-го порядку від аналогічних даних для моделі PREM. У той же час ці відмінності для деяких добових хвиль можуть досягати декількох відсотків, якщо вибрати варіант максимально можливого відхилення радіальної анізотропії в мантії від моделі PREM. Причому, ці відхилення збільшуються по мірі наближення частот припливних добових хвиль до частоти поблиздобового резонансу рідкого ядра, так у випадку хвилі ψ_1 (166.554) вони досягають для чисел k і h приблизно 3.6 %, а для числа l - 1.4 %.

§ 4.4 Вплив горизонтальних неоднорідностей у верхній мантії Землі на числа Ляви і Шиди 2-го порядку

Про наявність горизонтальних неоднорідностей у земній корі та верхній мантії відомо вже давно. Дослідження розповсюдження поверхневих хвиль, які почалися ще у 1920 р. [23], дозволили виявити горизонтальні неоднорідності у верхній частині Землі. Достатньо глибоке сейсмологічне дослідження горизонтальних неоднорідностей у верхній мантії в районі Тібетської плити було виконано в роботі Woodward, Molnar [337]. Автори цієї роботи прийшли до висновку, що Тібетська плита є найбільш показовою по глибині та протягу горизонтальних неоднорідностей у верхній мантії. В цьому регіоні потужність континентальної літосфери приблизно вдвічі більше товщини нормальної континентальної літосфери на відстані більш ніж 2000 км. Це призводить до формування горизонтальних неоднорідностей до глибин від 250 до 300 км у верхній мантії Землі. Виникає питання, наскільки суттєво впливають подібні аномалії на глобальні деформаційні властивості Землі. Далі на основі комбінованого методу, що докладно описаний у § 3.3, буде здійснено моделювання впливу горизонтальних неоднорідностей у верхній мантії, подібних тим, які мають місце в регіоні Тибету і описані в роботі [337], на добові числа Ляви і Шиди 2-го порядку, які є інтегральними деформаційними характеристиками Землі. За початок відліку при моделюванні горизонтальних неоднорідностей у верхній мантії оберемо радіально симетричну модель Землі PREM [214]. Виходячи з висновків, представлених в роботі [337], при моделюванні будемо вважати, що потужність континентальної літосфери в районі горизонтальної аномалії досягає 280 км. В якості її горизонтальних розмірів оберемо величини 1000, 2000 и 3000 км.

Таблиця 4.4.1 Числа Ляви і Шиди 2-го порядку, які представлені для основних добових хвиль, що отримані виходячи з моделі Землі PREM, а також з урахуванням горизонтальних неоднорідностей у верхній мантії в районі Тібетської плити [337] з розмірами порядку: 1000, 2000 і 3000 км відповідно.

Q_1	PREM	1000км.	2000км.	3000км.	K_1	PREM	1000км.	2000км.	3000км.
k	0.295497	0.295563	0.295630	0.295697	k	0.253455	0.253560	0.253665	0.253770
h	0.598218	0.598284	0.598351	0.598417	h	0.515221	0.515354	0.515486	0.515619
l	0.0837554	0.0838220	0.0838885	0.0839551	l	0.0863376	0.0863957	0.0864539	0.0865120
O_1					165.565				
k	0.295093	0.295160	0.295226	0.295293	k	0.250363	0.250474	0.250585	0.250696
h	0.597420	0.597486	0.597553	0.597619	h	0.509117	0.509261	0.509405	0.509549
l	0.0837803	0.0838468	0.0839132	0.0839797	l	0.0865275	0.0865848	0.0866422	0.0866995
M_1					Ψ_1				
k	0.293900	0.293966	0.294033	0.294099	k	0.466626	0.467409	0.468192	0.468975
h	0.595064	0.595130	0.595196	0.595262	h	0.936045	0.937565	0.939086	0.940606
l	0.0838536	0.0839199	0.0839862	0.0840525	l	0.0732452	0.0732927	0.0733402	0.0733877
P_1					Φ_1				
k	0.284098	0.284167	0.284236	0.284305	k	0.324854	0.324943	0.325033	0.325122
h	0.575715	0.575783	0.575851	0.575919	h	0.656171	0.656289	0.656407	0.656525
l	0.0844556	0.0845203	0.0845851	0.0846498	l	0.0819524	0.0820218	0.0820912	0.0821606
S_1					J_1				
k	0.277294	0.277367	0.277440	0.277513	k	0.299087	0.299154	0.299222	0.299289
h	0.562282	0.562357	0.562432	0.562507	h	0.605304	0.605373	0.605441	0.605510
l	0.0848735	0.0849370	0.0850005	0.0850640	l	0.0835350	0.0836020	0.0836690	0.0837360
165.545					OO_1				
k	0.256157	0.256257	0.256357	0.256457	k	0.297658	0.297725	0.297792	0.297859
h	0.520556	0.520679	0.520802	0.520926	h	0.602483	0.602550	0.602618	0.602685
l	0.0861716	0.0862304	0.0862893	0.0863481	l	0.0836228	0.0836896	0.0837564	0.0838232

Данні таблиці показують, що максимальні відхилення, які пов'язані з урахуванням горизонтальних неоднорідностей у верхній мантії подібних тим, що мають місце в районі Тибетської плити, для числа k змінюються від 0,07% для хвиль, які віддалені по частоті від поблиздубового резонансу рідкого ядра, до 0,5% для хвилі ψ_1 , для числа h від 0,03% до 0,5%. Для числа l відхилення практично не залежать від частоти і складають приблизно 0,2%.

§ 4.5 Вплив великомасштабних неоднорідностей мантії Землі на числа Ляви і Шиди 2-го порядку

Сучасні геофізичні та сейсмологічні методи відкрили можливості для вивчення неоднорідної структури мантії Землі. Багато в чому завдяки методам сейсмічної томографії [81], що базуються на виявленні відхилень швидкостей проходження сейсмічних хвиль через земні надра відносно стандартних, сферично симетричним образом стратифікованих, моделей Землі, наприклад, моделі PREM, була отримана загальна картина структури конвективних потоків у мантії. Сейсмічна томографія дозволила одержати перші реальні картини про конвективні течії в мантії Землі. Було встановлено, що вони представляють собою різноспрямовані субгоризонтальні рухи відносно холодної і нагрітої речовини, а не тільки переміщення у вертикальній площині, як передбачалося раніше. Холодні і гарячі потоки речовини мантії утворюють складні переплетення в горизонтальній і вертикальній площинах - у вигляді ячейкових структур різного порядку [234]. Сейсмічна томографія в межах мантії повністю підтвердила основні положення тектоніки літосферних плит. Тут дійсно спостерігається занурення холодних і більш щільних океанічних плит під менш щільні континентальні плити і підйом нагрітої речовини уздовж осей рифтових океанічних і континентальних зон [187]. Була виявлена наявність великомасштабних аномальних зон у мантії з горизонтальними розмірами порядку декількох тисяч км [229, 238]. Також показана циклічність тектонічних процесів у мантії та наявність великих горизонтальних і близьких до них за формою неоднорідностей [195, 235]. Були виявлені також гігантські стовпи гарячої розуцільненої мантії розмірами в тисячі км, так звані плюми, що беруть початок з областей нижньої мантії і піднімаються в області верхньої мантії [196, 323]. Однак, незважаючи на досягнутий у цій області прогрес, в наш час іде гостра дискусія про причини виникнення великомасштабних неоднорідностей в мантії та їх подальшу еволюцію. Частина вчених схиляється до думки про те, що головною причиною виникнення конвективних потоків у мантії, а тому і великих неоднорідностей, є глобальні тектонічні цикли [187]. У процесі циклу хо-

лодні океанічні плити, що складаються головним чином з базальту та олівіну, в зонах субдукції опускаються в гарячі шари мантиї. Далі вони нагріваються і частково плавляться, створюючи величезні області розущільненої речовини в середній і нижній частинах мантиї. Ця речовина може бути потенційним джерелом мантийних плюмів, які в процесі тривалої еволюції, переносять цю речовину в райони серединних океанічних хребтів. Інша точка зору полягає в тому, що головним джерелом, яке приводить до руху конвективні потоки в мантиї, є розущільнена речовина, що виникає в прикордонному шарі мантиї та рідкого ядра внаслідок радіоактивного нагрівання цього шару і гравітаційної стратифікації [6, 323]. Дані сейсмічної томографії підтверджують наявність великомасштабних неоднорідностей, що складаються з розущільненої речовини, у цій частині мантиї [215]. Наявність великомасштабних неоднорідностей, які представляють собою області розущільненої речовини мантиї, призведе до перерозподілу густини в мантиї і змінюванню її пружних властивостей. Це у свою чергу повинне впливати на припливні параметри, які є своєрідними індикаторами внутрішньої будови Землі.

Нижче на основі комбінованого методу, який докладно описаний у § 3.3, буде оцінено вплив великих неоднорідних областей, розташованих у різних частинах мантиї, на глобальні деформаційні властивості Землі за допомогою добових чисел Ляви і Шиди 2-го порядку. Припускається, що Земля є обертальним самогравітуючим тілом, яке складається з неоднорідної пружної мантиї, рідкого зовнішнього і твердого внутрішнього ядер. При цьому впливи океанічного і атмосферного навантажень не враховуються.

В якості моделі розущільненої речовини мантиї обрано області речовини близької по своїм механічним властивостям до олівіну. Згідно томографічної моделі проходження сейсмічних хвиль SPRD6 [238] розглянуті випадки розташування великомасштабних неоднорідностей у прикордонному шарі D'' , а також у нижній (на глибині ~ 1600 км) і середній (на глибині ~ 800 км) частинах мантиї.

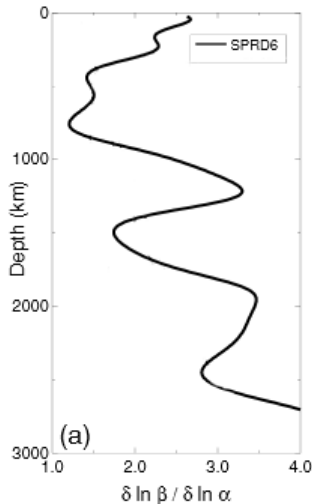


Рис. 4.5.1 Розподіл, згідно сейсмічної моделі SPRD6 [238], логарифмічного відношення швидкостей розповсюдження поперечних S-хвиль (β) до швидкостей поздовжніх P-хвиль (α) в мантії, який характеризує розташування великомасштабних неоднорідностей в мантії (великі ліві виступи кривої).

Значення чисел Ляви і Шиди 2-го порядку для основних добових припливних хвиль, які отримані на основі комбінованого методу виходячи з радіально симетричної моделі PREM, а також з урахуванням впливу великомасштабних неоднорідностей мантії, представлені в таблиці 4.5.1. Тут розглянуті варіанти, представлених вище, великомасштабних субгоризонтальних областей розуцільненої речовини мантії: 1) у прикордонному шарі D" обрано розмір неоднорідності ~ 2000 км по горизонталі і ~ 150 км по товщині шару; 2) у нижній мантії - розмір неоднорідності ~ 3000 км по горизонталі і ~ 150 км по товщині; 3) у середній мантії ~ 3000 км по горизонталі та ~ 200 км по товщині.

Таблиця 4.5.1 Числа Ляви і Шиди 2-го порядку - k, h, l , які представлені для основних добових припливних хвиль і отримані виходячи з моделі Землі "PREM", а також з урахуванням впливу субгоризонтальних великомасштабних неоднорідностей мантії – варіанти (1), (2), (3) відповідно.

Q ₁	PREM	Вар. (1)	Вар. (2)	Вар. (3)	K ₁	PREM	Вар. (1)	Вар. (2)	Вар. (3)
k	0.295497	0.285119	0.318120	0.305150	k	0.253455	0.243942	0.286767	0.265760
h	0.598218	0.603665	0.566194	0.586251	h	0.515221	0.513245	0.482895	0.505166
l	0.083755	0.084941	0.080882	0.082847	l	0.086338	0.086870	0.082353	0.085495
O ₁					165.565				
k	0.295093	0.284723	0.317819	0.304771	k	0.250363	0.240916	0.284463	0.262865
h	0.597420	0.602795	0.565393	0.585471	h	0.509117	0.506601	0.476774	0.499208
l	0.083780	0.084959	0.080896	0.082873	l	0.086527	0.087012	0.082462	0.085689
M ₁					Ψ ₁				
k	0.293900	0.283553	0.316928	0.303652	k	0.466626	0.453380	0.446227	0.466103
h	0.595064	0.600227	0.563027	0.583167	h	0.936045	0.973153	0.906549	0.917569
l	0.083854	0.085014	0.080938	0.082948	l	0.073245	0.077058	0.074868	0.072029
P ₁					Φ ₁				
k	0.284098	0.273948	0.309615	0.294464	k	0.324854	0.313908	0.340041	0.332690
h	0.575715	0.579135	0.543597	0.564254	h	0.656171	0.666884	0.624433	0.642942
l	0.084456	0.085465	0.081281	0.083565	l	0.081952	0.083592	0.079853	0.080996
S ₁					J ₁				
k	0.277294	0.267282	0.304539	0.288088	k	0.299087	0.288638	0.320799	0.308516
h	0.562282	0.564498	0.530112	0.551128	h	0.605304	0.611392	0.573312	0.593180
l	0.084873	0.085776	0.081519	0.083994	l	0.083535	0.084776	0.080756	0.082621
165.545					OO ₁				
k	0.256157	0.246587	0.288781	0.268290	k	0.297658	0.297635	0.297520	0.256817
h	0.520556	0.519053	0.488246	0.510374	h	0.602483	0.602438	0.602212	0.521859
l	0.086172	0.086746	0.082259	0.085325	l	0.083623	0.084842	0.080806	0.082711

Результати моделювання показують, що найбільші відхилення добових чисел Ляви і Шиди 2-го порядку відносно відповідних значень моделі PREM характерні для великомасштабної неоднорідності, розташованої в нижній мантії (на глибині ~ 1600 км). Ця неоднорідність з горизонтальними розмірами порядку 3000 км і розмірами по товщині порядку 150 км призводить до максимальних відхилень чисел Ляви k до 7 %, чисел Ляви h до 5 % і чисел Шиди l до 3 %. У той же час, більша по розмірах неоднорідність (3000 км по горизонталі і 200 км по товщині), яка розташована у середній мантії (на глибині ~ 800 км) приводить до максимальних відхилень чисел Ляви k до 3 %, чисел Ляви h до 2 % і чисел Шиди l до 1 %. Тобто, як можна бачити до менших відхилень. Неоднорідність мантії з горизонтальними розмірами порядку 2000 км і розмірами по товщині порядку 150 км, яка розташована в прикордонному шарі D'' призводить до максимальних від-

хилень чисел Ляви k до 3 %, чисел Ляви h до 4 % і чисел Шиди l до 5 %. Звернемо увагу на те, що для всіх розглянутих вище неоднорідностей, відхилення чисел Ляви і Шиди відносно аналогічних даних отриманих згідно моделі PREM корелюють з частотами добових припливних хвиль. У той же час ці відхилення мають складний нелінійний характер. Така нелінійність можливо пов'язана з нелінійністю розглянутої системи, що складається з неоднорідної пружної мантії, рідкого зовнішнього ядра і внутрішнього твердого ядра. Слід зазначити, що отримані результати мають наближений характер, оскільки в силу невизначеності властивостей великомасштабних неоднорідностей у різних частинах мантії, при моделюванні були використані одні і ті ж механічні властивості олівінів, характерних для астеносфери Землі. На основі проведеного дослідження можна зробити висновок, що великомасштабні неоднорідності мантії помітно впливають на глобальні деформаційні властивості Землі, які характеризуються добовими числами Ляви і Шиди 2-го порядку і цей вплив може досягати декількох відсотків.

Розділ 5. Дослідження сучасних геотектонічних процесів

У даному розділі на основі представленої варіаційної скінчено-елементної методики розв'язані нові задачі про сучасні геотектонічні процеси. Визначено особливості сучасних вертикальних рухів локальних соляних і несоляних структур ДДЗ; відмітні особливості сучасного напружено-деформованого стану в осадовому чохлі локальних структур ДДЗ. Визначений вплив сучасних розломно-блокових рухів ДДЗ на гравітаційне поле. Визначені особливості сучасних горизонтальних рухів ДДЗ.

§ 5.1 Сучасні рухи локальних несоляних структур ДДЗ

У наш час актуальним питанням для нафтогазорозвідки є моніторинг сучасних рухів земної поверхні в місцях імовірного залягання вуглеводнів, з наступним аналізом отриманих даних на предмет виявлення пасток вуглеводневої сировини. У зв'язку з цим, інтерес представляє моделювання сучасних рухів в околицях деяких локальних несоляних структур, характерних для ДДЗ. Найбільш повна генетична класифікація зазначених структур була виконана В. М. Смелянським [155] і Б. П. Кабишевим [60].

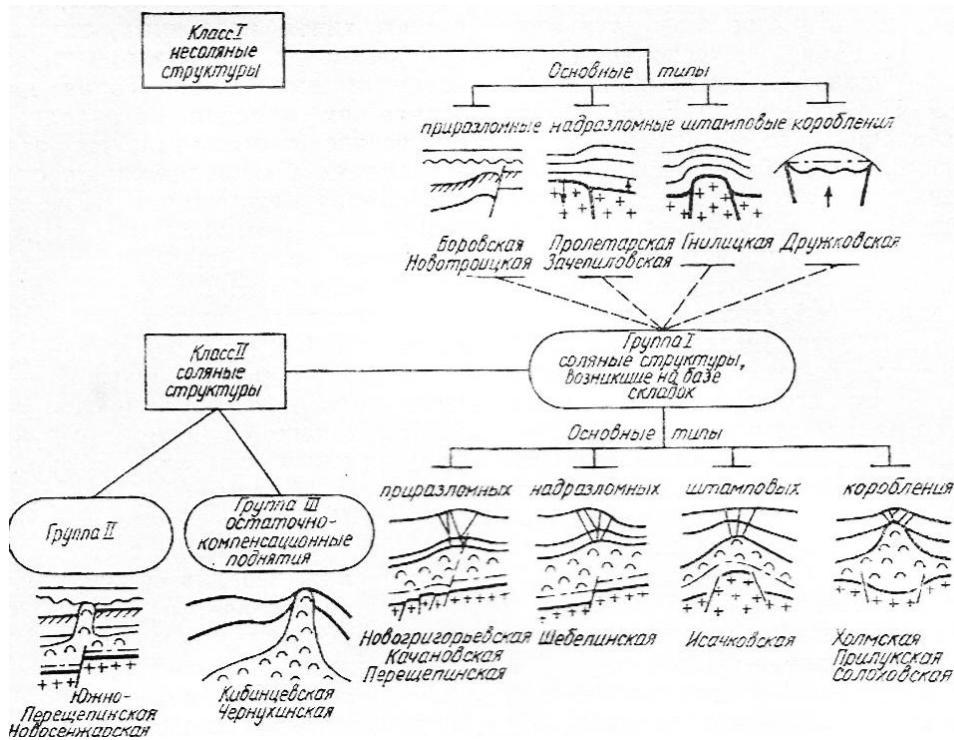


Рис. 5.1.1 Генетична класифікація локальних структур ДДЗ згідно Кабишеву Б. П. [60].

Комплексний аналіз морфології структур по всім осадо накопичувальним поверхам, відносини їх до регіональних розломів, історії формування по сучасним даним тектонофізики дозволили на якісному рівні виявити природу сил, які привели до виникнення локальних структур, і на цій основі класифікувати їх по генетичному принципу [28, 60, 155]. У даній класифікації локальні структури діляться на два класи: несоляні та соляні. Зокрема, несоляні структури діляться на чотири типи:

- 1) Прирозломні структури (Боровська, Новотроїцька) розташовуються в опущених крилах великих скидань. Вони утворюються за умови, коли розривне порушення фундаменту на стадії прогинання регіону безпосередньо проникає в осадовий чохол і приводить до формування в ньому скидання.
- 2) Надрозломні структури (Пролетарська, Зачепиловська) утворюються в умовах, коли розривне порушення фундаменту на стадії прогинання регіону не проникло в осадовий чохол, а рухи уздовж його привели до виникнення в осадовому чохлі флексури з опущеним убік осі западини крилом.
- 3) Штампові структури (Гнилицька, Рогозинська, Кошелєвська, Смоляжська) утворюються в осадовому чохлі безпосередньо над локальними виступами фундаменту, який піднімається. Вони, як правило, розвинені на бортах западини та у грабені.
- 4) Структури короблення (Дружковська) утворюються під дією сил тангенційного стиску порід, які мають регіональний характер.

Безумовний інтерес представляє можливість кількісного описання сучасних рухів розглянутих вище локальних структур з урахуванням діючих механізмів розвитку та властивими даному регіону особливостями будови осадового басейну.

Припустимо, що розміри розглянутих шаруватих фрагментів осадового чохла при рухах фундаменту, розбитого на блоки як вертикальними, так і похилими розломами багато менше розмірів цих блоків. Внаслідок цього деформація відповідного фрагменту може розглядатися, як плоска. Новітня тектонічна епоха у всій геологічній історії ДДЗ є найбільш пасивною [28], таким чином, на нинішньому

етапі, змінювання напружено-деформованого стану в цьому регіоні є досить повільним встановленим процесом. У зв'язку з цим фактом, а також нехтуючи анізотропією, яка пов'язана з тріщинуватістю порід, для описання реологічної поведінки осадового чохла, скористаємося ізотропною в'язкопружною моделлю Кельвіна-Фойта (див. § 1.5, 3.4). У цьому випадку, загальна постановка задачі в системі відліку, що жорстко пов'язана з близькими тектонічними мегаблоками, описується рівняннями (3.4.1 - 3.4.5).

Приймаючи характерну циклічну частоту встановленого геотектонічного процесу за ω , складемо функціонал Лагранжа, що виражає повну енергію розглянутого об'єкта [54, 136], у нерухомій декартовій системі координат у виді (3.4.6).

Для розв'язання системи рівнянь (3.4.1 - 3.4.5), застосовується метод скінченних елементів у формі переміщень, оснований на варіаційному принципі Лагранжа [54, 136], що виражає мінімум повної енергії системи, і зводиться до розв'язання варіаційного рівняння (3.4.7).

В якості об'єктів дослідження були обрані характерні для ДДЗ фрагменти несолевмісних осадових порід, які мають в'язкопружні властивості [2, 28]. Так для моделювання сучасних рухів надрозломних, штампових і структур короблення був обраний наступний склад осадових порід: від 0 до 2000 м – глини; від 2000 до 2050 м - пористе середовище (розглядаємо м'яке насичене пористе середовище з реологічними властивостями лінійно-в'язкої рідини); від 2050 до 3000 м - піщаники; від 3000 до 3050 м - ще один шар пористого середовища; від 3050 до 4000 м - піщаники; від 4000 до 4020 м - пористе середовище; від 4020 до 5000 м - піщаники; від 5000 до 8000 м - вапняки; від 8000 до 9000 м - мармур; від 9000 до 10000 м - гнейс. Для моделювання прирозломних структур: від 0 до 2000 м - глини; від 2000 до 2020 м - пористе середовище; від 2020 до 2100 м - піщаники; від 2100 до 2120 м - пористе середовище; від 2120 до 2200 м - піщаники; від 2200 до 2220 м - пористе середовище; від 2220 до 2800 м - піщаники; від 2800 до 2820 м - пористе середовище; від 2820 до 3000 м - піщаники. Керуючись даними робіт [45, 50, 167], для в'язкопружних глин, піщаників, вапняків, мармурів, гнейсів виберемо насту-

пні осереднені механічні характеристики: густина: 2300, 2400, 2500, 2650, 2700 (кг/м³); модуль Юнга: 3.0, 3.5, 7.0, 6.0, 5.0 ($\cdot 10^{10}$ Па); коефіцієнт Пуассона: 0.10, 0.25, 0.275, 0.25, 0.2; динамічна в'язкість: 10^7 ; 1.4, 2.56, 5.0, 4.5 ($\cdot 10^{20}$) Па·с. Для лінійно-в'язкого пористого середовища: густина – 1350 кг/м³; модуль всебічного стиску – $0.2 \cdot 10^{10}$ Па; динамічна в'язкість - 10^6 Па·с.

При моделюванні сучасних рухів у природних зонах обрані симетричні фрагменти розмірами 6 км у довжину і 3 км в глибину, в яких прилегла до осі симетрії, горизонтальна ділянка підосви довжиною в 3 км випробовує характерне занурення зі швидкістю 1 см/рік під кутами 30° і 45° до горизонталі відповідно. При моделюванні рухів надрозломних і штампових структур були взяті симетричні фрагменти розмірами 30 на 10 км, у яких симетрично прилегла ділянка кристалічної підосви, довжиною 10 км випробовує занурення зі швидкістю 1 см/рік під кутами 30° і 45° до горизонталі і відповідно штампіві підняття вертикально вгору, а також під кутом 60° до горизонталі з такою же швидкістю. При моделюванні сучасних рухів структур короблення обраний симетричний фрагмент розміром 30 на 10 км горизонтального стиснення прилеглої ділянки кристалічної підосви довжиною 10 км зі швидкістю 1 см/рік.

Нижче на рисунках представлені поверхневі діаграми залежності вертикальної складової швидкості сучасних рухів, розглянутих локальних структур з урахуванням сили тяжіння. Так на рис. 5.1.2 представлені, описані вище, сучасні рухи природних структур. На рис. 5.1.3 - рухи надрозломних структур. На рис. 5.1.4 - рухи штампових структур. На рис. 5.1.5 представлений сучасний рух у зоні структури короблення.

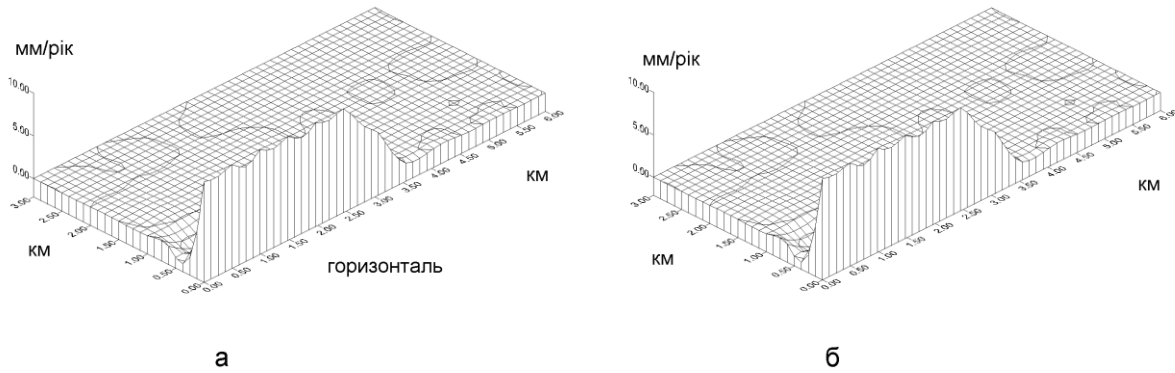


Рис. 5.1.2 а, б Сучасний рух прирозломних структур ДДЗ при зануренні підосви кристалічного фундаменту довжиною 3 км зі швидкістю 1 см/рік під кутами до горизонту: а) 30° ; б) 45° .

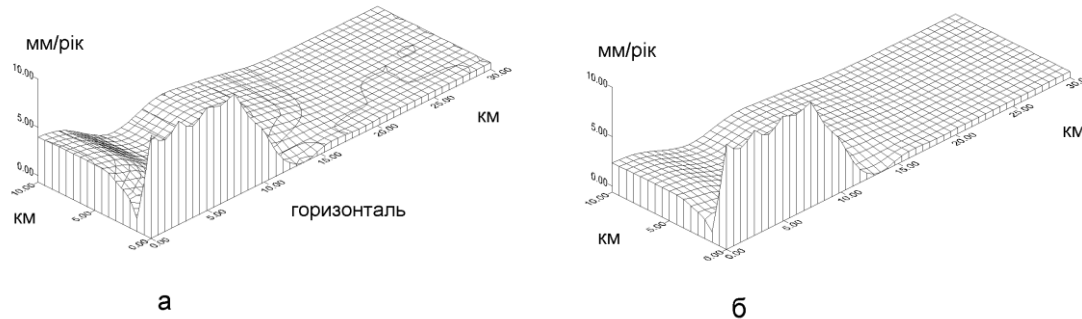


Рис. 5.1.3 а, б Сучасний рух надрозломних структур ДДЗ при зануренні підосви кристалічного фундаменту довжиною 10 км зі швидкістю 1 см/рік під кутами до горизонту: а) 30° ; б) 45° .

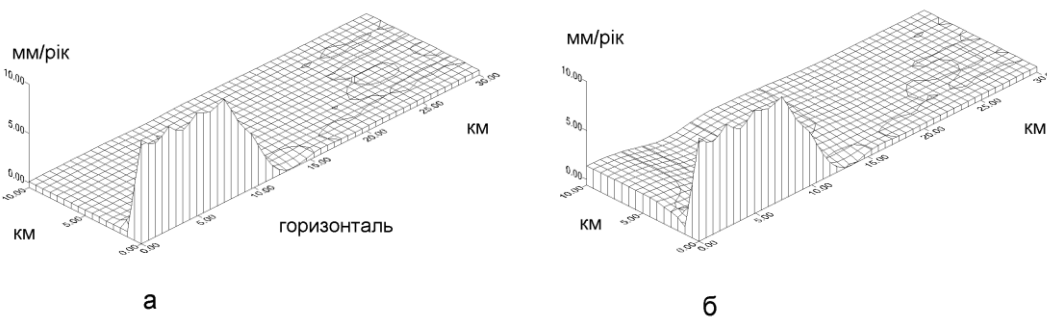


Рис. 5.1.4 а, б Сучасний рух штампових структур ДДЗ при підняттях підосви кристалічного фундаменту довжиною 10 км зі швидкістю 1 см/рік: а) вертикально вгору; б) під кутом до горизонту 60° .

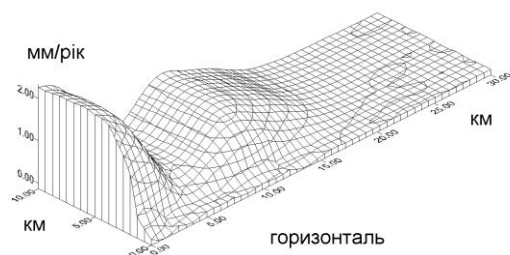


Рис. 5.1.5 Сучасний рух у зоні структури короблення ДДЗ при стисканні прилеглої підосви кристалічного фундаменту довжиною 10 км зі швидкістю 1 см/рік.

Аналіз отриманих результатів показує, що найбільш інтенсивні вертикальні сучасні рухи характерні для надрозломних структур і структур короблення, тут відповідні швидкості денної поверхні досягають величин 4 і 2 мм/рік. Аналогічні швидкості для прирозломних і штампових структур не перевищують 1 мм/рік. Разом з тим, вертикальні швидкості денної поверхні залежать від характеру пологості відповідних скидів і підняттяв, зі збільшенням пологістості росте амплітуда швидкості. Наявність шарів пористого середовища у розглянутих локальних структурах ДДЗ, приводить до незначного збільшення вертикальних швидкостей денної поверхні. Ці факти можуть бути використаними при аналізі геофізичних даних у місцях імовірного залягання вуглеводнів.

§ 5.2 Сучасні рухи локальних соляних структур ДДЗ

В наш час добре відомо, що локальні структури ДДЗ характеризуються різноманітною будовою, літологією та історією формування. Однак все це різноманіття структурних форм обумовлено проявом лише декількох головних структуро-формуєчих факторів їх генезису – вертикальними рухами блоків кристалічного фундаменту, регіональними тангенційними напруженнями та рухами, які пов'язані з соляною тектонікою [27, 28]. Оскільки морфологія, вік і генезис локальних структур осадового чохла характеризує їх нафтогазоносність. Ці характеристики локальних структур на протязі всього циклу геологорозвідувальних робіт у ДДЗ були предметами вивчення багатьох дослідників. При цьому дослідження генетичних характеристик локальних структур ДДЗ відбувалось у тісному зв'язку з конкретними потребами геологорозвідувальної практики, що відобразилось у розробках відповідних класифікацій локальних структур. Перша класифікація була представлена в роботі Косигіна Ю. О., Бланка М. І. [82]. Тут автори виділяють шість типів локальних соляних структур: з внутридевонським соляним ядром, передкам'яновугільним, передверхнепермським, передкрейдовим, передпалеогеновим і передчетвертинним. В класифікації Кітика В. І. [73] серед соляних підняттяв і куполів відмічаються криптодіапіроїдні, криптодіапірові та складки з відкритим ядром протікання. Криптодіапірові підняття підрозділялись автором на чотири підтипи у відповідності з розташуванням девонської солі біля передкам'яновугільної, передпермської, передкрейдової та передпалеогенової поверхнями неузгоджень. У класифікації Чирвинської М. В. [177] серед типів солянокупольних структур по рівню прориву виділені наступні підтипи – закриті та відкриті куполи, які враховують різницю у стратиграфічних рівнях залягання солі у зводі та на його схилах. Вороб'йов Б. С. [26] по співвідношенню структурних планів виділяв два типи локальних структур – мономорфні (однопланові) та гетероморфні (різнопланові), а також декілька видів – конформні, зсунуті, накладені, поховані структури. В якості всеохоплюючого синтезу усіх попередніх класифікацій локальних структур

ДДЗ виступають генетичні класифікації структур, які виконані в роботах Смельянского В. М. і Кабишева Б. П. [60, 155] (див. рис. 5.1.1). У даній класифікації локальні структури діляться на два класи: несоляні та соляні. Зокрема, несоляні структури діляться на чотири типи. Соляні структури ДДЗ діляться на три генетичні групи. Соляні структури I групи характеризуються тим, що весь надсольовий комплекс осадочних порід незалежно від рівня розташування девонської солі утворює навколо соляних ядер куполи або антикліналі. Вони формуються внаслідок ускладнення соляною тектонікою основних генетичних типів несоляних структур: прирозломних, надрозломних, штампових і структур короблення. Ядра соляних структур I - групи звичайно мають форму соляної подушки або масиву. Соляні структури II - групи характеризуються відсутністю в нижній частині надсольової товщі куполоподібних підняттяв навколо соляних ядер. Останні в усіх випадках мають форму соляних штоків. Соляні структури III - групи також мають форми штоків, що розташовуються між великими соляними структурами I - групи або на їх перикліналях, відокремлюючись від них компенсаційними мульдами, їх формування також пов'язане з регіональними напруженнями.

Для виявлення механізмів формування локальних соляних структур ДДЗ, їх генетичної приналежності і, як наслідок – нафтогазоносності, велике значення набувають дослідження сучасних рухів земної поверхні поблизу вказаних структур. У зв'язку з цим представляє інтерес моделювання повільних сучасних рухів земної поверхні генетичних локальних соляних структур ДДЗ, з урахуванням діючих механізмів тектогенезу та особливостями будови осадочного чохла.

Далі на основі в'язкопружної варіаційної скінчено-елементної методики, яка докладно описана у § 3.4, буде проведено моделювання сучасних рухів земної поверхні в околицях локальних соляних структур ДДЗ, I, II та III - груп. Розглянемо умовні, характерні для ДДЗ, геологічні розрізи осадочних порід, які мають в'язкопружні властивості [2, 28]. Також у розглянутих геологічних розрізах будемо припускати лише наявність соленосних утворень верхнього девону, натомість відклади солі ранньопермського віку будемо вважати відсутніми або їх товщини

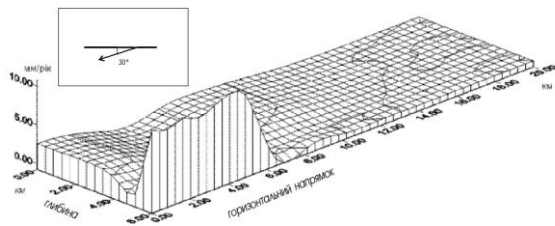
такими, що ними можна знехтувати. При моделюванні сучасних рухів соляних надрозломних, штампових структур і структур короблення I - групи розглянемо наступну вибірку осадових порід: від 0 до 2000 м - глини, алеврити; від 2000 до 3000 м - піщаники; від 3000 до 6000 м - шари кам'яної солі ; від 6000 до 7000 м - доломіти. При моделюванні соляних прирозломних структур цієї ж групи : від 0 до 2000 м. - глини, алеврити; від 2000 до 3000 м - піщаники; від 3000 до 6000 м - шари кам'яної солі. При моделюванні штокових локальних соляних структур II та III – груп оберемо розріз, який враховує форму соляного штоку: від 0 до 2000 м у верхній завуженій частині штоку – сіль, на периферіях - глини, алеврити; від 2000 до 3000 м у верхній завуженій частині штоку - сіль, на периферіях - піщаники; від 3000 до 6000 м у нижній розширеній частині штоку (соляному ядрі) – сіль, на периферіях - піщаники; від 6000 до 7000 м - доломіти. Керуючись даними робіт [45, 50, 167], для глин алевритів, піщаників, кам'яної солі, доломітів виберемо наступні осереднені механічні характеристики: густина: 2300, 2400, 2168, 2800 (кг/м³); модуль Юнга: 3.0, 3.5, 3.5, 8.0 ($\cdot 10^{10}$ Па); коефіцієнт Пуассона: 0.1, 0.25, 0.23, 0.30; динамічна в'язкість: 10^7 , $1.4 \cdot 10^{20}$, $2.7 \cdot 10^{18}$, $4.0 \cdot 10^{20}$ (Па·с).

При моделюванні сучасних рухів у локальних соляних прирозломних структурах розглянуті, симетричні відносно вертикальної осі симетрії структури, фрагменти розмірами 20 км у довжину й 6 км у глибину, у яких, прилегла до осі симетрії, горизонтальна ділянка підосви довжиною у 6 км випробовувала характерне занурення зі швидкістю 1 см у рік під кутами 30° і 45° до горизонту відповідно. При моделюванні рухів надрозломних і штампових структур розглянуті симетричні фрагменти розмірами 20 на 7 км, в яких симетрично прилегла ділянка кристалічної підосви, довжиною в 7 км у випадку надрозломних структур - випробовувала занурення зі швидкістю 1 см у рік під кутами 30° і 45° до горизонту, у випадку штампових структур - підняття вертикально вгору, а також під кутом 60° до горизонту з такою ж швидкістю. При моделюванні сучасних рухів соляних структур короблення розглянутий симетричний фрагмент розміром 20 на 7 км випробовує горизонтальне стиснення прилеглої ділянки кристалічної підосви довжиною 7 км

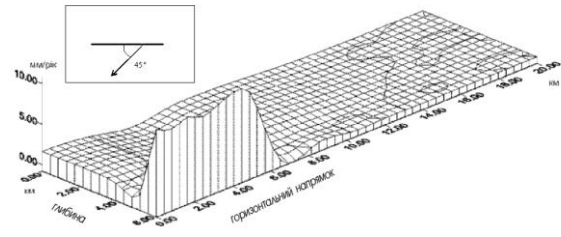
зі швидкістю 1 см у рік. При цьому, в усіх розглянутих випадках, неактивна частина горизонтальної підосви і зовнішня бокова границя симетричного фрагменту передбачалися жорстко зв'язаними з прилеглими породами, а зовнішня поверхня – вільною від навантажень.

При моделюванні сучасних рухів штокових локальних соляних структур II - групи були розглянуті симетричні фрагменти розмірами 18 на 7 км, в яких прилегла до осі симетрії горизонтальна ділянка підосви довжиною 7 км випробовувала занурення зі швидкістю 1 см у рік під кутами 30° і 45° до горизонту при тих же граничних умовах. При моделюванні сучасних рухів локальних соляних структур III - групи також розглянуті симетричні фрагменти розмірами 18 на 7 км. При цьому розглядалась пасивна підсольова підосва фрагменту та активна бокова границя, яка під дією регіональних рухів здійснювала горизонтальне стиснення соляного штоку зі швидкістю 1 мм/рік. Звернемо увагу на те, що при моделюванні сучасних рухів локальних соляних структур ДДЗ прийнята характерна швидкість руху розглянутої ділянки підосви фундаменту чохла осадових порід, яка дорівнює 1 см/рік. Ця ж характерна величина швидкості була використана у циклі робіт Григор'єва А. С., Михайлової А.В., Шахмуродової З. Е. та інших [44] при моделюванні механічної поведінки в чохлі солевмісних осадових порід Прип'ятьської западини, яка викликана рухами блоків фундаменту вздовж розломів. З іншого боку величина горизонтальних стискаючих регіональних рухів порядку 1 мм/рік, яка також використана при моделюванні, узгоджується з даними, приведеними в монографії Кукала З. [84].

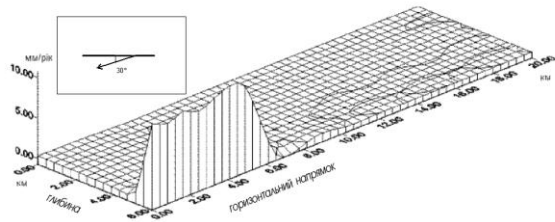
Нижче на рисунках представлені симетричні фрагменти просторового розподілу значень вертикальної складової швидкості сучасних рухів, розглянутих соляних структур, у мм/рік, з урахуванням сили тяжіння. Тут в горизонтальній площині уздовж відповідних осей - відкладені відстань від осі симетрії розглянутого фрагменту в горизонтальному напрямку та глибина в км.



а

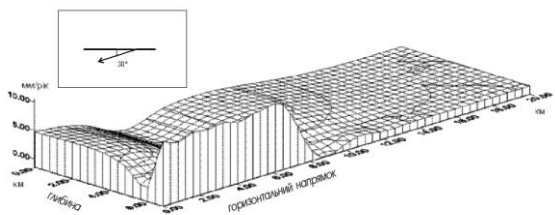


б

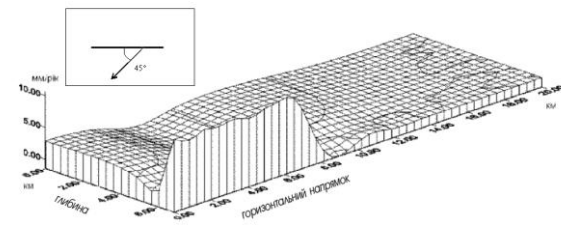


в

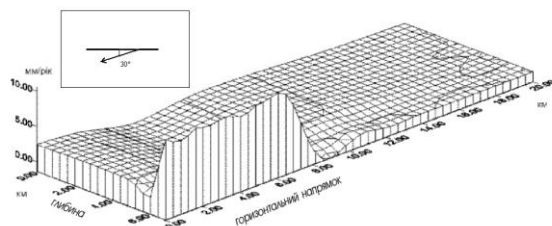
Рис. 5.2.1 а, б, в Розподіл вертикальної складової швидкості сучасних рухів при розломних локальних соляних структурах I – групи, які характеризуються тим, що весь надсольовий комплекс осадочних порід незалежно від рівня розташування девонської солі утворює навколо соляних ядер купола або антикліналі: а) випадок занурення горизонтальної ділянки підшови розглянутої структури зі швидкістю 1 см/ рік під кутом 30° до горизонту, б) під кутом 45° до горизонту, в) при заміщенні 2 км верхнього сольового шару – піщаниками ($\beta=30^\circ$).



а



б



в

Рис. 5.2.2 а, б, в Розподіл вертикальної складової швидкості сучасних рухів над-розломних локальних соляних структур I – групи: а) випадок занурення горизонтальної ділянки підшови розглянутої структури зі швидкістю 1 см/рік під кутом 30° до горизонту, б) під кутом 45° до горизонту, в) при заміщенні 2 км верхнього сольового шару – піщаниками ($\beta=30^\circ$).

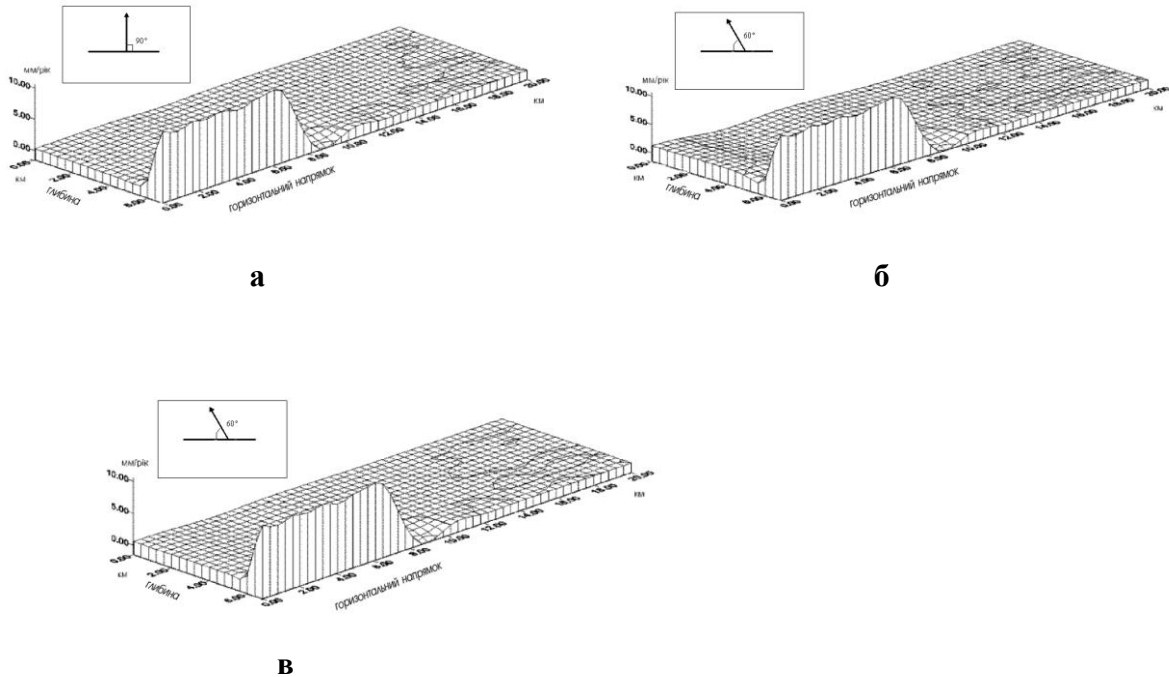


Рис. 5.2.3 а, б, в Розподіл вертикальної складової швидкості сучасних рухів штапкових локальних соляних структур I – групи: а) випадок підняття горизонтальної ділянки підшови розглянутої структури зі швидкістю 1 см/рік під кутом 90° до горизонту, б) під кутом 60° до горизонту, в) при заміщенні 2 км верхнього сольового шару – піщаниками ($\beta=60^\circ$).

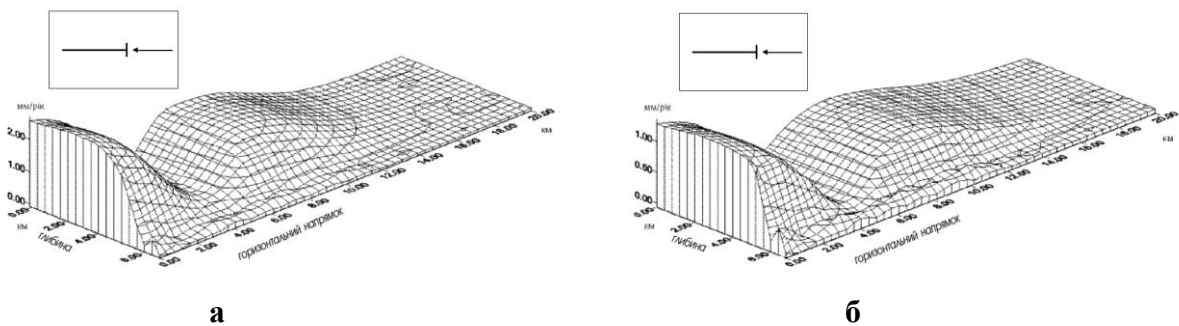


Рис. 5.2.4 а, б Розподіл вертикальної складової швидкості сучасних рухів локальних соляних структур короблення I – групи: а) випадок горизонтального стиснення горизонтальної ділянки підшови розглянутої структури зі швидкістю 1 см/рік, б) при заміщенні 2 км верхнього сольового шару – піщаниками.

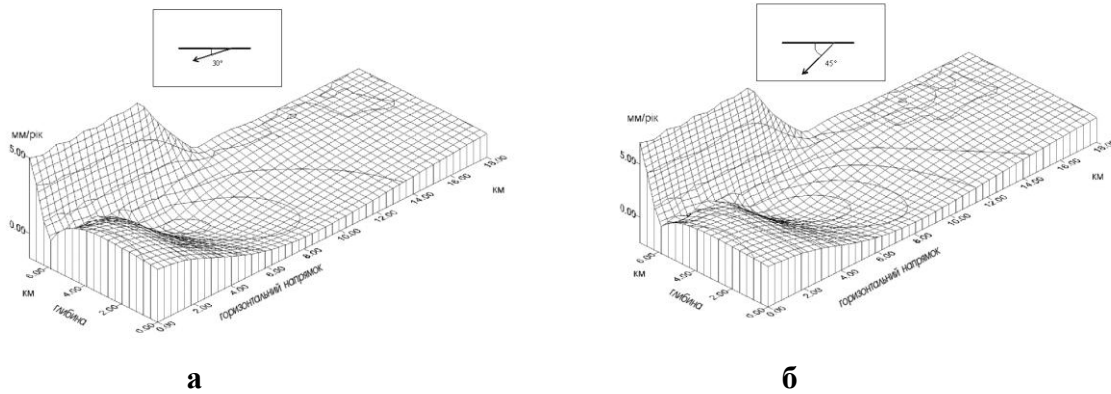


Рис. 5.2.5 а, б Розподіл вертикальної складової швидкості сучасних рухів локальних соляних структур II – групи, які мають форму соляних штоків. (радіус верхньої частини штоку – 3 км, радіус соляного ядра штоку – 9 км): а) випадок занурення горизонтальної ділянки підшви розглянутої структури зі швидкістю 1 см/рік під кутом 30° до горизонту, б) під кутом 45° до горизонту.

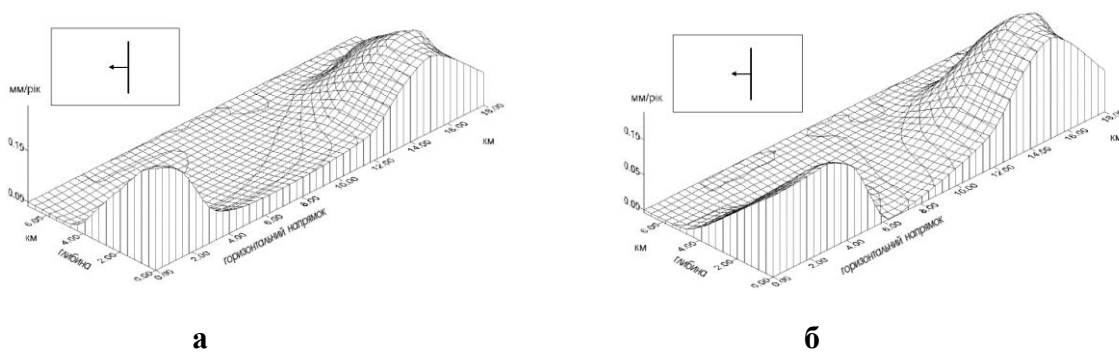


Рис. 5.2.6 а, б Розподіл вертикальної складової швидкості сучасних рухів локальних соляних структур III – групи, які мають форму штоків і ускладненні регіональними стисненнями: а) випадок регіонального стиснення розглянутої штокової соляної структури зі швидкістю 1 мм/рік (радіус верхньої частини штоку – 3 км, радіус соляного ядра штоку – 9 км), б) (радіус верхньої частини штоку – 6 км, радіус соляного ядра штоку – 12 км).

Аналіз отриманих результатів демонструє відмітні особливості динамічної поведінки усіх розглянутих вище локальних соляних структур ДДЗ. При заданій характерній швидкості руху ділянки фундаменту 1 см/рік, у випадку соляних структур I - групи, найбільш інтенсивні вертикальні рухи характерні для надрозломних соляних структур, де максимальні швидкості денної поверхні можуть досягти величин ~ 4.9 мм/рік. Потім слідують прирозломні структури та структури короблення. Тут максимальні швидкості денної поверхні можуть досягти величин

~ 2.8 та 2.5 мм/рік відповідно. Найменш інтенсивні вертикальні рухи характерні для штампових структур, їх максимальні швидкості денної поверхні не перевищують величини ~ 1.5 мм/рік. Разом з тим амплітуди вертикальної швидкості денної поверхні відповідних локальних соляних структур залежать від кутів занурення або підняття блоків кристалічного фундаменту, а також від потужності шарів у соляних подушках. Ріст положистості скидань або підняття та збільшення потужності сольових товщ приводять до інтенсифікації сучасних рухів навколо відповідних структур. У випадку надрозломних, прирозломних структур та структур короблення профіль вертикальної швидкості має хвильоподібний характер, що може приводити до формування виражених флексур з відповідно опущеними або піднятими крилами. У випадку сучасних рухів локальних соляних структур II - групи максимальна швидкість денної поверхні може сягнути величини ~2.0 мм/рік, де визначна роль також належить тектонічним рухам блоків підсольового ложа. Збільшення положистості скидання приводить до зростання інтенсивності вертикальних рухів відповідної штокової локальної соляної структури. У випадку сучасних рухів локальних соляних структур III - групи максимальна швидкість денної поверхні може досягти ~ 0.12 мм/рік. Тут важлива роль належить тангенційним регіональним рухам і потужності соляного штоку. Збільшення горизонтального стиску в регіоні буде приводити до росту інтенсивності вертикальних рухів відповідних структур. В той же час ширина соляного штоку корелює з геометричними розмірами розглянутої локальної соляної структури.

Таким чином, загальний аналіз результатів чисельного моделювання динамічної поведінки локальних соляних структур ДДЗ підтверджує існуючу точку зору про те, що сучасні вертикальні рухи усіх генетичних типів локальних соляних структур ДДЗ характеризуються своїми індивідуальними рисами, які головним чином визначаються особливостями блокових рухів підсольового ложа, тангенційними регіональними напруженнями та особливостями соляного тектогенезу. З іншого боку інтенсивність сучасних вертикальних рухів локальних соляних структур залежить від кінематики цих блокових рухів та потужності сольових товщ.

§ 5.3 Сучасний напружено-деформований стан у осадовому чохлі локальних структур ДДЗ

Відомо, що родовища нафти і газу головним чином властиві для структурно-припіднятих локальних ділянок, таких як антикліналі, соляні куполи та інші стратиграфічні неузгодження. В регіональному ж плані більшість нафтогазових родовищ розташована в осадових басейнах великих западин. Тому значна увага геологів та геофізиків [5, 16, 27, 177] приділялась вивченню локальних піднятих ДДЗ. Ці структури характеризуються неоднозначною історією розвитку та різноманітною будовою осадового чохла. Відмінність в історії формування, як несоляних так і соляних структур ДДЗ проявляються по трьом основним ознакам: часу утворення замкненої антиклінальної пастки, характеру розвитку в палеозої і проявленню процесів розформування [28]. Так найдавніші структури – це ті, які повністю сформувались у палеозої. Стародавні – приріст амплітуди яких у палеозої складав 70 – 100 %, остання частина приросту припадала на мезозой – кайнозой. Комбіновані – приріст амплітуди в котрих в палеозої складав 30 - 70 %. Молоді – в основному сформувались у мезозой – кайнозої. Розформовані структури – в пізній пермі й мезозой – кайнозої зменшили амплітуду на 30 – 90 % у порівнянні з палеозойським періодом. У плані будови осадового чохла різноманітність локальних структур ДДЗ головним чином обумовлена структуро-формуєчими факторами їх генезису: вертикальними блоковими рухами кристалічного фундаменту, тангенціальними напруженнями, особливостями соляного тектогенезу [28, 163]. Оскільки вік локальних структур, генезис осадового чохла – безпосередньо характеризують їх нафтогазоносність. Тому питання класифікації локальних структур ДДЗ розглядало багато дослідників [26, 73, 83, 177]. В наш час загальноприйнятою є генетична класифікація локальних структур ДДЗ, яка запропонована в роботах В.М. Смелянського, Б.П. Кабишева (див. рис. 5.1.1).

Традиційно пастки вуглеводнів пов'язують з стратиграфічними неузгодженнями в породах-колекторах. Дійсно, при наявності нахилів у пластах колекторних порід, краплі нафти і бульбашки газу, які насичують ці породи, будуть

просочуватися вгору через насичені водою пори пластів вздовж розділів колектор-покришка. Якщо нахил продовжуватиметься до поверхні і пласт-колектор залишається на всьому протязі проникливим, нафта і газ будуть виходити з пласту. Але, якщо існує перегін або породи-колектори з яких то причин втрачають проникливість, нафта і газ будуть накопичуватися в пастках. З іншого боку при русі нафти і газу в пластах та їх накопиченні у пастках важливу роль грають перепади напружень у пластах осадових порід. Таким чином, для кращого розуміння механізмів міграції нафти і газу викликає інтерес моделювання напружено-деформованого стану в чохлі осадових порід відповідних локальних структур ДДЗ.

Далі на основі варіаційної скінчено-елементної методики, буде проведено моделювання сучасного напружено-деформованого стану осадового чохла локальних структур ДДЗ.

В сучасний період геофізичними методами і бурінням по відкладах верхнепалеозойського структурного поверху в ДДЗ виявлено більше 500 локальних підняттяв. Більшість локальних структур орієнтовані у північно-західному напрямку, який співпадає з простиланням всього регіону ДДЗ, хоча є невелика кількість підняттяв, які розповсюджуються в інших напрямках [28]. Оскільки основна більшість локальних структур ДДЗ мають витягнуту форму, то напружено-деформований стан фрагментів поперечного розрізу осадового чохла цих структур можна розглядати, як плоский. Нехтуючи анізотропією, пов'язаною з тріщинуватістю порід, для визначення напружено-деформованого стану осадового чохла локальних структур ДДЗ, скористаємося пружно-ізотропною моделлю. У цьому випадку, загальна постановка задачі в системі відліку, яка жорстко пов'язана з тектонічним мегаблоком на якому розташована локальна структура, описується рівняннями:

$$y_{i,j} + F_i = 0; \quad (5.3.1)$$

$$y_{ij} = 2\mu e_{ij} + k\theta_{dij}; \quad (5.3.2)$$

$$\mathbf{e}_{ij} = \frac{1}{2}(\mathbf{u}_{i,j} + \mathbf{u}_{j,i}); \quad (5.3.3)$$

$$y_{ij} \mathbf{n}_j - \mathbf{f}_i = 0, \mathbf{u}_i = \mathbf{u}_i^*. \quad (5.3.4)$$

Тут (5.3.1) – рівняння рівноваги; (5.3.2) – з-н Гука для ізотропного середовища; (5.3.3) - співвідношення Коші; (5.3.4) – граничні умови I – го та II - го роду відповідно; \mathbf{u}_i – компоненти переміщень; y_{ij} – компоненти тензора напружень; \mathbf{e}_{ij} – компоненти тензора деформацій; \mathbf{F}_i – компонента об'ємної сили, яка в даному випадку співпадає з силою тяжіння; \mathbf{f}_i – поверхневі зовнішні сили; \mathbf{n}_j – одиничний вектор нормалі до поверхні; μ – модуль зсуву; k – модуль всебічного стиску; θ – дилатація; d_{ij} – символ Кронекера; (*) – позначення фіксованих величини переміщення, які задані на границі області; $(\cdot, \cdot)_j$ – позначення диференціювання компоненти тензора по змінній, яка відповідає j-му індексу. Далі складемо функціонал Лагранжа стаціонарної плоскої пружної задачі з відповідними граничними умовами, що виражає потенціальну механічну енергію об'єкту, який досліджується, у декартовій системі координат (x, y) :

$$E = \frac{1}{2} \iint_S [A_1(\mathbf{e}_{xx}^2 + \mathbf{e}_{yy}^2) + 4A_2\mathbf{e}_{xy}^2 + 2A_3\mathbf{e}_{xx}\mathbf{e}_{yy} - 2\rho g w] dx dy - \int_L (\mathbf{f}_{xn}u + \mathbf{f}_{yn}w) dl; \quad (5.3.5)$$

де $A_1 = k + 4\mu/3$, $A_2 = \mu$, $A_3 = k - 2\mu/3$; u, w – компоненти переміщень уздовж осей x і y відповідно; g – прискорення сили тяжіння; ρ – густина; i – уявна одиниця; S – площа перерізу розглянутого об'єкту; L – контур, що охоплює площу S ; dl – елемент контуру.

Для розв'язання стаціонарної плоскої пружної задачі застосовуємо метод скінчених елементів, оснований на варіаційному принципі Лагранжа, що виражає мінімум механічної енергії системи:

$$\delta E(u, w) = 0. \quad (5.3.6)$$

При моделюванні сучасного напружено-деформованого стану в розрізі осадового чохла локальних несоляних структур ДДЗ оберемо характерну для регіону [2, 28] вибірку геологічних порід: від 0 до 1000 м - глини, алеврити; від 1000 до 4000 м - піщаники; від 4000 до 5000 м - вапняки; від 5000 до 6000 м – доломіти; від

6000 до 7000 м – гранітоїди. Керуючись даними робіт [45, 167], для глин і алевритів, піщаників, вапняків, доломітів, гранітоїдів виберемо наступні осереднені механічні характеристики: модуль Юнга: 3.0, 3.5, 7.0, 8.0, 5.5 ($\cdot 10^{10}$ Па); коефіцієнт Пуассона: 0.1, 0.25, 0.275, 0.30, 0.25. При моделюванні прирозломних, надрозломних і штампових структур враховуватимемо тільки дію гравітаційних сил. При моделюванні структур короблення вважатимемо, що разом з гравітаційними силами на осадові породи діють стискаючі горизонтальні напруження з характерною величиною 20 МПа [53]. У випадку: а) прирозломних структур припустимо, що тектонічний блок шириною 4 км зсунувся вниз, викликавши при цьому просідання вапнякових порід і усіх порід, які розташовані вище; б) надрозломних структур – блок кристалічного фундаменту шириною 4 км провалився і викликав просідання доломітових, вапнякових, пісковикових порід; в) штампових структур – блок кристалічного фундаменту шириною 4 км піднявся в гору, викликавши при цьому підняття усіх розташованих вище осадових порід; г) структур короблення – стратиграфічне порушення осадових порід шириною 4 км викликане стискаючими напруженнями горизонтального напрямку. При моделюванні напружено-деформованого стану в розрізі чохла осадових порід локальних соляних структур ДДЗ припускатимемо наявність лише соляних утворень верхнього девону. І, таким чином, у попередній вибірці геологічних порід замінимо шар вапнякових порід соляними породами. При моделюванні напружено-деформованого стану в осадовому чохлі локальних соляних структур ДДЗ І-групи розглянемо подібні умови навантаження і стратиграфічного перерозподілу в чохлі осадових порід, що і для відповідних локальних несоляних структур ДДЗ. При моделюванні напружено-деформованого стану в осадовому чохлі локальних соляних структур ІІ-групи під дією гравітаційного навантаження припустимо, що блок кристалічного фундаменту шириною 4 км, який розташований під соляним штоком завширшки 2 км, опустився вниз, викликавши тим самим перерозподіл в осадовому чохлі. При моделюванні напружено-деформованого стану в осадовому чохлі локальних соляних структур ІІІ-групи будемо вважати, що разом з гравітаційним навантажен-

ням штокова соляна структура підпадає під вплив характерного для регіону горизонтального стискання величиною 20 МПа.

Нижче на рисунках представлені, симетричні відносно вертикальної осі, фрагменти напруженого стану в поперечному розрізі осадового чохла локальних структур ДДЗ, де показані поверхневі діаграми розподілу результуючого напруження (тиску) $P(P^2 = \sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2)$, яке виникає в осадовому чохлі відповідної локальної структури. По осі z - відкладені значення напруження у МПа, по осі x - віддалення від осі симетрії локальної структури у горизонтальному напрямку в км, по осі y - глибина в км.

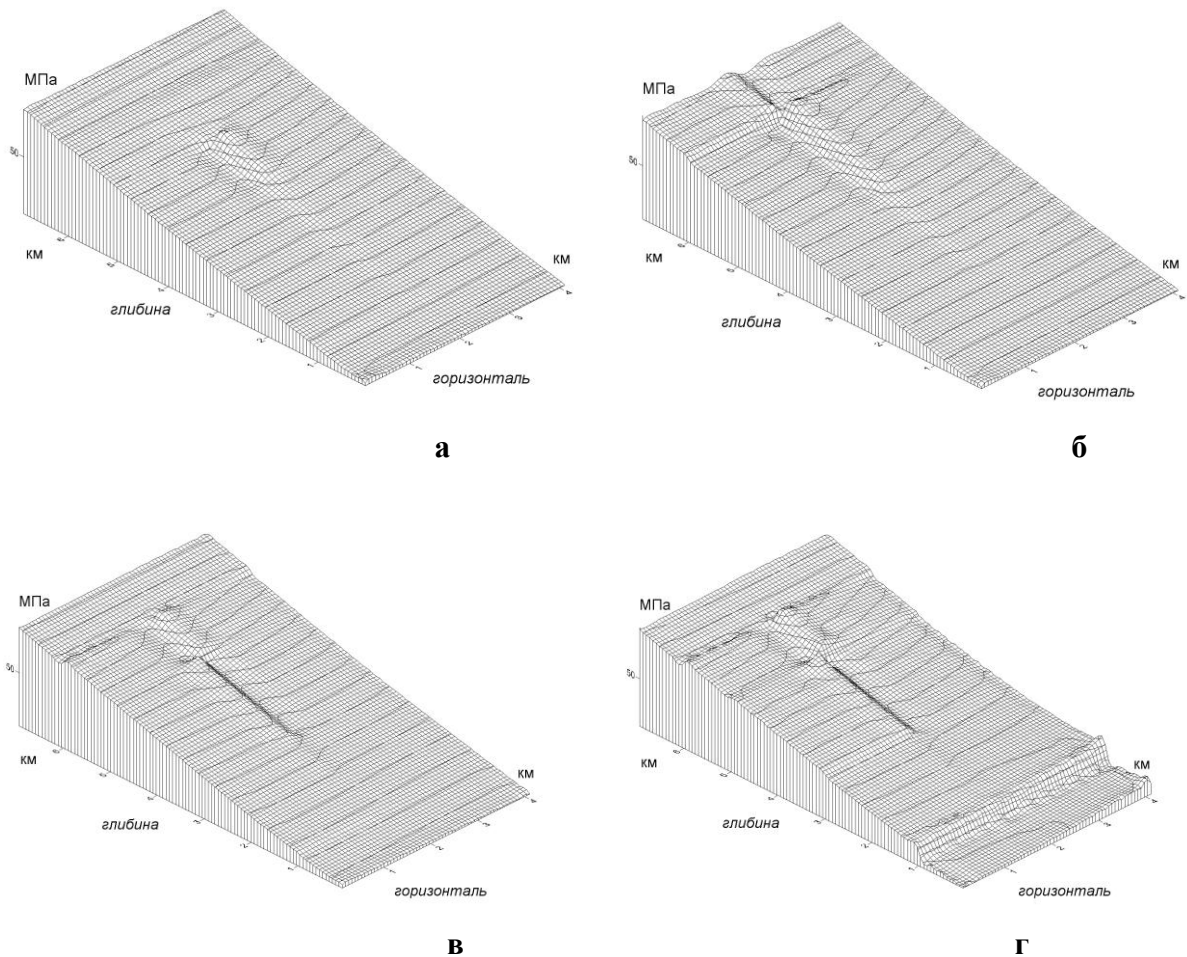


Рис. 5.3.1 а, б, в, г Розподіл результуючого напруження в осадовому чохлі локальних несоляних структур ДДЗ: а) природзломна структура, б) надрозломна структура, в) штампова структура, г) структура короблення.

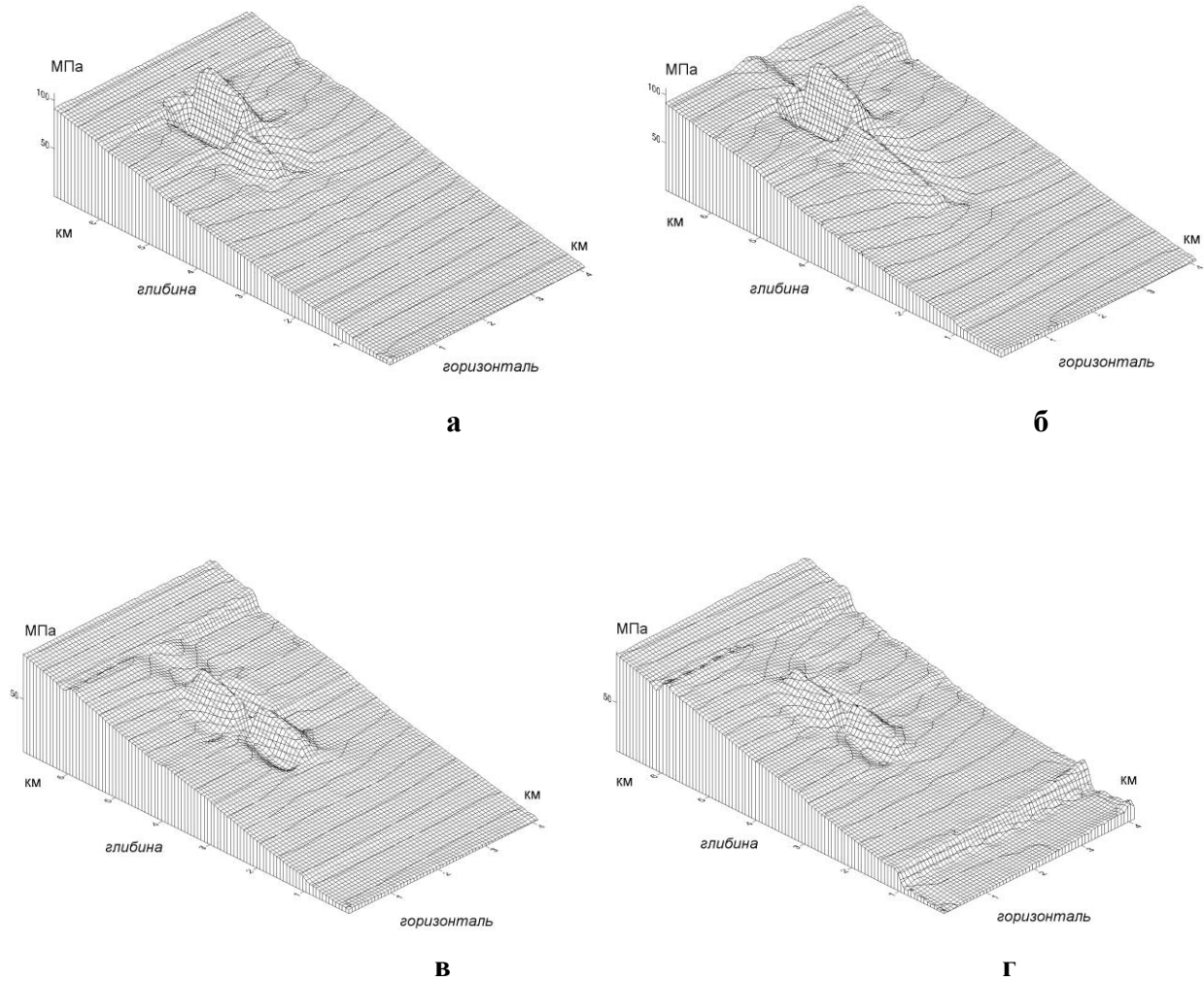


Рис. 5.3.2 а, б, в, г Розподіл результуючого напруження в осадовому чохлі локальних соляних структур ДДЗ, I – групи, які характеризуються тим, що весь над-сольовий комплекс осадочних порід незалежно від рівня розташування девонської солі утворює навколо соляних ядер куполи або антикліналі: а) природзломна структура, б) надрозломна структура, в) штампова структура, г) структура короблення.

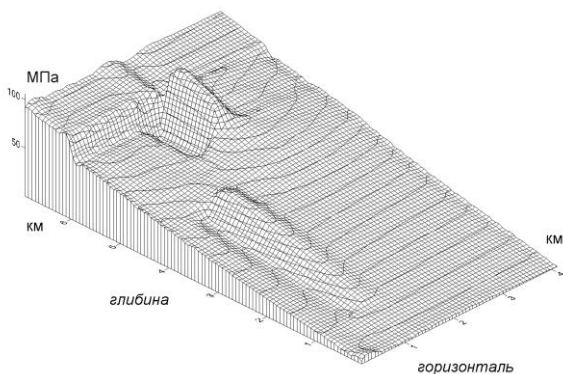


Рис. 5.3.3 Розподіл результуючого напруження в осадовому чохлі локальних соляних структур ДДЗ, II-групи, які мають форму штоків.

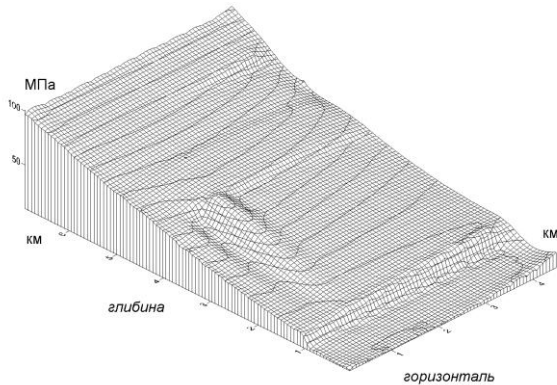


Рис. 5.3.4 Розподіл результуючого напруження в осадовому чохлі локальних соляних структур ДДЗ, III –групи, які мають форму штоків і ускладнені регіональним стисканням.

Отримані результати демонструють відмітні особливості напружено-деформованого стану в осадовому чохлі усіх розглянутих локальних структур ДДЗ. При цьому найбільші перепади напружень у чохлі осадових порід характерні для соляних локальних структур, що певно пов'язано з різкими відмінностями у густині та пружних властивостях соляних порід у порівнянні з прилеглими осадовими породами. В той же час відмітні риси напружено-деформованого стану безпосередньо пов'язані з кінематикою блокових рухів кристалічного фундаменту та наявністю стискаючих тангенціальних напружень. Так найбільші області неоднорідності напруженого стану характерні для надрозломних структур і структур короблення, найменші – для прирозломних структур. В усіх розглянутих випадках – області неоднорідності напруженого стану є наслідком стратиграфічних порушень у розподілі осадових порід. Чим довше простилання цих порушень по вертикалі, тим більші області перепаду напружень як за інтенсивністю так і за розмірами областей. Окремого розгляду заслуговують штокові соляні структури і особливо соляні структури II-групи, де області перепаду напружень в осадовому чохлі є досить помітними у порівнянні з іншими локальними структурами. Слід також звернути увагу на те, що у випадках усіх розглянутих локальних структур відсутні

області неоднорідності напруженого стану у верхньому поверхневому шарі, який складається з глини та алевритів. Це можливо пов'язано з реологічними властивостями цих порід, які приводять до швидкої релаксації неоднорідних напружень у цьому середовищі. Таким чином загальний аналіз результатів чисельного моделювання напружено-деформованого стану в осадовому чохлі локальних структур ДДЗ показує, що всі розглянуті структури відрізняються областями неоднорідності напруженого стану в осадовому чохлі, як по інтенсивності напружень так і розмірами цих областей. Відмітні особливості цих областей неоднорідності напруженого стану безпосередньо визначаються структуро-формуєчими факторами генезису локальних структур ДДЗ - вертикальними блоковими рухами кристалічного фундаменту, регіональними тангенціальними напруженнями і в значній мірі особливостями соляного тектогенезу. Важливий вплив на характеристики областей неоднорідних напружень осадового чохла певно чинить вік локальних структур. Чим давніше структури – тим більш стерті в них стратиграфічні відмінності й тим менше виражені в них області неоднорідних напружень. Стосовно видобутку вуглеводневої сировини – механізми міграції нафти і газів у колекторних породах і відповідно умови їх накопичення у пастках можливо тісно пов'язані з областями неоднорідного напруженого стану в осадовому чохлі, які можуть виконувати роль своєрідних насосів. Таким чином, чим більше області неоднорідного розподілу напружень в осадовому чохлі локальних структур, тим більш імовірно знайти тут помітні запаси вуглеводневої сировини. З цієї точки зору, перспективними є подальші дослідження впливу областей неоднорідного напруженого стану на умови накопичення нафти і газу в осадовому чохлі локальних структур і включення цієї інформації у відповідні методики добування вуглеводневої сировини.

§ 5.4 Вплив сучасних розломно-блокових рухів ДДЗ на гравітаційне поле

Як відомо, ДДЗ, яка розташована на північному сході української частини Східно-Європейської дорифейської плити, представляє собою систему глибинних розломів, котрі протягуються у субширотному напрямку з південного сходу на північний захід і утворюють полосу опущених по вказаним порушенням блоків і мікроблоків кристалічного фундаменту. За часом зародження і характером активізації в ДДЗ традиційно виділяють наступні типи дислокацій [28]: 1) дорифтові розломи архесько-протерозойського зародження; 2) рифтові пізньодевонські розломи, які протягуються вздовж осі ДДЗ і мають поперечний напрямок відносно дорифтових розломів; 3) скидові післярифтові регіональні та локальні розриви в осадовому чохлі ДДЗ. З іншої сторони, згідно сучасним геологічним і геофізичним даним [24, 40, 120], ДДЗ і особливо її південно-східна частина за останні 3-5 млн років випробовує сучасну активізацію (СА). Активізація областей ДДЗ на сучасному етапі виявляється у підвищених значеннях теплових потоків, які переносяться з мантиї у літосферу і земну кору, підняттях земної поверхні, а також появою рухів уздовж розломів кристалічного фундаменту. Ці порушення фундаменту переважно представлені скидами та насувами, частина порушень наслідують давні крупні розломи або розташовані біля них. Разом з цим велика кількість молодих порушень “оживляють” дрібні давні розломи, або прокладають нові маршрути [41]. В той же час, весь регіон ДДЗ разом з рештою української частини Східно-Європейської дорифейської плити випробовує насування з боку Північно-Кавказько-Кримського складчастого пояса в напрямку, який приблизно співпадає з напрямком простягання ДДЗ [59]. Ця геотектонічна подія також сприяє активізації розломно-блокових рухів у розглянутому регіоні ДДЗ. У свою чергу, активні розломно-блокові рухи призводять до змінювань рівня земної поверхні, які повинні супроводжуватися відповідними змінами локального гравітаційного поля. Виходячи з цього можна припустити, що моніторинг змінювань аномального гравітаційного поля міг би дозволити спостерігати динаміку сучасних тектонічних рухів у розломних зонах ДДЗ і виявляти області СА. З іншого боку, в наш час ба-

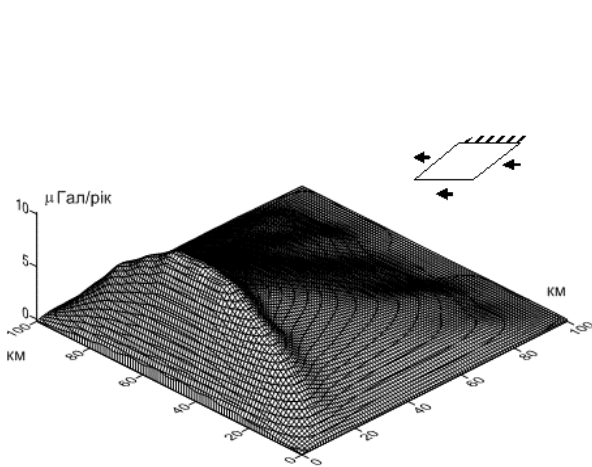
гато геологів і геофізиків пов'язують прояви нафтогазоносності в регіоні ДДЗ безпосередньо з областями СА [41, 120]. Таким чином для застосування гравітаційного моніторингу представляє інтерес моделювання змін аномального гравітаційного поля в зонах сучасних розломно-блокових тектонічних рухів ДДЗ. Далі на основі варіаційної скінчено-елементної методики для багат шарових в'язкопружних оболонок, що докладно описана у § 3.5, буде проведено таке моделювання.

У геодезії та гравіметрії добре відомим є факт тісної кореляції між вертикальними переміщеннями земної поверхні та відповідними змінами локального гравітаційного поля. В багатьох випадках між масивами таких даних може бути встановлена прямопропорційна залежність. Наприклад, добре відома теоретично визначена і широко використовувана на практиці величина редукції гравітаційного поля за рахунок вертикальних переміщень земної поверхні, викликаних тиском атмосферного стовпа рівна $0.3086 \mu\text{Гал/мм}$. У роботі [334] показано, що дія льодового навантаження приводить до виникнення прямопропорційної залежності між змінюваннями гравітаційного поля і вертикальними переміщеннями земної поверхні з коефіцієнтом пропорційності $0.15 \mu\text{Гал/мм}$. В роботі [254] було проведене теоретичне та експериментальне дослідження відношення змінювань гравітаційного поля до вертикальних переміщень земної поверхні. Було показано, що у випадку виключення глобальних переміщень мас усередині Землі і нехтуванні дією атмосферного тиску для достатньо сухих регіонів (перш за все неекваторіальних поясів) пружний перерозподіл у поверхневому шарі Землі приводить до коефіцієнту прямопропорційної залежності рівному $0.0766 \mu\text{Гал/мм}$. Справедливість цієї величини була підтверджена обробкою даних спостережень у районі пустелі Сахара, де практично були відсутні інші важливі фактори зміни гравітаційного поля: метеорологічні опади і глобальні переміщення мас усередині Землі. Регіон ДДЗ розташований у достатньо сухому з цієї точки зору кліматі, тут в наш час не спостерігаються переміщення великих внутрішніх мас. Тому для моделювання зміни локального гравітаційного поля в активних розломних зонах ДДЗ достатньо

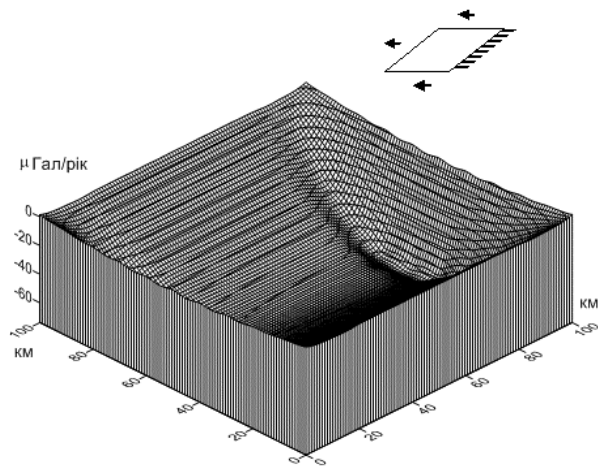
правомірно використовувати представлений вище коефіцієнт відношення зміни гравітаційного поля до вертикальних переміщень земної поверхні $0.0766 \mu\text{Гал}/\text{мм}$. Рух блоків і мікроблоків кристалічного фундаменту в зонах активних розломів ДДЗ буде призводити до деформування розташованих вище осадових порід і до відповідних вертикальних переміщень земної поверхні. Поле швидкостей відповідних вертикальних переміщень земної поверхні у свою чергу визначатиметься на основі варіаційної скінчено-елементної методики, розробленої для багат шарових в'язкопружних оболонок (див. § 3.5). Далі розглянемо механічну поведінку тришарового в'язкопружного півпростору, який складається з осадових геологічних порід, під впливом рухомих блоків та мікроблоків кристалічного фундаменту. Виходячи з даних робіт [2, 28, 86], виберемо середній характерний для ДДЗ, літологічний склад осадових порід. Припустимо, що верхній шар товщиною 2 км складається з глинистих порід, середній шар товщиною 6 км – піщаників, нижній шар товщиною 2 км – вапнякових порід. На основі даних робіт [45, 167] задамо для глинистих, піщаникових і вапнякових порід відповідні механічні властивості: густина: 2300; 2400; 2500 ($\text{кг}/\text{м}^3$); модуль Юнга: 3.0; 3.5; 7.0 ($\cdot 10^{10}$ Па); коефіцієнт Пуассона: 0.10; 0.25; 0.275; динамічна в'язкість: 10^7 ; $1.4 \cdot 10^{20}$; $2.56 \cdot 10^{20}$ (Па·с). Для визначення механічної поведінки розглянутого в'язкопружного півпростору осадових порід скористаємось варіаційною скінчено-елементною методикою для багат шарових в'язкопружних ортотропних оболонок, яка описана в § 3.5.

При моделюванні змінювань аномального гравітаційного поля в околах сучасних розломно-блокових рухів ДДЗ будемо розглядати умовні ділянки земної поверхні з розмірами, які корелюють з середньою шириною ДДЗ, а тому оберемо лінійні розміри ділянки 100 на 100 км. Як було вказано раніше, рух блоків і мікроблоків кристалічного фундаменту під цими ділянками буде приводити до деформування осадових порід і відповідних вертикальних переміщень земної поверхні, які у свою чергу спричинять зміни аномального гравітаційного поля. Розглянемо випадки горизонтальних та вертикальних розломно-блокових рухів кристалічного фундаменту, які можуть мати місце в областях СА ДДЗ. Припустимо, що в біль-

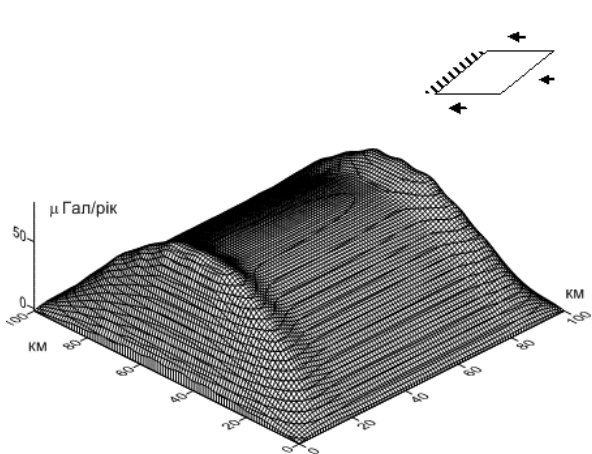
шості випадків напрямки цих рухів корелюють з напрямками рифтових і дорифтових розломів ДДЗ. В якості швидкостей сучасних розломно-блокових рухів ДДЗ оберемо величину, характерну для регіонів Дніпровсько-Донецького рифта [45], рівну 1 см/рік. На рис. 5.4.1 а-д представлені поверхневі діаграми, що визначають розподіли швидкостей змінювання аномального гравітаційного поля в околах блокових горизонтальних рухів кристалічного фундаменту (лінійні розміри блоків порядку ~ 100 км). На рис. 5.4.2 а-е представлені швидкості змін аномального гравітаційного поля в околах вертикальних рухів мікроблоків кристалічного фундаменту (лінійні розміри мікроблоків порядку ~ 20 км).



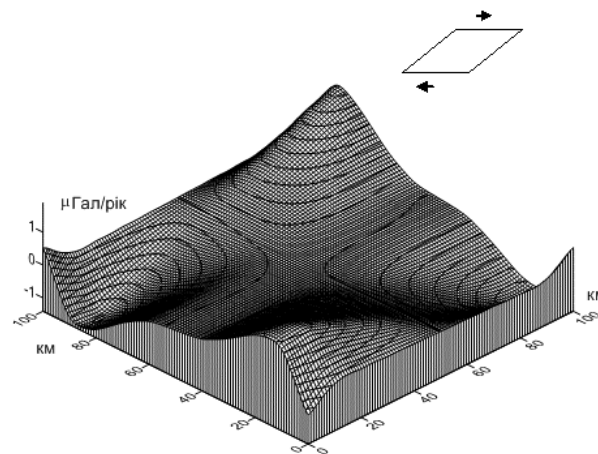
а



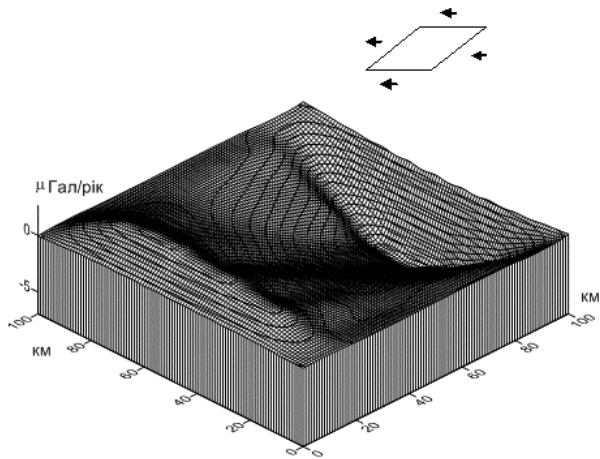
б



в

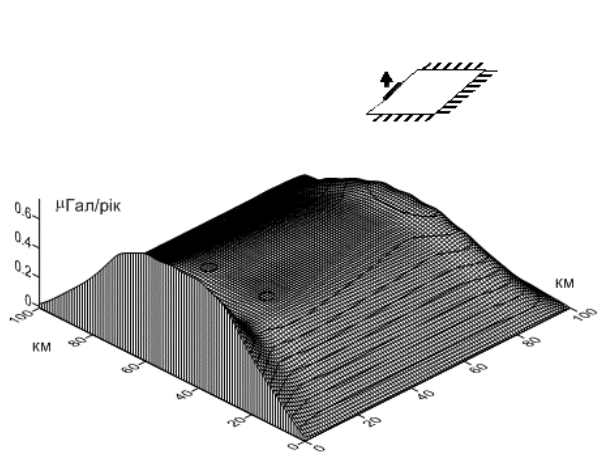


г

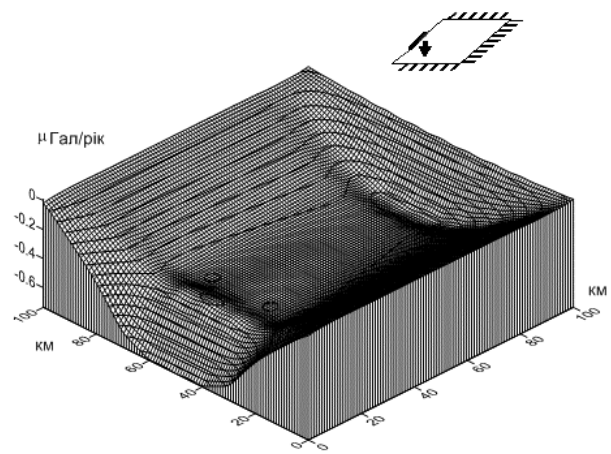


д

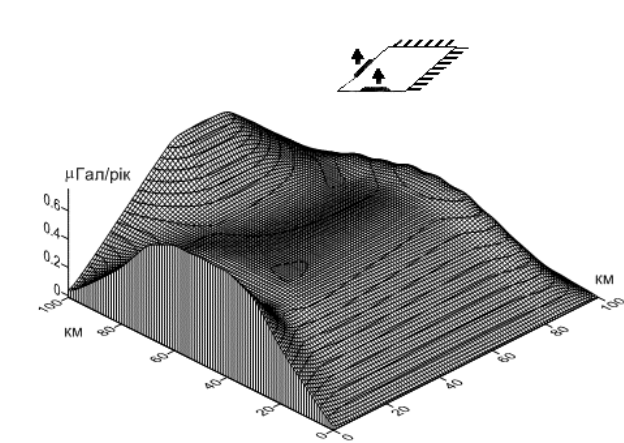
Рис. 5.4.1 а, б, в, г, д Розподіли швидкостей змінювання аномального гравітаційного поля в околах сучасних розломно-блокових горизонтальних рухів кристалічного фундаменту ДДЗ: (а) борт блоку паралельний до руху є жорстко закріпленим, решта бортів здійснюють однонапрямлений рух; (б) – випадок скиду; (в) – випадок насуву; (г) супротивний рух протилежних бортів блоку; (д) однонапрямлений рух усіх бортів блоку.



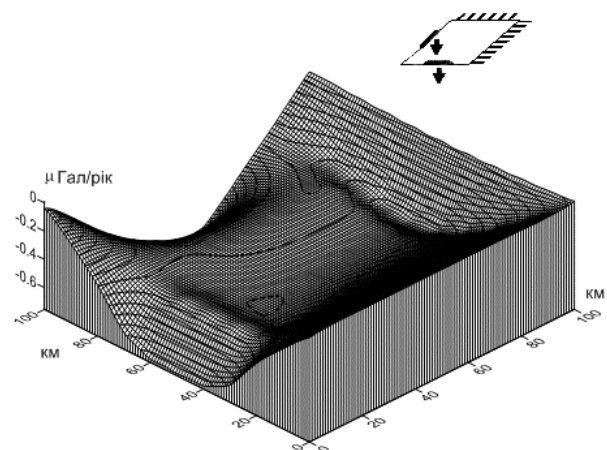
а



б



в



г

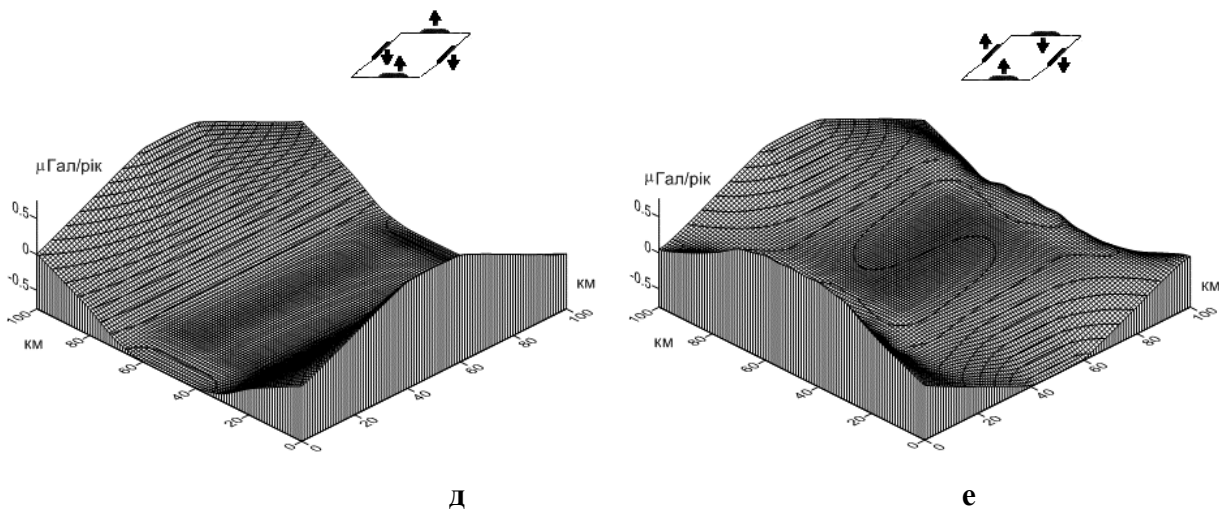


Рис. 5.4.2 а, б, в, г, д, е Розподіли швидкостей змінювання аномального гравітаційного поля в околах сучасних вертикальних рухів мікроблоків кристалічного фундаменту ДДЗ, які розташовані на серединах сторін нерухомих блоків: (а) мікроблок рухається вгору; (б) мікроблок рухається вниз; (в) мікроблоки, розташовані на суміжних сторонах блоку, рухаються вгору; (г) мікроблоки, розташовані на суміжних сторонах блоку, рухаються вниз; (д) пара мікроблоків, розташована на протилежних сторонах блоку, рухається вгору, інша пара – вниз; (е) пара мікроблоків, розташована на суміжних сторонах блоку, рухається вгору, інша пара – вниз.

Аналіз отриманих результатів демонструє відмітні особливості у поведінці локального гравітаційного поля в околах сучасних розломно-блокових рухів кристалічного фундаменту в регіоні ДДЗ. При цьому найбільш інтенсивні змінювання аномального гравітаційного поля характерні для субгоризонтальних розломно-блокових рухів кристалічного фундаменту. Так для обраної, характерної для регіону ДДЗ, швидкості розломно-блокових рухів ~ 1 см/рік, у випадку скидів і насувів амплітуда швидкості змінювань аномального гравітаційного поля досягає величини ~ 60 μ Гал/рік. У випадку, коли один борт тектонічного блоку має жорстке закріплення з навколишніми блоками, а протилежний борт рухається по простя-

ганню розлому, швидкість змінювання аномального гравітаційного поля досягає ~ 10 μ Гал/рік. У випадку однонапрявленого руху всіх бортів блоку – максимальна швидкість змінювання аномального гравітаційного поля ~ 5 μ Гал/рік. У випадку супротивного руху протилежних бортів блоку - максимальна швидкість змінювання аномального гравітаційного поля не перевищує ~ 5 μ Гал/рік. При вертикальних рухах мікроблоків кристалічного фундаменту швидкість змінювань аномального гравітаційного поля суттєво менше у порівнянні з горизонтальними розломно-блоковими рухами. Так для характерної швидкості вертикальних рухів мікроблоків ~ 1 см/рік, швидкість змінювання аномального гравітаційного поля в усіх розглянутих випадках не перевищує величини ~ 1 μ Гал/рік. В той же час розподіли швидкості змінювань аномального гравітаційного поля в околах вертикальних рухів мікроблоків залежать від їх конфігурацій розташування і напрямків рухів. Таким чином загальний аналіз результатів моделювання змін аномального гравітаційного поля під впливом сучасних розломно-блокових тектонічних рухів у регіоні ДДЗ показує, що найбільш інтенсивні змінювання гравітаційного поля характерні для горизонтальних розломно-блокових рухів, особливо скидів і насувів. При вертикальних рухах мікроблоків кристалічного фундаменту – змінювання аномального гравітаційного поля значно менші. Таким чином можна зробити висновок, що у випадку реальних сучасних рухів по активним розломам, які є комбінаціями, як горизонтальних рухів блоків так і вертикальних рухів мікроблоків кристалічного фундаменту домінуючий вплив на аномальне гравітаційне поле будуть здійснювати субгоризонтальні розломно-блокові рухи кристалічного фундаменту. В той же час загальна картина розподілу швидкостей змінювання аномального гравітаційного поля в областях СА буде залежати, як від кінематики рухів активних блоків і мікроблоків так і від їх взаємного розташування. Можна також зробити висновок про те, що виявлений ступінь кореляції між розломно-блоковими рухами кристалічного фундаменту і відповідними змінами аномального гравітаційного поля дозволяє проводити гравітаційний моніторинг в областях СА ДДЗ з метою виявлення місць накопичення вуглеводневої сировини.

§ 5.5 Сучасні горизонтальні рухи ДДЗ

ДДЗ розташована на українській частині Східно-Європейської континентальної плити. На стратиграфічному рівні ДДЗ представляє собою систему зближених різноспрямованих субвертикальних глибинних розломів, які простягаються в субширотному напрямку з південного сходу на північний захід і утворюють смугу опущених по зазначених порушеннях тектонічних блоків кристалічного фундаменту. Зона ДДЗ простягається майже на 700 км, при цьому її ширина змінюється від 100 до 150 км. ДДЗ розділяє Український щит (УЩ) і Воронежський кристалічний масив (ВКМ). На північному заході ДДЗ граничить з Прип'ятським прогином (ПП), на південному сході з Донецьким складчастим спорудженням (ДСС). ДДЗ має багату геологічну історію, пов'язану з її рифтовим утворенням у герцинський період і подальшою еволюцією в умовах тектонічної обстановки, що корелювалась з режимом розвитку палеоокеанів (Палеоуральського, Палеотетіса, Тетіса та інших), що розміщувалися по периметру Східно-Європейської дорифейської континентальної плити [59]. У новітній період історії, ДДЗ разом з іншою українською частиною Східно-Європейської континентальної плити випробовує насування з боку Північно-Кавказько-Кримського складчастого поясу - релікта Палеотетіса [59]. У свою чергу сучасна тектоніка всього Східно-Середземноморського регіону від Північної Африки і Аравійського півострова на півдні, до південного схилу Східно-Європейської континентальної плити на півночі, включаючи Північно-Кавказько-Кримський складчастий пояс, визначається колізією Аравійської та Африканської плит з Євразійською плитою [213]. Глобальний аналіз даних про рух літосферних плит [284] показує, що відносно Євразійської плити Аравійська плита рухається в північно-західному напрямку зі швидкістю близько 18~25 мм/рік. Африканська плита рухається відносно Євразійської плити на північ зі швидкістю приблизно ~10 мм/рік, що викликає лівостороннє зрушення уздовж зони розломів Мертвого моря. Просування Аравійської плити на північ приводить до формування гірського спорудження Загросу в Ірані та ви-

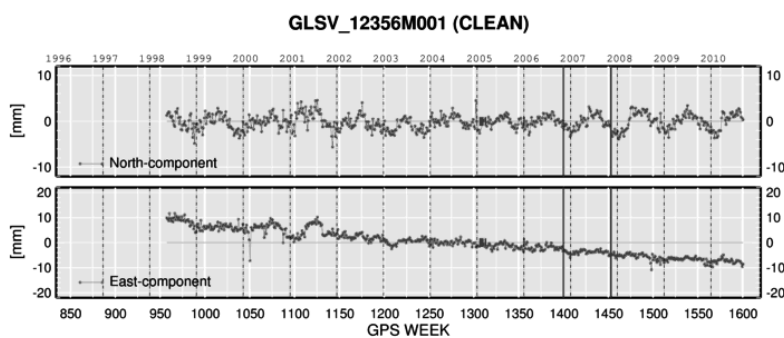
сокогірних плато Східної Туреччини, а також до росту гірських споруджень Малою та Великого Кавказу.

Сучасні методи космічної геодезії дозволяють оперативно одержувати високоточні дані про переміщення земної поверхні. Визначення координат за допомогою глобальної позиційної системи GPS забезпечує міліметрову точність положень і надійні оцінки швидкостей переміщень пунктів прийому супутникових сигналів. Така точність дозволяє досліджувати сучасні тектонічні рухи та відповідні процеси деформування у верхній літосфері в різних регіонах нашої планети [189, 217, 247, 284, 298]. Важливу інформацію, зокрема, несуть дані про сучасні горизонтальні рухи земної кори. Дійсно, ці дані важливі не тільки з чисто наукової точки зору, оскільки відображають процеси регіональної тектонічної активності на даному етапі розвитку, а також мають важливе народногосподарське значення, наприклад, для розміщення великих технічних будівель та споруджень. Далі на основі варіаційної скінчено-елементної методики для в'язкопружних багатошарових оболонок, а також з урахуванням GPS - даних про внутрішньоплитні горизонтальні рухи, буде проведено чисельне моделювання сучасних горизонтальних рухів земної кори в регіоні ДДЗ, у системі відліку ETRS89, яка жорстко зв'язана з Євразійської континентальної літосферною плитою.

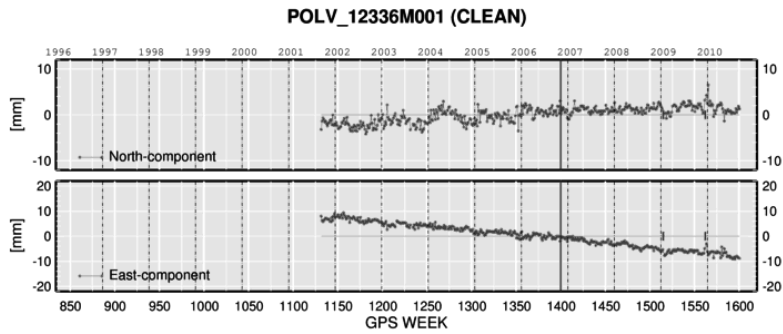
У даний час в регіоні ДДЗ діють 4 GPS-станції: у Харкові, Полтаві, Києві та Чернігові. Зазначені станції поряд з ще 6 GPS-станціями, розташованими на території України, входять до складу Європейської системи перманентної мережі Глобальних навігаційних систем (EUREF Permanent GNNS Network). Опорними вважаються такі станції, спостереження на яких виконуються не менше 5 років і дають високу точність вимірюваних положень (<1.0 см). У цей час тільки дві GPS-станції України, київська і полтавська, мають статус опорних. Служба EUREF, у свою чергу є регіональною підсистемою глобальної служби IGS (International GPS Service) [194]. Обробка даних спостережень цих станцій проводиться у відповідних локальних центрах аналізу (LAC) і центральному бюро EPN (<http://www.epncb.oma.be/center/analysis>). Служба EUREF надає користувачам че-

рез мережу INTERNET широкий набір даних для виконання багатьох досліджень. Зокрема, дані про зміну координат станцій у системі ETRS89 - Європейській земній системі відліку 1989 (European Terrestrial Reference System 1989). Вона представляє собою геоцентричну декартову геодезичну систему координат, у якій Євразійська плита як єдине ціле є нерухомою. Система ETRS89 збігалася із глобальною земною системою ITRS на епоху 1989.0 і була прив'язана до стабільної частини Євразійської плити. З 1989 року системи ETRS89 і ITRS розходяться завдяки континентальному дрейфу зі швидкістю 2.5 см за рік. Координати та карти на території Європи, які базуються на системі ETRS89 не піддаються змінюванню внаслідок континентального дрейфу. Зі способу побудови даної системи виходить, що швидкості пунктів у цієї системі представляють собою «внутрішньоплітні» швидкості регіонального або локального характеру.

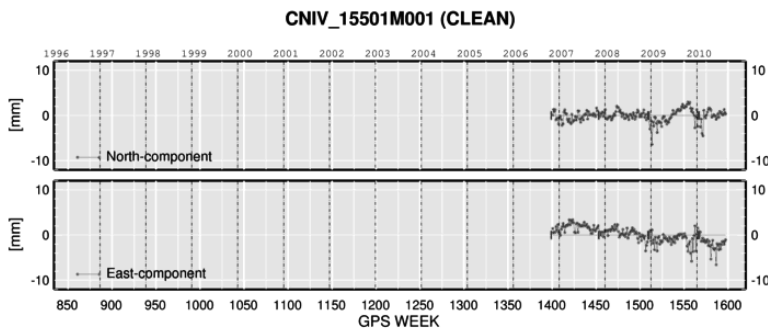
Оскільки нас цікавлять сучасні горизонтальні рухи в регіоні ДДЗ, тому необхідно вибрати інформацію про стійкі зміни горизонтальних координат відповідних GPS-станцій у системі ETRS89. Результатом повної багатоступінчатої обробки безперервних даних [42], які надходять з GPS-станцій, є згладжені часові серії змін координат у системі ETRS89. На рис. 1 а, б, в, г - приведені графіки часових змін горизонтальних координат пунктів 4-х станцій у системі ETRS89, розташованих у регіоні ДДЗ.



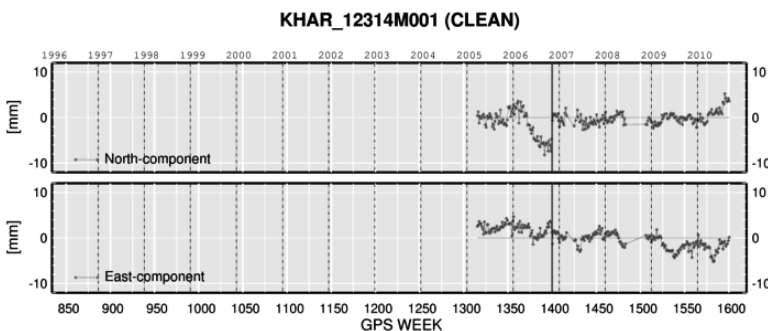
а



б



в



г

Рис. 5.5.1 а, б, в, г Часові горизонтальні змінювання координат GPS-пунктів на території ДДЗ у системі ETRS89: а) у Києві, б) Полтаві, в) Чернігові, г) Харкові.

Як видно з рисунків, у всіх випадках простежуються довгострокові тренди горизонтальних швидкостей у відповідних напрямках, що дозволяє судити про відносну стійкість розглянутих внутрішньоплитних рухів. Нижче представлені координати пунктів цих станцій та їх осереднені компоненти горизонтальних швидкостей: а) Київ : довгота (30.5°E), широта (50.4°), V_N (0.10 мм/рік), V_E (-1.31 мм/рік); б) Полтава: довгота (34.6°E), широта (49.6°), V_N (0.42 мм/рік), V_E (-1.74

мм/рік); в) Чернігів: довгота (31.5°E), широта (51.5°), V_N (0.16 мм/рік), V_E (-1.29 мм/рік); г) Харків: довгота (36.2°E), широта (50.0°), V_N (0.36 мм/рік), V_E (-0.86 мм/рік).

Базуючись на уточнених щільнісних даних геологічних розрізів земної кори, приведених в роботі [86] для профілів, що перетинають Чернігівський, Лохвицький, Полтавський та Ізюмський мегаблоки ДДЗ, побудуємо тривимірну в'язкопружну модель горизонтального внутрішньоплитного руху земної кори в регіоні ДДЗ.

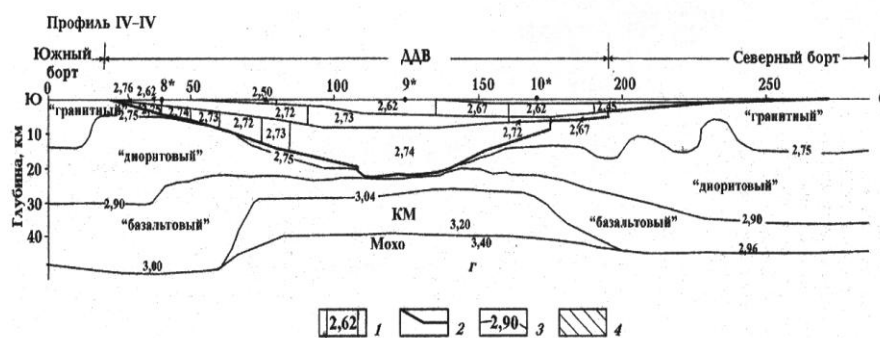
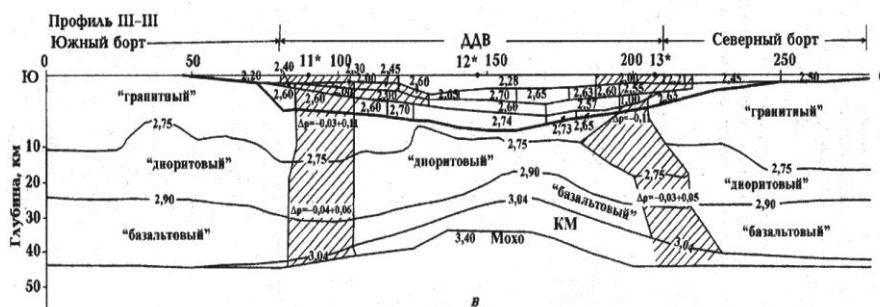
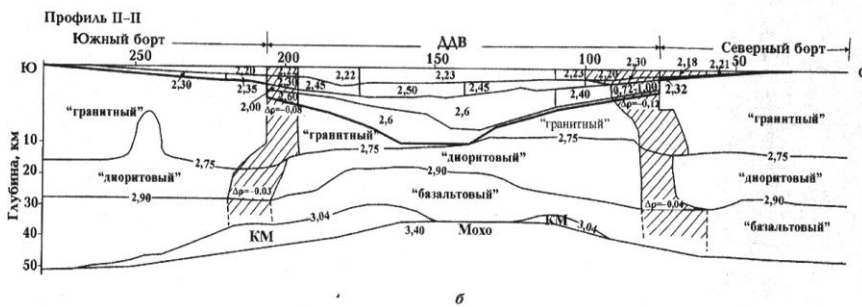
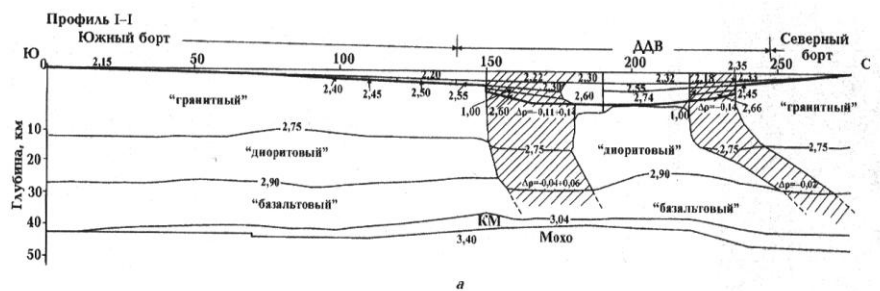


Рис. 5.5.2 а, б, в, г Уточнені розподіли щільності уздовж відповідних профілів у мегаблоках ДДЗ згідно даним роботи [85]: а) Чернігівському, б) Лохвицькому, в) Полтавському, г) Ізюмському. 1 – середні значення густини в осадових породах; 2 – підшва осадового чохла; 3 – ізолінії густини в кристалічних породах; 4 – області розущільнення.

Розглянемо тришаровий півпростір, що складається з центральної області - довжиною 640 і шириною 100 км, що відноситься безпосередньо до ДДЗ (вісь симетрії цієї області приблизно збігається з віссю симетрії ДДЗ) (див. рис. 3.6.1). З півночі та півдня до цієї області примикають дві області такої ж довжини та ширини, що представляють відповідно зони ВКМ і УЩ. В цьому і подальших випадках під “гранітним” будемо розумити умовний кислий гранітометаморфогенний шар геологічних порід з певними осередненими фізико-механічними властивостями, утворений під впливом характерних для цього шару температур і тисків. Аналогічно, під “базальтовим” – умовний основний гранулітобазитовий шар, під “діоритовим” – умовний проміжний шар геологічних порід. Припустимо, що верхній шар земної кори, області ДДЗ, товщиною 10 км складається з осадових порід, середній шар товщиною 10 км - з діоритів, нижній шар товщиною 15 км - з базальтів. Верхній шар земної кори, зони ВКМ, товщиною 15 км складається з гранітів, середній шар товщиною 22 км - з діоритів, нижній шар товщиною 8 км - з базальтів. Верхній шар земної кори, зони УЩ, товщиною 12 км складається з гранітів, середній шар товщиною 25 км - з діоритів, нижній шар товщиною 8 км - з базальтів. Керуючись даними робіт [45, 167], для осадових порід, гранітів, діоритів, базальтів виберемо наступні осереднені механічні характеристики: густина: 2500, 2650, 2800, 2950 (кг/м³); модуль Юнга: 4.0, 5.5, 6.5, 7.5 ($\cdot 10^{10}$ Па); коефіцієнт Пуассона: 0.22, 0.25, 0.25, 0.25; динамічна в'язкість: 2.0, 9.0, 9.0, 9.0 ($\cdot 10^{20}$ Па·с). Далі задамо розподіл горизонтальних швидкостей на бокових границях розглянутого півпростору таким чином, щоб розрахункове поле горизонтальних швидкостей півпростору узгоджувалось з горизонтальними швидкостями пунктів GPS – станцій, розташованих у регіоні ДДЗ.

В результаті чисельного моделювання на основі представленої вище в'язкопружної варіаційної скінчено-елементної методики, де була застосована релогічна модель Кельвіна-Фойта (див. § 3.5), з урахуванням GPS - даних про внутрішньоплитні горизонтальні рухи в системі ETRS89, було отримане стійке поле горизонтальних швидкостей земної кори в регіоні ДДЗ.

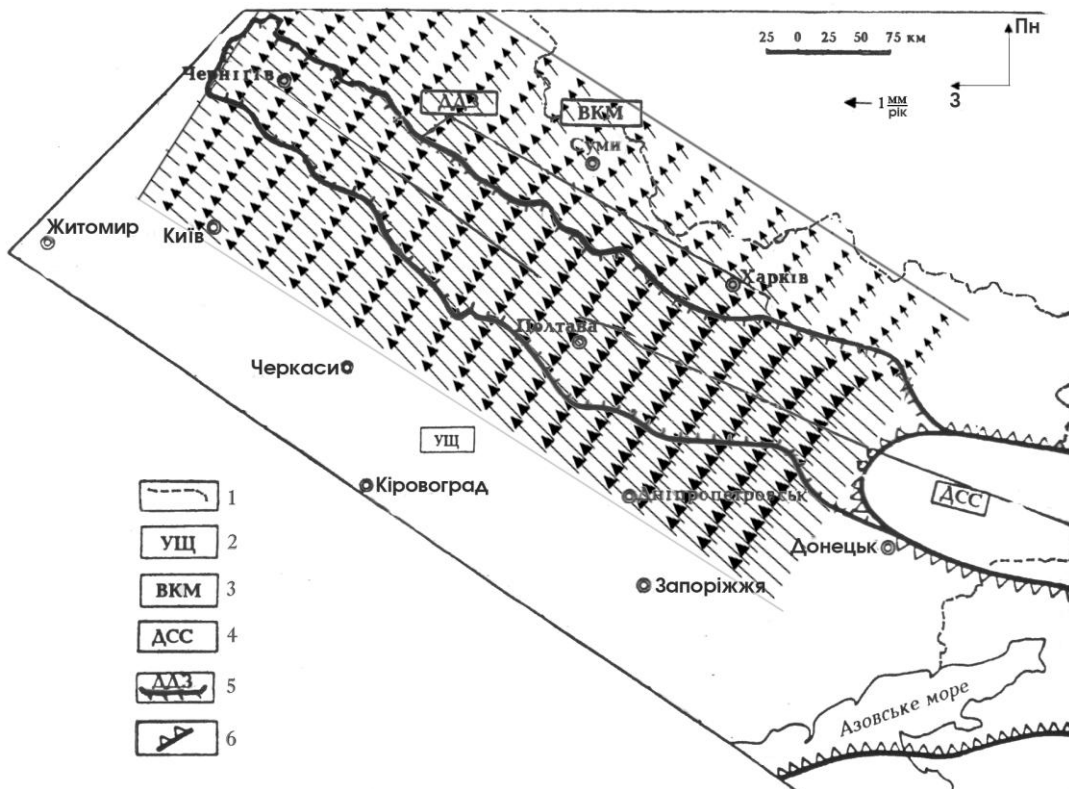


Рис. 5.5.3 Поле швидкостей сучасних горизонтальних рухів земної кори в регіоні ДДЗ, у системі відліку ETRS89, яка жорстко зв'язана з Євразійською континентальною літосферною плитою (1 – державний кордон України; 2 – Український щит; 3 – Воронежський кристалічний масив; 4 – Донецьке складчасте спорудження; 5 – Дніпровсько-Донецька западина і її границі; 6 – границі насування Північно-Кавказько-Кримського складчастого поясу на українську частину Східно-Європейської континентальної плити).

Результати моделювання показують, що для усього розглянутого регіону ДДЗ, стійкі сучасні горизонтальні рухи земної кори мають приблизно однакову спрямованість з південного сходу на північний захід. У той же час інтенсивність сучасних горизонтальних рухів у регіоні ДДЗ є неоднорідною. Найбільш інтенсивні горизонтальні рухи в регіоні характерні для південного сходу ДДЗ і прилеглої до неї частини УЩ. Тут амплітуди швидкостей досягають 3 ~ 3.5 мм/рік. По мірі

просування на північний захід інтенсивність сучасних горизонтальних рухів поступово знижується до $1 \sim 1.5$ мм/рік. Поряд із цим, у прилягаючій до ДДЗ на північному сході, частині ВКМ спостерігається різке зниження інтенсивності сучасних горизонтальних рухів до $0.5 \sim 1$ мм/рік. Загальна спрямованість сучасних горизонтальних рухів регіону ДДЗ у північно-західному напрямку, вірогідно, підтверджує той факт, що розглянутий регіон разом з іншою українською частиною Східно-Європейської континентальної плити випробовує насування з боку Північно-Кавказько-Кримського складчастого поясу. І таким чином є втягнутим у глобальний тектонічний процес, обумовлений колізією Аравійської та Африканської плит з Євразійською плитою. З іншого боку, неоднорідність поля горизонтальних швидкостей по амплітуді вказує на неоднорідну по своєму геологічному складу, розломно-блокову структуру земної кори в регіоні ДДЗ і відповідно на неоднозначність горизонтальних рухів елементів цієї структури. Зокрема помітний дисонанс сучасних горизонтальних рухів між ДДЗ і ВКМ очевидно можна пояснити суттєвою відмінністю в геологічній будові земної кори цих суміжних областей і відповідно різною стійкістю, стосовно регіональних горизонтальних рухів. Через важливість розглянутого регіону ДДЗ, як у геологічному так і промисловому відношенні до загального народногосподарського комплексу України є необхідним подальше вивчення сучасних стійких горизонтальних рухів земної кори в даному регіоні.

Розділ 6. Дослідження геотектонічних процесів регіонального масштабу

В данному розділі на основі представленої варіаційної скінчено-елементної методики розв'язані нові задачі про геотектонічні процеси регіонального масштабу. Визначені впливи субгоризонтальних геотектонічних рухів та напружень на розвиток ДДЗ. Визначено особливості геотектонічного розвитку ЗЧЗ; особливості напружено-деформованого стану та аномального гравітаційного поля у вогнищі землетрусу; особливості процесу змінювання нахилів земної поверхні у зонах активних розломів; особливості процесу середньомасштабного складкоутворення в осадовому шарі земної кори. Визначено вплив руху кристалічних блоків різного напрямку на формування регіональних геоструктур.

§ 6.1 Вплив субгоризонтальних геотектонічних рухів на розвиток ДДЗ

Накопичені в наш час знання свідчать про те, що ДДЗ на протязі свого зародження та розвитку піддавалася послідовному впливу, як розтягуючих, так і стискаючих зусиль у субгоризонтальному напрямі. Так початок активної фази магматичного рифтогенезу ДДЗ, пов'язаний із підняттям серії потужних мантійних діапирів (астенолітів) датується періодом приблизно 380 млн. років тому [29]. Зокрема, дані по осадконакопиченню [39] дозволяють зробити висновок про те, що протягом інтервалу 380 - 360 млн. років тому ДДЗ піддавалася послідовній дії трьох астенолітів [39]. Передбачається, що на першій стадії, дія астеноліта привела до короткочасного та незначного підняття кори із наступним переміщенням нижнєкорової речовини в субгоризонтальному напрямі до периферій рифтогену. Це приводило до істотного розтягування консолідованої земної кори, її утоненню і, як наслідок, опусканню блоків дорифейського фундаменту. Постгерцинська історія розвитку ДДЗ характеризується різким зниженням осадконакопичення [39], однак і в цьому періоді виділяються кімерійська активізація ДДЗ, а також сучасна активізація південного сходу ДДЗ та Донецького складчастого спорудження (ДСС), які теж зв'язують із діями мантійних діапирів [28, 39].

З іншого боку, існує немало фактів, які свідчать про те, що протягом усього свого розвитку ДДЗ випробовувала субгоризонтальні стискання. Так на протязі останніх 1650 ± 50 млн. років район Східно-Європейської континентальної плити,

до складу якої входить ДДЗ, корелювався з режимом розвитку палеоокеанів: Палеоуральського, Палеотетіса, Тетіса та інших, які розміщалися по периметру літосферної плити та маркіруються в цей час складчастими системами байкалід, каледонід, герценід і кімерідо-альпід [58, 59]. В той же час, у розрізах осадового чохла Дніпровсько-Донецького авлакогену, встановлені різноманітні структури, що фіксують стискання у широкому стратиграфічному діапазоні (від D_2 до K_z): скиди, скидо-насуви, зрушення, горст-антиклінали [59].

Таким чином, у формуванні та розвитку Дніпровсько-Донецького авлакогену брали участь як розтягуючі так і стискаючі субгоризонтальні рухи земної кори. Виникає інтерес у дослідженні впливу цих рухів на розвиток ДДЗ з механічної точки зору.

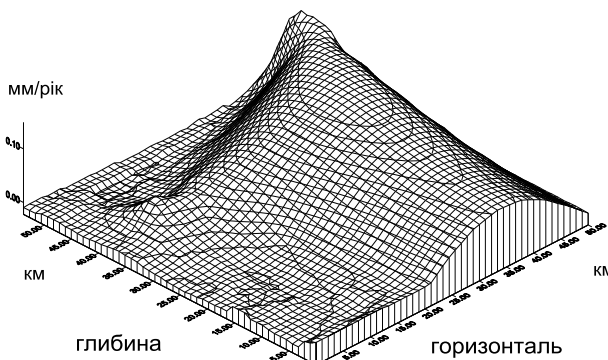
Далі на основі варіаційної скінчено-елементної методики, яка докладно описана в § 3.4, проведено моделювання повільних вертикальних рухів в околицях ДДЗ, котрі виникають під дією розтяжних горизонтальних зусиль прикладених до нижньої границі консолідованої кори, а також під дією бічних стискаючих зусиль у дорифейський та сучасний періоди геотектонічного розвитку.

При моделюванні динамічної поведінки ДДЗ під впливом субгоризонтальних рухів розглянуті три її складові частини (див. рис. 3.6.1): південно-східна (Харківський мегаблок), центральна (Полтавський мегаблок), північно-західна (Чернігівський мегаблок). Оскільки поперечні розміри, представлених мегаблоків, менше їх поздовжніх розмірів, при моделюванні їх механічну поведінку можна розглядати як плоску. Нехтуючи анізотропією, пов'язаною з тріщинуватістю порід, для описання реології, що має місце, скористаємось ізотропною в'язкопружною моделлю Кельвіна-Фойта (див. § 3.4). У цьому випадку, загальна механічна постановка задачі в системі відліку, яка жорстко пов'язана з розглянутими тектонічними мегаблоками може бути описана рівняннями (3.4.1 – 3.4.5). Приймаючи характерну циклічну частоту повільного встановленого процесу за ω , складемо функціонал Лагранжа, що виражає повну енергію об'єкту, який розглядається [54, 136], у нерухомій декартовій системі координат у вигляді (3.4.6).

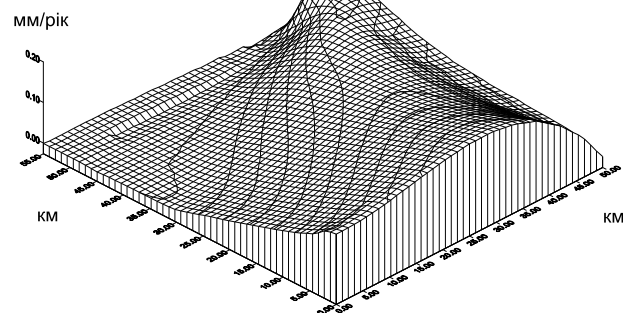
Для розв'язання системи рівнянь (3.4.1 – 3.4.5), застосовується метод скінченних елементів у формі переміщень, оснований на варіаційному принципі Лагранжа [54, 136], що виражає мінімум повної енергії системи і який зводиться до розв'язання варіаційного рівняння (3.4.7).

При моделюванні динамічної поведінки ДДЗ під дією розтягуючих та стискаючих у горизонтальному напрямку зусиль, в якості об'єктів дослідження були обрані розрізи земної кори, характерні для північно-західного (Чернігівського), центрального (Полтавського) і південно-східного (Харківського) мегаблоків ДДЗ. Для кожного мегаблока обрані характерні геологічні розподіли осадових, гранітизованих і базальтових порід [2, 28, 157]. Так для Чернігівського мегаблока, розподілення на осі авлакогену взято в співвідношенні: глини, алеврити - 2 км; піщаники - 1 км; алевроліти - 1 км; доломіти - 1 км, далі, 19 км - гранітизованих порід і 13 км - порід базальтового шару. Потім цей розподіл плавно переходить у відповідні мегаструктури УЩ і ВКМ, які в цьому місці мають приблизно однакову будову: 0,5 км - осадових порід; 44,5 км - гранітизованих порід і 10 км - порід базальтового шару. Для Полтавського мегаблоку, розподіл на осі авлакогену взято в співвідношенні: глини, алеврити - 2 км; піщаники - 4 км; алевроліти - 2 км; доломіти - 2 км; гранітоїди - 8 км; базальтоїди - 15 км. Далі цей розподіл плавно переходить у відповідні мегаструктури УЩ і ВКМ, які в даному місці мають будови подібні з аналогами Чернігівського мегаблока. Для Харківського мегаблоку, розподіл на осі авлакогена взято у співвідношенні: глини, алеврити - 2 км; піщаники - 8 км; алевроліти - 5 км; доломіти - 3 км; гранітоїди - 5 км; базальтоїди - 17 км. Потім цей розподіл плавно переходить у відповідні мегаструктури УЩ і ВКМ, котрі в розглянутому місці також мають приблизно однакові будови: 0,5 км - осадових порід; 39,5 км - гранітизованих порід і 10 км - порід базальтового шару [28, 59]. При моделюванні динамічної поведінки ДДЗ під впливом субгоризонтальних рухів у дорифейський період обрано розподіл геологічних порід, відповідний сучасним мегаструктурам УЩ і ВКМ, які знаходяться на кордоні з Полтавським та Чернігівським мегаблоками. Керуючись даними робіт [45, 50, 167], для глини і алев-

ритів, піщаників, алевролітів, доломітів, гранітоїдів, базальтоїдів виберемо наступні осереднені механічні характеристики: густина: 2300, 2400, 2450, 2800, 2650, 2950 (кг/м³); модуль Юнга: 3.0, 3.5, 3.8, 8.0, 5.5, 7.5 ($\cdot 10^{10}$ Па); коефіцієнт Пуассона: 0.1, 0.25, 0.26, 0.30, 0.25, 0.25; динамічна в'язкість: 10^7 , $1.4 \cdot 10^{20}$, $1.5 \cdot 10^{20}$, $4.0 \cdot 10^{20}$, $9.0 \cdot 10^{20}$, $9.0 \cdot 10^{20}$ (Па·с). В силу приблизно симетричної будови (відносно осі авлакогену) розглянутих мегаблоків ДДЗ [28, 59], при моделюванні обмежимо розглядом їх симетричних половин. На рисунках 6.1.1 – 6.1.3 (а, б) - представлені поверхневі діаграми залежності вертикальної складової швидкості повільних рухів Чернігівського, Полтавського і Харківського мегаблоків під впливом гравітації та субгоризонтальних рухів. Тут по осі z - відкладена вертикальна складова швидкості в мм за рік, по осі x - відстань від осі авлакогена у бік бортової зони в км, по осі y - глибина в км. Діаграми (а) - описують механічне розтягнення відповідних структур, що виникає в результаті руху нижньої границі консолідованої кори від осі авлакогена у бік периферії зі швидкістю 1мм/рік. Діаграми (б) - механічне стиснення структур, що виникає в результаті бічного руху бортів западини у бік її осі зі швидкістю 1мм/рік. На рис. 6.1.4 (а, б) - відображено механічну поведінку консолідованої кори на місці розташування ДДЗ під дією, описаних вище, субгоризонтальних рухів у дорифейський період. При моделюванні розглянутих повільних механічних рухів, величина швидкості 1мм/рік обрана умовно і не може бути прив'язана до будь-яких конкретних подій в історії розвитку ДДЗ.



а



б

Рис. 6.11 Моделі повільних вертикальних рухів під впливом розтягуючих зі швидкістю 1 мм/рік (а) та стискаючих зі швидкістю 1 мм/рік (б) - горизонтальних зусиль у північно-західному (Чернігівському) мегаблоці ДДЗ.

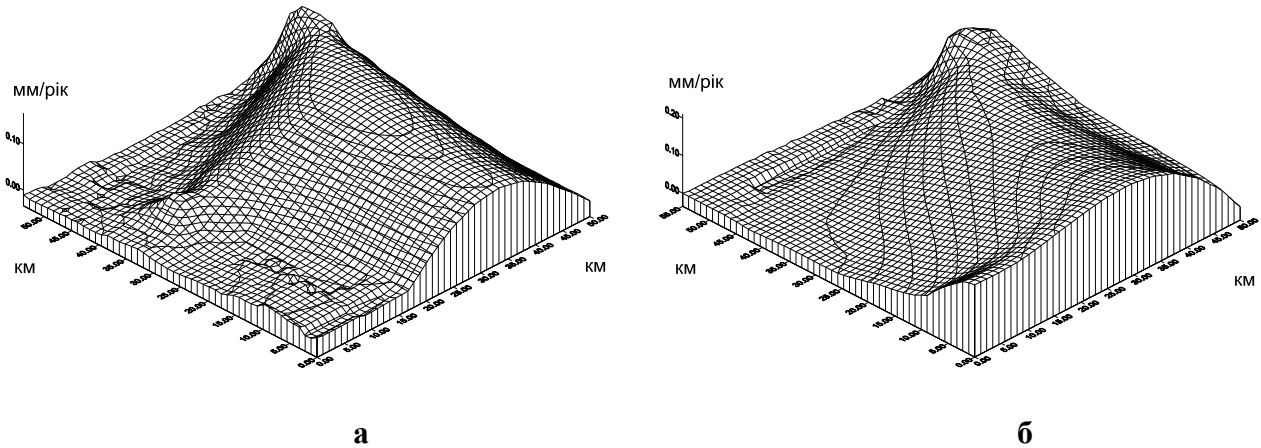


Рис. 6.1.2 Моделі повільних вертикальних рухів під впливом розтягуючих зі швидкістю 1 мм/рік (а) та стискаючих зі швидкістю 1 мм/рік (б) - горизонтальних зусиль у центральному (Полтавському) мегаблоці ДДЗ.

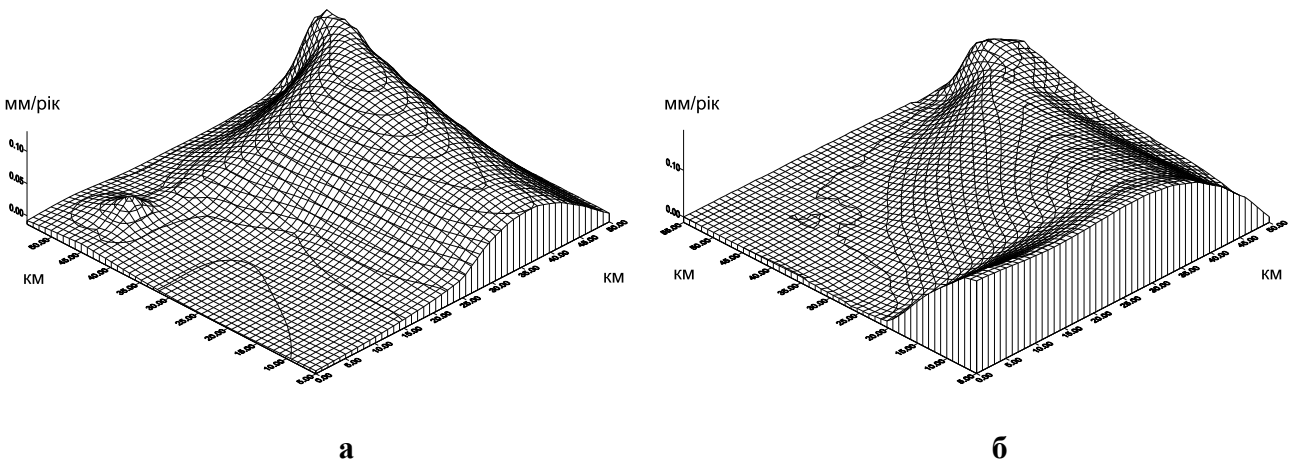


Рис. 6.1.3 Моделі повільних вертикальних рухів під впливом розтягуючих зі швидкістю 1 мм/рік (а) та стискаючих зі швидкістю 1 мм/рік (б) - горизонтальних зусиль у південно-східному (Харківському) мегаблоці ДДЗ.

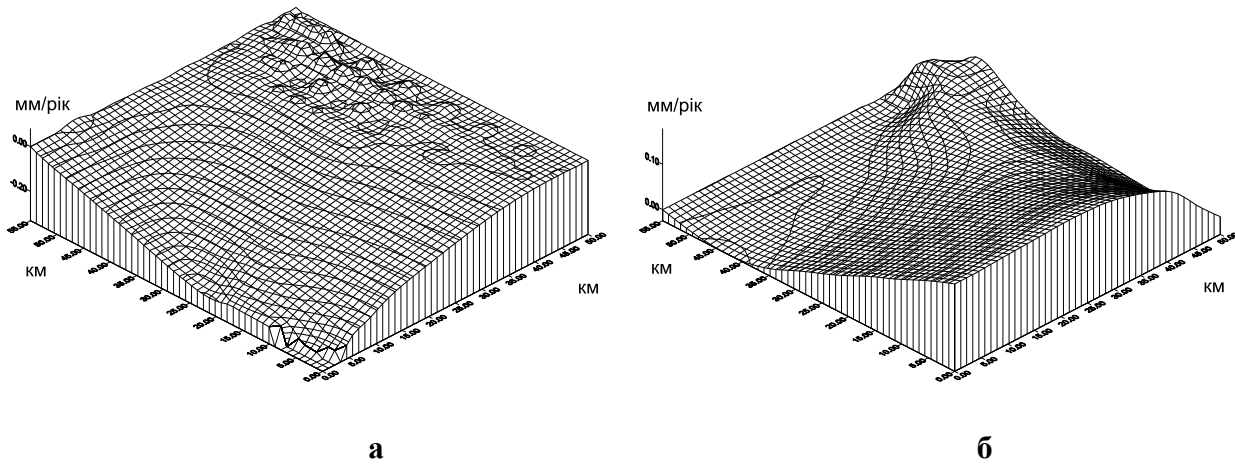


Рис. 6.1.4 Моделі повільних вертикальних рухів під впливом розтягуючих зі швидкістю 1 мм/рік (а) і стискаючих зі швидкістю 1 мм/рік (б) - горизонтальних зусиль на місці ДДЗ у дорифейський період.

Аналіз представлених на рисунках моделей показує, що описані вище, розтяжні рухи сприяють більш ефективному просіданню центральної частини авлакогену, ніж це може бути викликане з боку рухів бічного стиснення. Більше того, бічні стиснення приводять до помітного утворення складкості не тільки на бортах авлакогену, але і в його центральній частині, в той час як розтяжні рухи, сприяють утворенню складкості тільки на його периферіях. Співставлення отриманої інформації, відносно складових частин ДДЗ (Чернігівського, Полтавського, Харківського мегаблоків) показує, що чим глибше розташовується область западини, тим більш інтенсивній дії з боку субгоризонтальних рухів вона піддається. Аналіз механічної поведінки консолидованої кори на місці розташування ДДЗ у дорифейський період показує, що одні лише субгоризонтальні стиснення не могли привести до просідання блоків дорифейського фундаменту, і таким чином до рифтоутворення. У той же час, як показує діаграма 6.1.4 (а), субгоризонтальні розтяги в даному місці цілком могли привести до формування вузького та глибокого рову, який міг би характеризувати початок рифтоутворення.

§ 6.2 Вплив субгоризонтальних геотектонічних напружень на розвиток ДДЗ

В наш час не припиняється дискусія відносно причин формування і подальшого розвитку внутріконтинентальних рифтогенних западин, в тому числі ДДЗ. Взагалі домінують дві протилежні концепції: розтягування консолідованої кори та її субгоризонтального стиснення. Відповідно до першої концепції, розтягування земної кори в околиці авлакогену визначається утворенням мантійного діапіру (астеноліту), який розтікаючись під літосферою від його центра до периферії, приводить до її розтріскування та розтягнення, захоплюючи при цьому і земну кору [157, 163, 175]. Модифікацією даного підходу, є припущення про утворення в нижній частині літосфери області “важких ультрамафітів”, які приводять до занурення цієї області в астеносферу [175]. Стосовно другої концепції, утворення внутріконтинентальних рифтогенних западин типу ДДЗ властиво в основному тільки процесам, локалізованим у літосфері Землі. Зазначені перетворення речовини в земній корі та літосфері, особливо на початкових етапах розвитку цього процесу (Д₃), супроводжувалися вулканізмом, ефузіями, а в наступні періоди – інтенсивними геотермальними впливами та полімінеральними водогазо-еманаціями. Ці процеси були похідними розвитку властиво літосфери і обумовлювалися в цілому субгоризонтальним стисненням [59]. Таким чином, головним фактором розвитку ДДЗ, в тому числі і Дніпровсько-Донецького рифта (ДДР), на думку авторів [59], був напружений стан, викликаний субгоризонтальними стисками з боку УЩ і ВКМ.

Далі, на основі варіаційної скінчено-елементної методики, яка докладно описана в § 5.3, з метою роз'яснення ситуації, проведене чисельне моделювання напружено-деформованого стану земної кори Дніпровсько-Донецького авлакогену в розрізі центрального (Полтавського) мегаблоку під впливом сил гравітації та субгоризонтальних напружень з боку УЩ і ВКМ у дорифейський та сучасний періоди розвитку.

Оскільки поперечний розмір, розглянутого авлакогену, менше його поздовжніх розмірів то його процес деформування можна розглядати, як плоский. Нех-

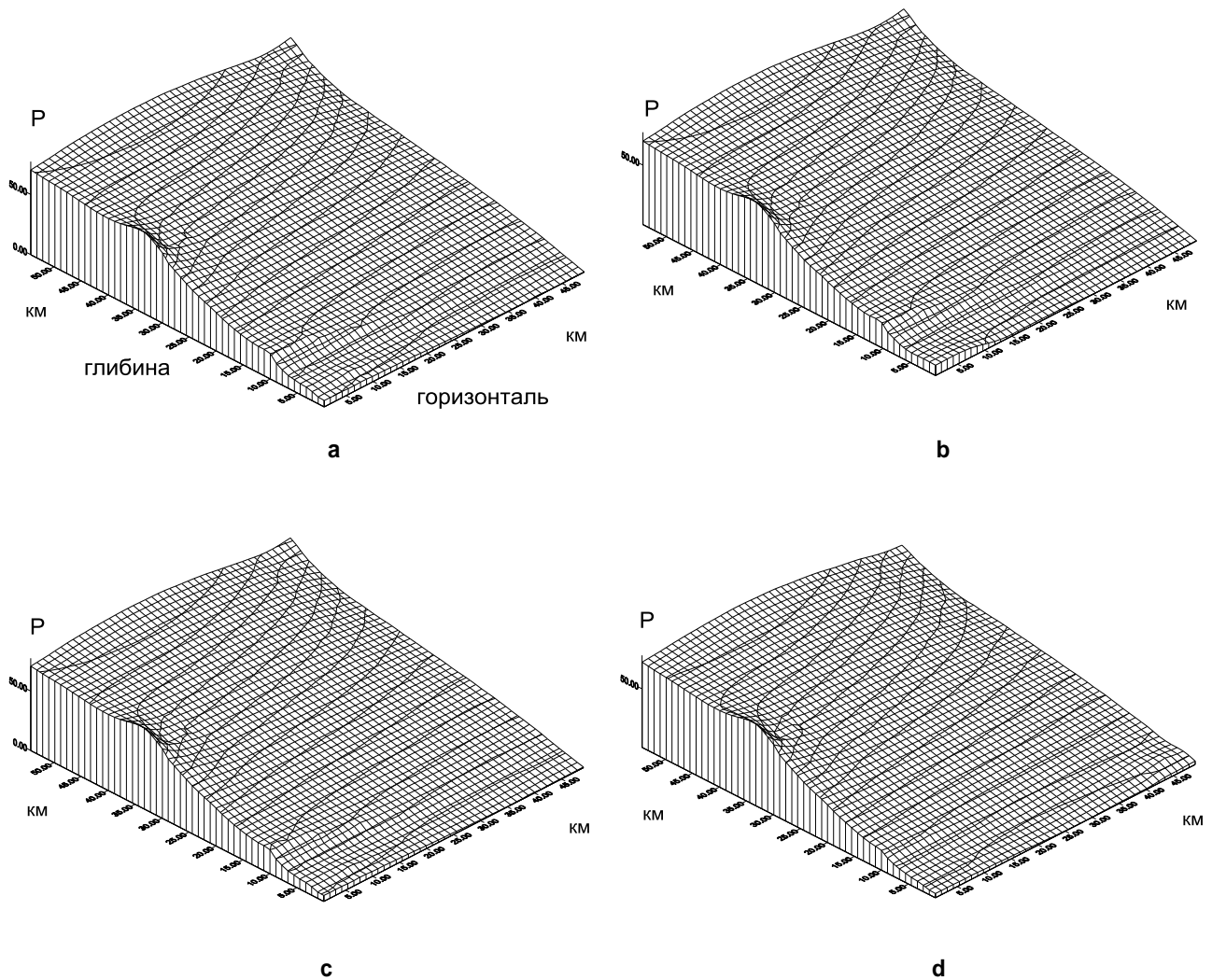
туючи анізотропією, яка пов'язана з тріщинуватістю порід, скористаємось пружно-ізотропною стаціонарною моделлю. У цьому випадку, загальна постановка задачі в системі відліку, яка жорстко зв'язана з розглянутим тектонічним мегаблоком, може бути описана рівняннями (5.3.1 – 5.3.4). Складемо функціонал Лагранжа, що виражає механічну потенціальну енергію розглянутого об'єкту в формі переміщень [54, 136], в нерухомій декартовій системі координат у виді (5.3.5).

Для розв'язання системи рівнянь (5.3.1 – 5.3.4), застосовується метод скінчених елементів у формі переміщень, оснований на варіаційному принципі Лагранжа [54, 136], що виражає мінімум потенціальної енергії системи і зводиться до розв'язання варіаційного рівняння (5.3.6).

В якості об'єкту дослідження, був обраний умовний розріз земної кори, характерний для центрального (Полтавського) мегаблоку ДДЗ (див. рис. 3.6.1). Тут осереднений розподіл осадових порід [2, 28] взято у співвідношенні: глини, алеврити - 2 км; піщаники - 4 км; алевроліти - 2 км; доломіти - 2 км. Далі, 8 км - гранітизованих порід і 15 км - порід базальтового шару. Механічні властивості вказаних порід приведені в § 6.1. Прилеглі ліворуч та праворуч до бортів ДДЗ, у даному місці, мегаструктури УЩ і ВКМ мають приблизно однакову будову, що відповідає дорифейській будові ДДЗ: 0,5 км - осадових порід; 45 км - гранітизованих порід і 10 км - порід базальтового шару [59, 157]. В силу симетрії, розглянутого поперечного розрізу Полтавського мегаблока ДДЗ, при моделюванні його напружено-деформованого стану під дією гравітації та стискаючих горизонтальних напружень з боку УЩ і ВКМ, обмежимося розглядом його симетричної половини.

Нижче на рисунках 6.2.1 і 6.2.2 представлені поверхневі діаграми залежності результуючого напруження (тиску) P ($P^2 = \sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2$), яке виникає в місці розташування авлакогену (Полтавського мегаблока) під дією сил гравітації та стискаючих горизонтальних напружень. Тут по осі z відкладено величину тиску $P \cdot 10^{-7}$ н/м², по осі x – віддалення від осі авлакогена в км, по осі y – глибина в км. Діаграми на рис. 6.2.1: a, b, c, d, e, f, g, h – описують сучасний напружено-деформований стан в авлакогені під дією сил гравітації та стискаючих горизонта-

льних напружень: 0 ; 10^6 ; 10^7 ; $0,5 \cdot 10^8$; 10^8 ; $1,5 \cdot 10^8$; $2 \cdot 10^8$; $2,5 \cdot 10^8$ н/м² відповідно. Діаграми на рис. 6.2.2: і, j, k, l, m, n, p – описують напружено-деформований стан на місці утворення рифтогена в дорифейський період при дії гравітації та стискаючих горизонтальних напружень: 0 ; 10^6 ; 10^7 ; $0,5 \cdot 10^8$; 10^8 ; $1,5 \cdot 10^8$; $2,5 \cdot 10^8$ н/м² відповідно.



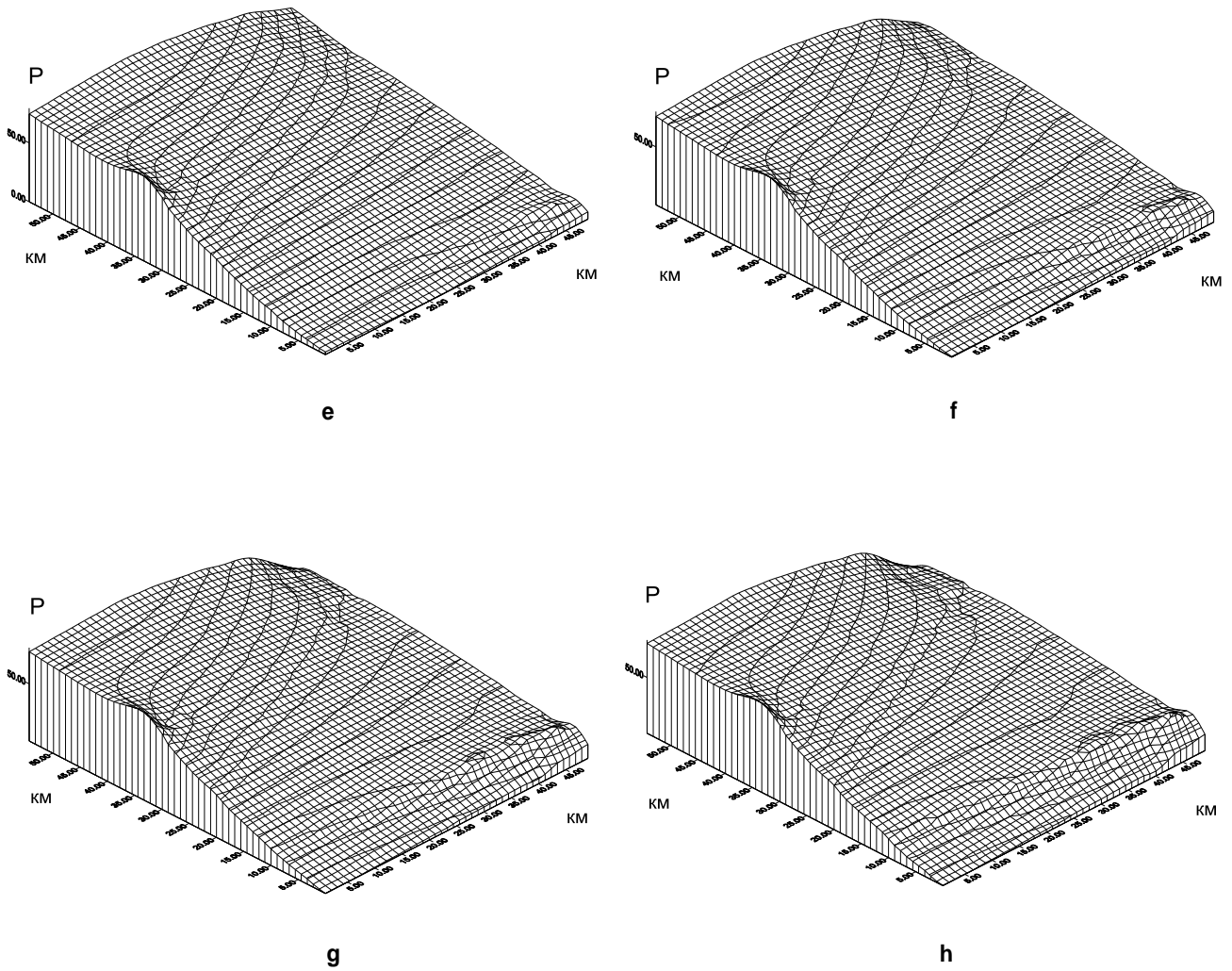
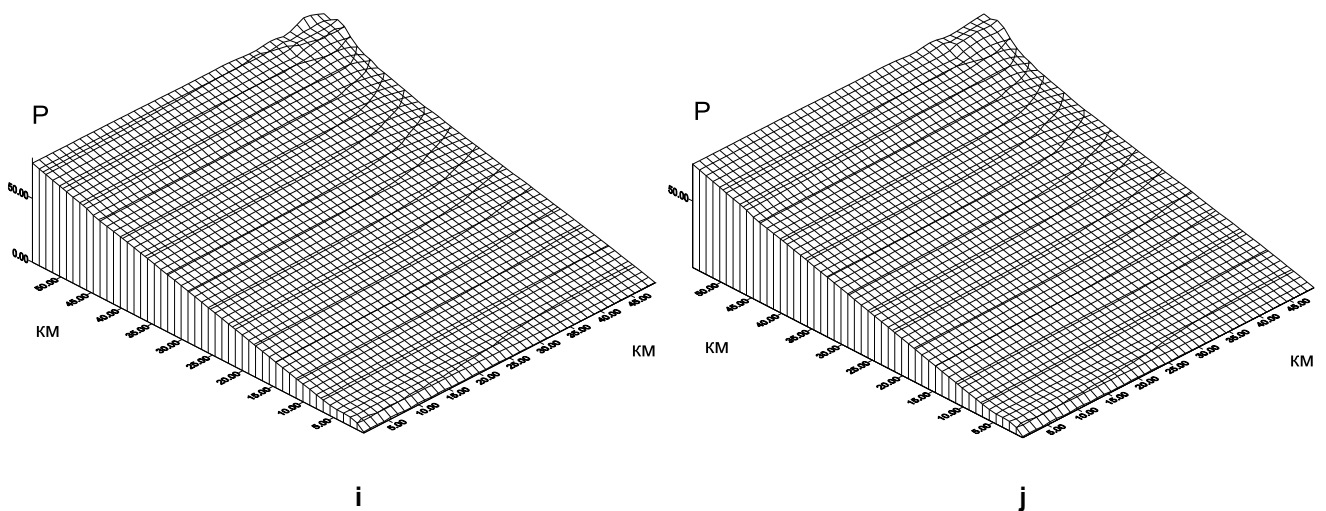
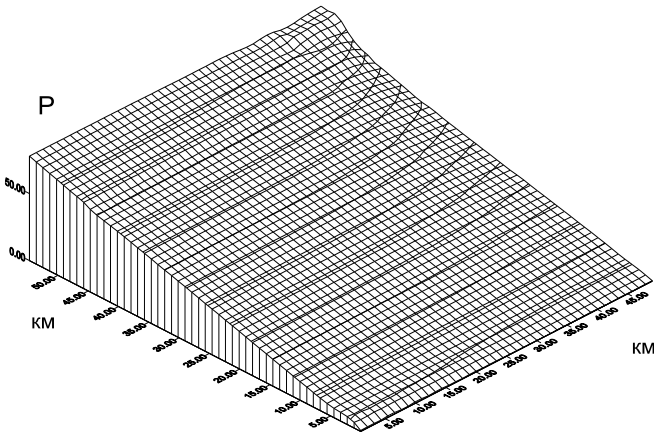
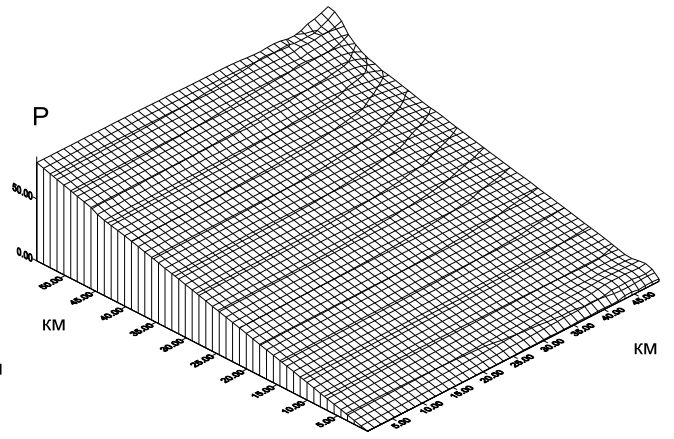


Рис. 6.2.1 Розподіли напруженого стану в авлакогені ДДЗ ($P \cdot 10^{-7}$ н/м²), які виникли б на сучасному етапі розвитку під дією сил гравітації та стискаючих горизонтальних напружень y (н/м²): а) 0; б) 10^6 ; в) 10^7 ; д) $0,5 \cdot 10^8$; е) 10^8 ; ф) $1,5 \cdot 10^8$; г) $2 \cdot 10^8$; г) $2,5 \cdot 10^8$.

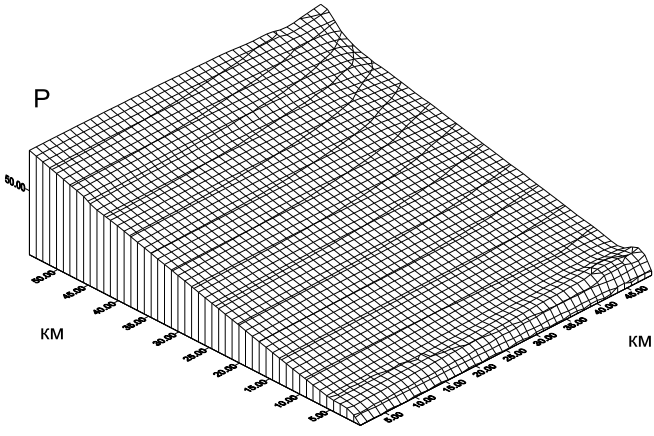




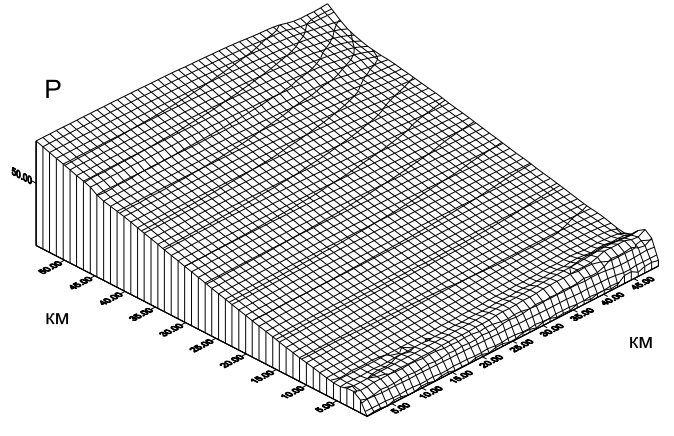
k



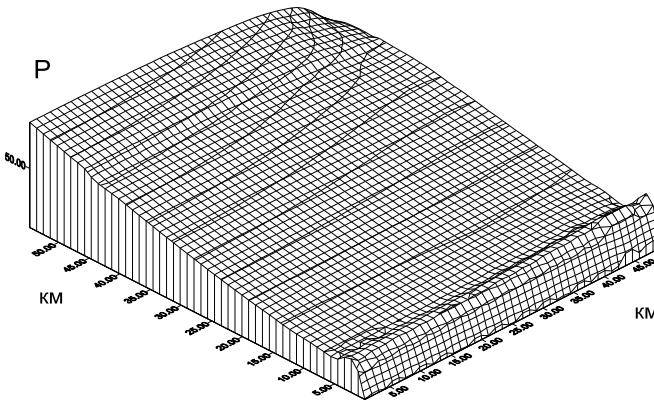
l



m



n



p

Рис. 6.2.2 Розподіли напруженого стану на місці утворення авлакогену ДДЗ ($P \cdot 10^{-7} \text{ н/м}^2$), які виникли б у дорифейський період під дією сил гравітації та стискаючих горизонтальних напружень у (н/м^2): і) 0; j) 10^6 ; k) 10^7 ; l) $0,5 \cdot 10^8$; m) 10^8 ; n) $1,5 \cdot 10^8$; p) $2,5 \cdot 10^8$.

Тут були обрані послідовні значення горизонтальних напружень, починаючи з нуля та закінчуючи напруженнями, що приводять до складкоутворення. Для порівняння, значення найбільших горизонтальних напружень, які виміряні на шахтах Донецького басейну не перевищують величини $0,6 \cdot 10^8 \text{ н/м}^2$ [31]. Аналіз представлених на діаграмах результуючих напружень показує, що наявність сильного горизонтального стиснення з боку УЩ і ВКМ, починаючи з дорифейського періоду і закінчуючи сучасним етапом розвитку, не могла привести до суттєвого збільшення результуючого напруження в областях нижньої та середньої частин земної кори, які підпали під найбільші зміни на протязі розвитку ДДЗ. Таким чином, одні лише субгоризонтальні напруження не могли привести до метаморфічних змінювань у структурі земної кори, які привели б до занурення блоків дорифейського фундаменту ДДЗ. Можна припустити, що основні моменти розвитку ДДЗ, скоріше за все, пов'язані з серією підходів до її нижніх границь земної кори “аномально розігрітої мантиї”. Дійсно, оскільки температура на розділі Мохо на платформах при нормальних умовах оцінюється величиною $300 - 500 \text{ }^\circ\text{C}$ [7], то її явно недостатньо навіть для плавлення гранітних порід (температура плавлення гранітів за даними роботи [165] оцінюється приблизно в $650 - 700 \text{ }^\circ\text{C}$). Для утворення ж похідних прогресивної стадії гранулітової фації метаморфізму необхідний як мінімум процес плавлення гранітів для видалення кислих гранітних розплавів [165]. Таким чином, для початку процесів базифікації в нижній і середній частинах кори ДДЗ, не залежно від діючих субгоризонтальних напружень, необхідний був підхід до її нижніх границь аномально перегрітої мантиї з температурами порядку $1000 - 1200 \text{ }^\circ\text{C}$. Тому логічно припустити, що ряд подібних підходів аномальної мантиї різної тривалості та потужності, саме був визначальним у розвитку ДДЗ.

§ 6.3 Геотектонічний розвиток ЗЧЗ

Незважаючи на велику кількість робіт, присвячених проблемам виникнення та розвитку Чорноморської мегазападини, дотепер не існує єдиної думки з цих питань. Серед підходів, у яких здійснюються спроби відповісти на ці питання, побудувавши картину розвитку даного регіону з урахуванням виниклих особливостей структури земної кори на сучасному етапі (скорочення потужності консолідованої кори до 5 - 15 км, руйнування та стоншення шарів гранітизованих порід, формування потужного до 12 - 16 км осадового шару) можна виділити три різних підходи. Це підхід Гордієнка В.В. [37], в якому на основі адвекційно-поліморфної гіпотези прогнозуються основні події геологічного розвитку ЗЧЗ. Підхід Коболева В.П. [74], де автор представляє геодинамічну модель розвитку Чорноморської мегазападини та структур її обрамлення, спираючись на ідею теплового впливу Західного та Східного діапирів на консолідовану кору. На першій стадії за рахунок теплового розширення сформувалися два відповідних палеозвода. На другій регресивній стадії відбулося різке, по механізму пландж-принципу [138], занурення палеозводів у внутрішні області Західного та Східного мантийних діапирів. При цьому автор відкидає провідну роль у даному процесі щільнісного переходу “базальт-еклогіт”. Нарешті системний підхід Кутаса Р.І. [87], в котрому автор аналізує ситуацію, як з точки зору чисто теплового впливу астеноліту на земну кору, так і з погляду механічного розтягнення земної кори в зоні дії астеноліту на основі теоретичної концепції Д. Маккензі [283]. І приходить до висновку, що жодна з розглянутих моделей не в змозі адекватно описати реально сформовану ситуацію. Він також указує на важливість врахування в цьому регіоні глобального стиснення, пов'язаного з взаємодією Аравійсько-Африканської та Євразійської тектонічних плит. Незважаючи на те, що зазначені підходи на якісному рівні описують процес осадонакопичення в Чорноморській мегазападині, вони не дають узгодженої відповіді на питання: 1) яким чином виникла западина? 2) за якими механізмами відбувалися її занурення та руйнування її консолідованої кори?

Спробуємо прояснити ситуацію по цим питанням, спираючись на чисельне моделювання геотектонічної поведінки ЗЧЗ, в основі якого лежить в'язкопружна варіаційна скінчено-елементна методика, яка докладно описана в § 3.4.

В роботі [37] було відзначено, що альпійський рифт ЗЧЗ по своїм розмірам досить близький до рифту південно-східної частини ДДР - ДДЗ. В обох випадках довжини рифтів близькі до 500 км, а їх ширина змінюється в межах ~ 80 - 160 і 70 - 130 км відповідно. Обидві структури виникли на докембрійському фундаменті і в їх розвитку виділяються усі стадії, які властиві континентальному рифтогенезу: 1) початковий магматизм і відсутність седиментації; 2) утворення рифта; 3) сінеклізна стадія. Також як і ДДЗ [37], ЗЧЗ у процесі свого виникнення та розвитку піддавалася дії трьох послідовних у часі астенолітів [35, 37]. Можливо, тут мова не іде про підхід одиничних астенолітів з характерними лінійними розмірами 80 - 100 км, а про приблизно синхронну появу їх груп на всій території Чорноморської мегазападини. Перші астеноліти піднімалися з глибин в інтервалі 220 - 270 км в інтервал 40 - 90 км близько 95 млн років тому. Це привело до прогрівання консолидованої кори, однак істотних змін у ній в цей період не відбулося. Другі астеноліти піднімалися з глибин в інтервалі 320-370 км в інтервал 100-150 км приблизно 60 млн років тому. Вони привели до найбільш потужного теплового і механічного впливу, що спричинило найбільші зміни в структурі земної кори ЗЧЗ (скорочення її потужності та змінювання складу). Треті астеноліти піднімалися з глибин в інтервалі 410-460 км в інтервал глибин 150-200 км близько 25 млн років тому і привели до активізації ЗЧЗ і відповідно до подальшої еволюції її земної кори.

Оскільки поперечні розміри ЗЧЗ менше її поздовжніх розмірів, то при моделюванні її механічну поведінку можна розглядати як плоску. При моделюванні повільних субгоризонтальних рухів у процесі рифтового розвитку ЗЧЗ будемо спиратися на ізотропну в'язкопружну модель Кельвіна-Фойта (див. § 3.4). У цьому випадку загальна механічна постановка задачі в системі відліку, яка жорстко зв'язана з розглянутою тектонічною мегаструктурою, може бути описана рівняннями (3.4.1 – 3.4.5). Для розв'язання цієї в'язкопружної задачі використовується

метод скінчених елементів у формі переміщень, оснований на варіаційному принципі Лагранжа, що виражає мінімум повної енергії системи і зводиться до розв'язання варіаційного рівняння Лагранжа (3.4.7).

Згідно геолого-геофізичним даним, закладення Чорноморської мегазападини відбулося на континентальній літосфері палеозойського віку [87]. Виходячи з цих даних, в якості вихідної моделі геологічної будови земної кори можна вибрати наступні параметри: початкова потужність - 40 км, при однаковій потужності гранітизованого та базальтового шарів.

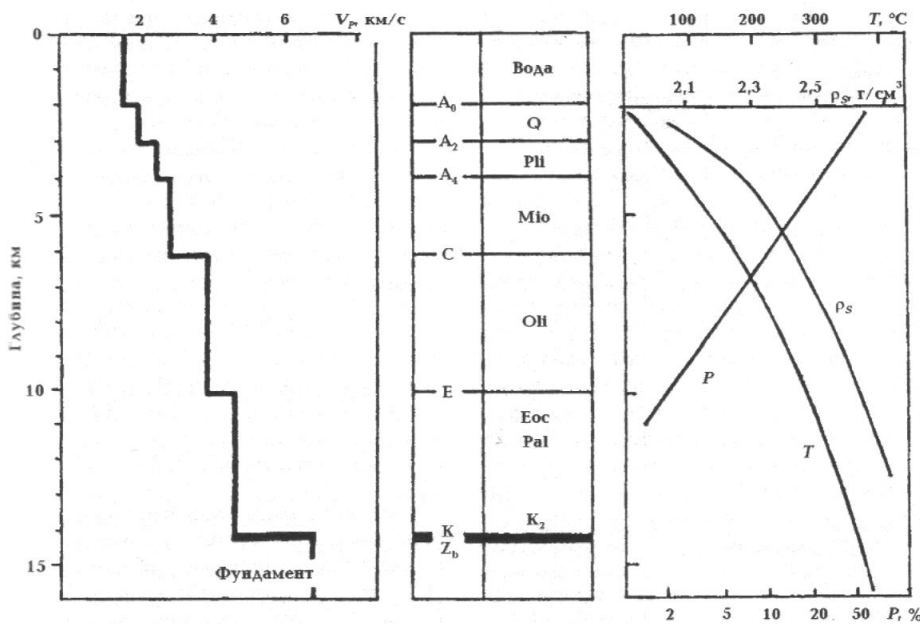


Рис. 6.3.1 Характеристика осадової товщі ЗЧЗ згідно сейсмічному швидкісному розрізу v_p ; відповідні розподіли температури T , пористості P , густини ρ_s [87].

Грунтуючись на геолого-геофізичних даних [37, 74, 87], будемо вважати, що в період після підходу перших астенолітів структура консолідованої кори ЗЧЗ не потерпіла істотних змін і залишилася у вихідному стані. Після підходу других, найбільш потужних астенолітів (в палеогені), консолідована кора ЗЧЗ піддалася впливу розтягуючих субгоризонтальних рухів нижньокорової речовини, що була захоплена астенолітом, який розтікався у напрямках від його центральної частини до периферій. В той же час відомо, що протягом останньої сотні мільйонів років увесь Чорноморський регіон піддавався впливу глобального стискання, викликаного взаємодією Аравійсько-Африканської та Євразійської тектонічних плит [59].

Тому в даному контексті не можна виключати з розгляду вплив на кору ЗЧЗ стискаючих субгоризонтальних рухів регіонального характеру. Далі, ґрунтуючись на результатах аналізу робіт [37, 87] (див. рис. 6.3.1), будемо вважати, що стоншення кори ЗЧЗ під впливом розтягуючих субгоризонтальних рухів відбувалось тільки в період між підходами других і третіх астенолітів у палеоцені, еоцені і частково в олігоцені. Надалі розтягування кори не відбувалось, але вона піддавалася впливу стискаючих субгоризонтальних рухів регіонального характеру. Керуючись цими міркуваннями, при моделюванні повільних субгоризонтальних рухів ЗЧЗ розглянемо три етапи: 1) етап після приходу других астенолітів, коли консолідована кора ЗЧЗ піддавалася впливу, як розтягуючих так і стискаючих горизонтальних зусиль; 2) етап після приходу третіх астенолітів у міоцені та пліоцені, коли земна кора ЗЧЗ піддавалася лише впливу стискаючих субгоризонтальних рухів регіонального характеру; 3) етап четвертинного періоду, в цей період земна кора ЗЧЗ також піддавалася впливу тільки стискаючих субгоризонтальних рухів. При моделюванні механічної поведінки ЗЧЗ на першому етапі, виберемо вихідний геологічний розріз консолідованої кори: 20 км - гранітоїдних і 20 км - базальтоїдних порід. При моделюванні повільних рухів ЗЧЗ на другому етапі, спираючись на дані осадонакопичення в палеоцені, еоцені та олігоцені [37, 87] (див. рис. 6.3.1), виберемо умовний осереднений склад геологічних порід на осі рифтогену в співвідношенні: глини, алеврити - 2 км, піщаники - 4 км, вапняки - 2 км, базальтоїди - 12 км. Потім цей розподіл плавно переходить у сусідні з рифтогеном мегаструктури континентальної кори. При моделюванні механічної поведінки ЗЧЗ на третьому етапі, виберемо умовний розріз на осі рифтогену (див. рис. 6.3.1): вода - 2 км, глини, алеврити - 2 км, піщаники - 6 км, вапняки - 4 км, базальтоїди - 6 км. Керуючись даними робіт [45, 50, 167], для глин і алевритів, піщаників, вапняків, гранітоїдів, базальтоїдів виберемо наступні осереднені механічні характеристики: густина: 2300, 2400, 2500, 2650, 2950 (кг/м³); модуль Юнга: 3.0, 3.5, 7.0, 5.5, 7.5 ($\cdot 10^{10}$ Па); коефіцієнт Пуассона: 0.10, 0.25, 0.275, 0.25, 0.25; динамічна в'язкість: 10^7 ; 1.4, 2.56, 9.0, 9.0 ($\cdot 10^{20}$ Па·с).

Аналіз відповідної літератури [84] показує, що всі рухи земної кори мають нерівномірний або навіть епізодичний характер і швидкість їх змінюється з часом. Тому говорити про абсолютні швидкості руху земної кори навряд чи має сенс. В той же час відомим фактом є те, що середня швидкість горизонтальних зсувів по системам розломів у грабенах становить порядку 1 мм/рік [84]. І хоча ця величина є чисто умовною, при моделюванні повільних субгоризонтальних рухів будемо виходити з неї. В силу приблизно симетричної будови розглянутих геологічних структур ЗЧЗ, при моделюванні обмежимося розглядом їх симетричних половин.

На рис. 6.3.2 – 6.3.4 представлені поверхневі діаграми залежності вертикальної складової швидкості повільних рухів земної кори під впливом гравітації та збурюючих субгоризонтальних рухів. Тут по осі z відкладено вертикальну складову швидкості в мм/рік; по осі x - відстань від осі рифта убік периферії в км; по осі y - глибина в км. На діаграмах 6.3.2 а, б, в - представлено механічну поведінку геологічної структури на місці утворення ЗЧЗ у період після приходу других астенолітів (в палеогені). На діаграмі 6.3.2 а - представлений період найбільш активної фази розтягування нижньої границі кори з центральної області, піднявшогося астеноліта, в бік його периферій зі швидкістю 1 мм/рік. На діаграмі 6.3.2 б - представлена механічна поведінка кори у випадку затухаючої фази розтягування, коли на краях астеноліта що розтікся, швидкість падає до нуля. На діаграмі 6.3.2 в - представлено механічну поведінку кори у випадку одночасної дії рухів, котрі розтягують з боку нижньої границі кори зі швидкістю 1 мм/рік і що стискають зі швидкістю 0.5 мм/рік. На рис. 6.3.3 - представлена механічна поведінка ЗЧЗ у період після приходу третіх астенолітів (у неогені), під впливом стискаючих регіональних рухів з боку бортів рифта. На рис. 6.3.4 - представлено механічну поведінку ЗЧЗ під дією стискаючих регіональних рухів у четвертинному періоді.

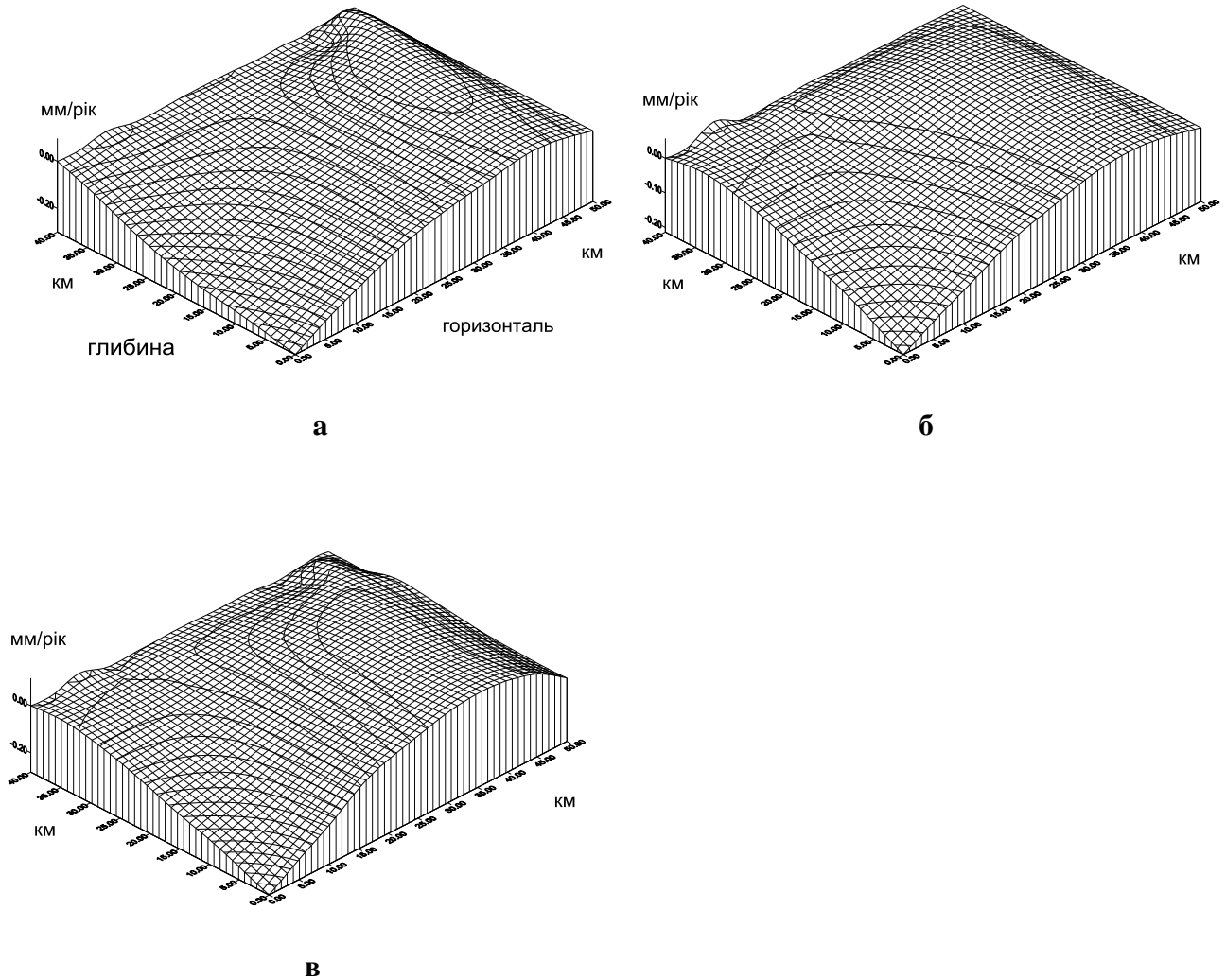


Рис. 6.3.2 а, б, в Механічна поведінка геологічної структури на місці утворення ЗЧЗ в період після приходу других астенолітів (у палеогені): (а) - у період найбільш активної фази розтягування консолидованої кори зі швидкістю 1 мм/рік, (б) - у період загасаючої фази розтягування кори, коли швидкість на краях астеноліту лінійно зменшується до нуля, (в) - у випадку одночасної дії рухів, що розтягують зі швидкістю 1 мм/рік і стискають зі швидкістю 0,5 мм/рік.

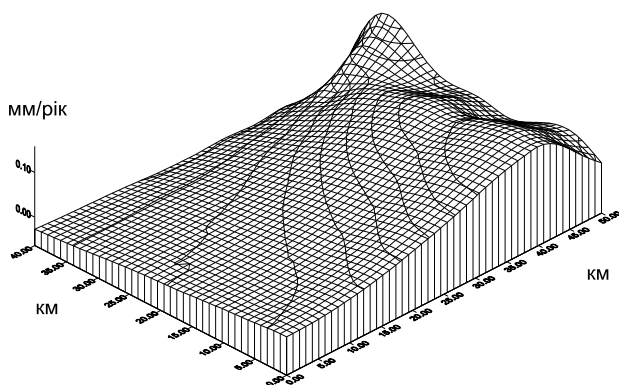


Рис. 6.3.3 Механічна поведінка ЗЧЗ у період після приходу третіх астенолітів (у неогені) під впливом стискаючих регіональних рухів з боку бортів рифта зі швидкістю 0,5 мм/рік.

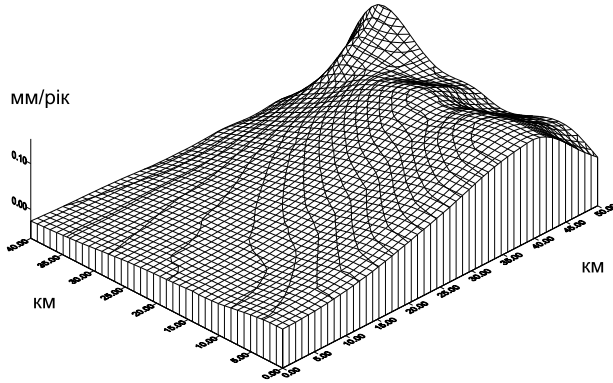


Рис. 6.3.4 Механічна поведінка ЗЧЗ під дією стискаючих регіональних рухів у четвертинному періоді зі швидкістю 0,5 мм/рік.

З рис. 6.3.2 а - видно, що в період активної фази астеноліта (в палеогені), його розтягуюча на земну кору дія цілком могла привести до утворення вузького та досить глибокого рову, який можна вважати початком утворення рифта. При цьому, розтягування нижньої границі консолідованої кори по всьому периметру її захоплення зі швидкістю 1 мм/рік приводить до занурення утвореної структури зі швидкістю до 0.26 мм/рік. Зазначимо, що це суттєва величина швидкості занурення і за період між підходами других та третіх астенолітів (35 млн років) вона цілком могла привести до занурення ЗЧЗ до рівня, що існував на тому етапі (див. рис. 6.3.1). З рис. 6.3.2 б видно, що в період затухаючої фази розтягування кори, коли швидкість на краях астеноліту впала до нуля, швидкість занурення рифтогена зменшилась до 0.21 мм/рік. З рис. 6.3.2 в видно, що додавання до розтягуючих рухів, стискаючих рухів регіонального характеру, приводить до незначного зменшення швидкості занурення до 0.24 мм/рік. Аналіз рисунків 6.3.3, 6.3.4 показує, що дія регіонального стиснення після приходу третіх астенолітів (у неогені), а також у четвертинному періоді не приводить до занурення рифта, в той же час вона сприяє підняттю його периферійних областей. Таким чином на основі загального аналізу результатів моделювання повільних субгоризонтальних рухів ЗЧЗ з моме-

нту підходу до нижніх границь її консолідованої кори других астенолітів близько 60 млн років тому і по сучасний геологічний період можна зробити наступні висновки: 1) розтяжна на консолідовану кору дія з боку астеноліта, що піднявся і розтікався в період приходу других астенолітів (у палеогені), цілком могла привести до утворення вузького та глибокого рову, який можна вважати початком зародження рифта; 2) ця ж розтяжна дія астеноліту за період між приходами других і третіх астенолітів (близько 35 млн років) могла привести до занурення кристалічного фундаменту ЗЧЗ до відповідного на цьому етапі, згідно даним осадонакопичення, рівня (див. рис. 6.3.1); 3) субгоризонтальні стиснення регіонального характеру не могли здійснити суттєвого впливу на загальну динаміку занурення ЗЧЗ, однак у період після приходу третіх астенолітів (у неогені) вони могли сприяти підняттю периферійних областей ЗЧЗ.

§ 6.4 Напружено-деформований стан та аномальне гравітаційне поле у вогнищі землетрусу

У цей час добре відомо, що виникнення землетрусів часто пов'язано з активними тектонічними рухами вздовж розломів. В результаті зачеплення протилежних бортів розлому, що взаємно рухаються, в масиві твердих порід навколо заблокованої ділянки розлому накопичується енергія пружної деформації, оскільки відносний рух порід віддалених від цієї ділянки триває. Коли напруга навколо заблокованої ділянки розлому досягає критичної величини, у деякій локальній області, що умовно називають вогнищем землетрусу, відбувається пружна розрядка накопичених напружень. Цей процес супроводжується деформуванням території, що прилягає до вогнища землетрусу, а також переносом сейсмічної та теплової енергій [167].

Традиційно у вивченні проблем, пов'язаних з виникненням землетрусів і їх наслідків, основна увага приділялася розробці критеріїв прогнозу землетрусів і пошуку закономірностей деформування, руйнування прилягаючих територій та поширення сейсмічних хвиль на основі тих або інших моделей вогнищ землетрусів. Наприклад, моделі лавино-нестійкого тріщиноутворення [133], дилатантно-дифузійної моделі [314], моделі консолідації [148], моделі stick-slip [253], [316] і т.п. Приведені, а також інші відомі моделі характеризують виникнення землетрусів у тріщинуватому розломно-блоковому середовищі. Згідно з цими моделями деформаційні та сейсмічні процеси, що виникають у вогнищах землетрусів носять, як правило, хаотичний характер, в якому складно виділити якісь стійкі фази. Як було зазначено в роботі [182] жодна з відомих моделей вогнищ землетрусів не описує закономірностей просторово-часової міграції сейсмічних подій в межах пружного тріщинуватого середовища, залученого до деформування. Із цієї точки зору виникає інтерес у дослідженні закономірностей напружено-деформованого стану, а також аномального гравітаційного поля, що виникають у вогнищі землетрусу, навіть на основі чисто пружної моделі.

Далі на основі варіаційної скінчено-елементної методики, для багатошарових пружних оболонок, проведено моделювання напружено-деформованого стану земної кори, а також аномального гравітаційного поля, що виникають у вогнищі землетрусу зі зсувом по простяганню розлому. Дослідження буде проведено для типового складу сухих твердих геологічних порід, характерних для земної кори: піщаників, гранітоїдів і базальтоїдів. Будуть розглянуті шаруваті фрагменти кори, що примикають до лінії активного розриву, по якому відбувся черговий сейсмогенний зсув масиву геологічних порід.

Розглянемо тривимірну модель релаксації напружень на розриві зі зсувом по простяганню розлому. Нехай по розриву відбувається горизонтальний рух між двома літосферними блоками. Припустимо, що глибше пружного шару літосфери напруження не передаються. В результаті відносного руху літосферних блоків, в околі заблокованої ділянки розлому концентрується зсувне напруження. При досягненні на цій ділянці напруження, яке дозволяє подолати існуюче тертя по розлому, відбувається землетрус. Напруження поблизу заблокованої ділянки знімається і передається в прилеглий літосферний блок. Цей процес супроводжується деформуванням земної поверхні і відповідним перерозподілом пружних мас, що є причиною виникнення аномального гравітаційного поля. Щоб виключити з розгляду в'язкі та пластичні механізми деформування, які характерні для пористого середовища, будемо припускати, що породи в розглянутій області є досить сухими. В роботах [124, 158] було показано, що збільшення ступеню тріщинуватості у пружних і в'язкопружних матеріалах приводить до пропорційного зниження пружних модулів у цих матеріалах. Надалі цей факт буде використаний при моделюванні пружних властивостей у тріщинуватих геологічних породах. Будемо розглядати шаруваті фрагменти кори, що складаються з типових твердих геологічних порід, таких як: піщаники, гранітоїди та базальтоїди (див. § 6.3). Для моделювання напружено-деформованого стану в розглянутих шаруватих фрагментах кори, скористаємось теорією тришарових пружних оболонок [63, 140]. Будемо розглядати ортотропні оболонки в криволінійній системі координат (s, φ, z) . Тут s, φ -

координати уздовж поверхні оболонки; z – координата по товщині оболонки. Переміщення уздовж координат s, φ, z для j -го шару оболонки можуть бути представлені у вигляді (3.5.1). Для розв’язання пружної задачі застосовується метод скінчених елементів, оснований на варіаційному принципі Лагранжа, що виражає мінімум пружної механічної енергії системи:

$$\delta E(u_0, v_0, w_0, u_1, v_1, w_1) = 0. \quad (6.4.1)$$

Функціонал Лагранжа для пружного шаруватого фрагменту кори у вигляді оболонки в криволінійній системі координат (s, φ, z) (див. § 3.5) може бути представлений у виді:

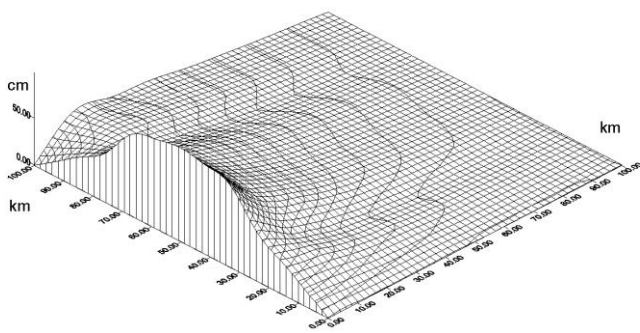
$$\begin{aligned} E = & \frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 \int_{h_j} \int_S [\mathbf{E}_{ss} \mathbf{e}_{ss}^2 + \mathbf{E}_{uu} \mathbf{e}_{uu}^2 + \mathbf{E}_{zz} \mathbf{e}_{zz}^2 + 2\mathbf{E}_{su} \mathbf{e}_{ss} \mathbf{e}_{uu} + 2\mathbf{E}_{sz} \mathbf{e}_{ss} \mathbf{e}_{zz} + 2\mathbf{E}_{uz} \mathbf{e}_{uu} \mathbf{e}_{zz} + \\ & + 4\mathbf{G}_{su} \mathbf{e}_{su}^2 + 4\mathbf{G}_{sz} \mathbf{e}_{sz}^2 + 4\mathbf{G}_{uz} \mathbf{e}_{uz}^2] \left(1 + \frac{z}{R_3}\right)^2 ds d\varphi dz - \\ & - \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} (\mathbf{T}_s u_0 + \mathbf{T}_{su} v_0 + \mathbf{Q}_s w_0) d\varphi - \int_{s_1}^{s_2} (\mathbf{T}_{us} u_0 + \mathbf{T}_u v_0 + \mathbf{Q}_u w_0) ds. \end{aligned} \quad (6.4.2)$$

Тут $\mathbf{T}_{\mathbf{6B}}, \mathbf{Q}_{\mathbf{6}}$ – геотектонічні зусилля, що діють на оболонку; R_3 – радіус Землі; $\mathbf{e}_{\mathbf{6B}}$ – компоненти тензора деформацій j -го шару оболонки; $\mathbf{E}_{\mathbf{6B}}, \mathbf{G}_{\mathbf{6B}}$ – модулі пружності та зсуву j -го шару оболонки відповідно; S – площа поверхні оболонки; h_j – товщина j -го шару оболонки.

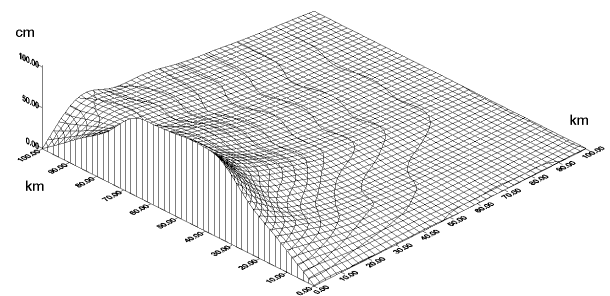
При моделюванні будемо розглядати напружено-деформований стан, що виникає у верхньому, пружному шарі ділянки літосферного блоку з лінійними розмірами 100 на 100 км, що примикає до зони активного розлому. Припустимо, що в результаті пружної розрядки зсувних напружень (які виникли під дією геотектонічних зусиль) на деякому заблокованому відрізку, розташованому посередині сторони цієї ділянки, яка прилягає до лінії розлому, відбувається розрив. Цей розрив приводить до переміщення даного відрізку на величину 1 м і відповідно деформуванню всієї розглянутої ділянки кори. Будемо розглядати шаруваті фрагменти кори з різним ступенем тріщинуватості порід. Також припустимо, що в результаті

затухання поля деформацій, переміщення на границях ділянки, які не співпадають з лінією розлому дорівнюють нулю.

На рис. 6.4.1 а - г представлені поверхневі діаграми, що визначають розподіли зсувних переміщень серединної поверхні розглянутої шаруватої ділянки кори в см. По осі абсцис відкладено довжину сторони ділянки, що збігається з лінією розлому в км, по осі ординат - довжину сторони ділянки, яка перпендикулярна лінії розлому в км. Рис. 6.4.1 а - відповідає розподілу зсувних переміщень на ділянці кори, що складається з шару піщаників - завтовшки 5 км, шару гранітоїдів - 10 км, базальтоїдів - 5 км і довжині відрізка розвантаження 5 км (див. механічні властивості в § 6.3). Рис. 6.4.1 б - розподілу зсувних переміщень на ділянці кори, що складається з піщаників потужністю шару 9 км і довжині відрізка розвантаження 20 км. Рис. 6.4.1 в - розподілу зсувних переміщень на ділянці кори, що складається з тріщинуватих пісковикових порід потужністю 9 км (пружні модулі зменшені в 10 разів у порівнянні зі звичайними піщаниками) і довжині відрізка розвантаження 5 км. Рис. 6.4.1 г - відповідає розподілу зсувних переміщень на ділянці кори, що складається з пухких пісковикових порід потужністю 9 км (пружні модулі зменшені у 100 разів у порівнянні з звичайними піщаниками) і довжині відрізка розвантаження 5 км.



а



б

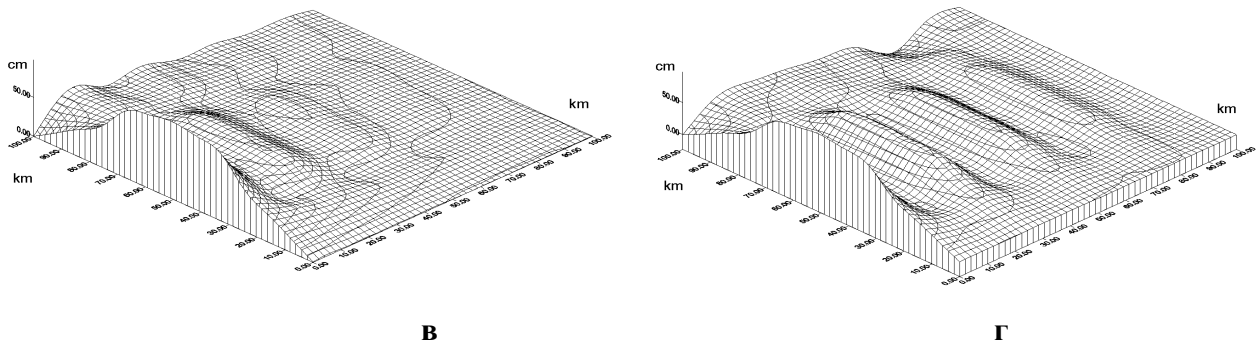
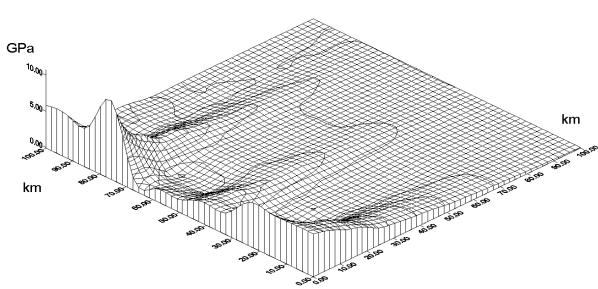


Рис. 6.4.1 а, б, в, г Розподіли зсувних переміщень на ділянці кори, що складається з: (а) - шару піщаників завтовшки - 5 км, гранітоїдів - 10 км, базальтоїдів - 5 км і довжині відрізка розвантаження - 5 км; (б) - шару піщаників завтовшки - 9 км і довжині відрізка розвантаження – 20 км; (в) - тріщинуватих пісковикових порід потужністю - 9 км і довжині відрізка розвантаження - 5 км; (г) - пухких пісковикових порід потужністю - 9 км і довжині відрізка розвантаження - 5 км.

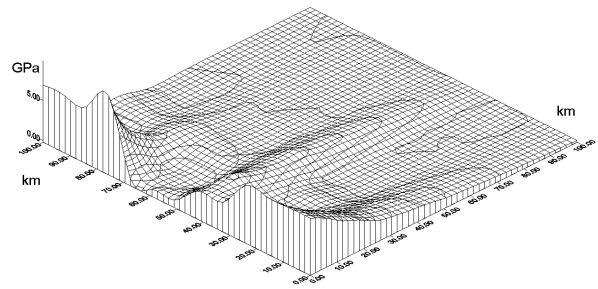
З аналізу рис. 6.4.1 а-г слідує, що поле зсувних переміщень, яке виникає у вогнищі землетрусу, залежить від довжини відрізка розвантаження, твердості геологічних порід і ступеню їх тріщинуватості. Збільшення довжини відрізка розвантаження приводить до незначного росту амплітуд зсувних переміщень. У випадку досить монолітної структури геологічних порід, поле зсувних переміщень приймає універсальний вид. Тут максимальні переміщення розподілені поблизу природної зони, плавно спадаючи по мірі віддалення від неї, при цьому поле зсувних переміщень мало залежить від потужності пружного шару і його геологічного складу. При наявності тріщинуватих порід якісна картина різко змінюється. Тут поле зсувних переміщень помітно зростає по амплітуді, при віддаленні від вогнища землетрусу спадає хвилеподібно, кількість таких стоячих хвиль зростає по мірі збільшення ступеню тріщинуватості порід.

На рис. 6.4.2 а - д представлені розподіли зсувних напружень серединної поверхні розглянутої ділянки кори у ГПа. Рис. 6.4.2 а відповідає розподілу зсувних напружень на ділянці пружної літосфери, що складається з пісковикових порід потужністю - 12 км і довжині відрізка розвантаження 5 км. Рис. 6.4.2 б - напру-

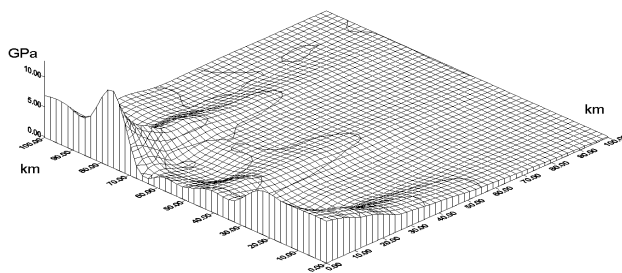
женому стану ділянки кори аналогічного геологічного складу і довжині відрізка розвантаження 20 км. Рис. 6.4.2 в - розподілу зсувних напружень на ділянці кори, що складається з піщаників потужністю 9 км і довжині відрізка розвантаження 5 км. Рис. 6.4.2 г - розподілу зсувних напружень на ділянці кори, що складається з тріщинуватих пісковикових порід потужністю 9 км і довжині відрізка розвантаження 5 км. Рис. 6.4.2 д - напруженому стану ділянки кори, що складається з пухких пісковикових порід потужністю 9 км і довжині відрізка розвантаження 5 км.



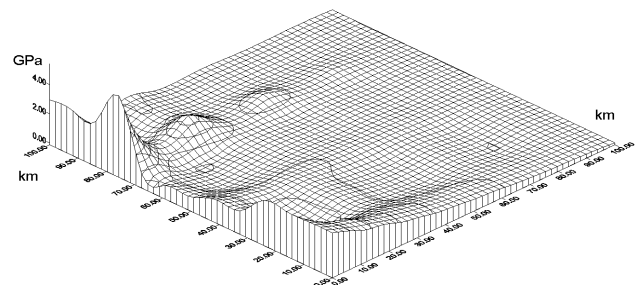
а



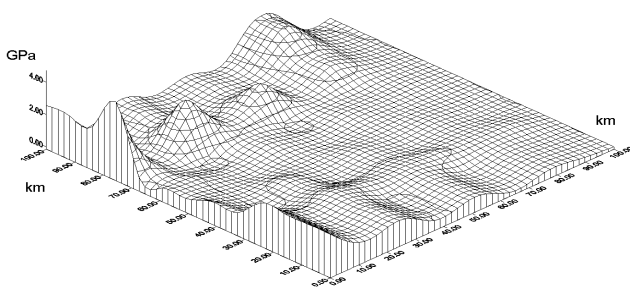
б



в



г



д

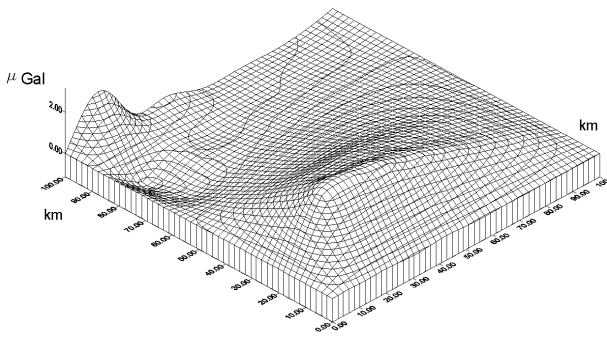
Рис. 6.4.2 а, б, в, г, д Розподіли зсувних напружень на ділянці кори, що складається з: (а) пісковикових порід потужністю - 12 км і довжині відрізка розвантаження - 5 км; (б) пісковикових порід потужністю - 12 км і довжині відрізка розвантаження - 20 км; (в) пісковикових порід потужністю - 9 км і довжині відрізка розвантаження - 5 км; (г) тріщинуватих пісковикових порід потужністю - 9 км і довжині відрізка розвантаження - 5 км; (д) пухких пісковикових порід потужністю - 9 км і довжині відрізка розвантаження - 5 км.

Аналіз отриманих результатів показує, що поле зсувних напружень, яке виникає на ділянці кори у вогнищі землетрусу, залежить від довжини відрізка розвантаження, товщини і складу кори та ступеню тріщинуватості порід. Максимальні напруження виникають у розломній області по обох сторонах від заблокованої ділянки, в якій відбулось сейсмогенне переміщення порід. Найменші напруження характерні для серединної зони землетрусу, де відбулася пружна розрядка. У випадку монолітних порід картина розподілу зсувних напружень має приблизно однаковий характер. З ростом тріщинуватості порід якісна картина змінюється. При цьому напруження зменшуються по амплітуді, з'являються їх нерегулярні сплески, кількість яких зростає по мірі збільшення ступеню тріщинуватості порід.

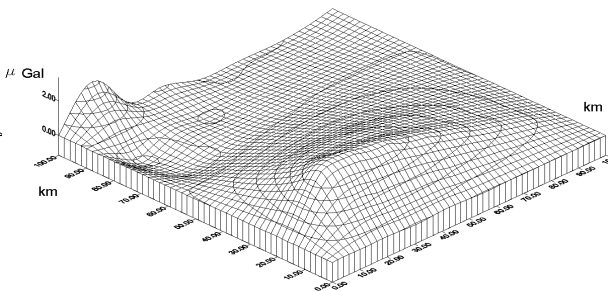
У цей час добре відомим фактом є тісна кореляція між наземними гравітаційними вимірами і вимірами вертикальних переміщень земної поверхні. У ряді випадків між масивами таких даних може бути встановлена прямо пропорційна залежність (див. § 5.4). Таким чином, даний факт дозволяє визначити розподіл аномального гравітаційного поля навколо вогнища землетрусу на основі поля вертикальних переміщень у заданій області. Це поле у свою чергу може бути отримане на основі представленої вище варіаційної скінчено-елементної методики.

На рис. 6.4.3 а - д представлені розподіли аномального гравітаційного поля, яке викликано деформуванням розглянутої ділянки кори у вогнищі землетрусу в мГал. Рис. 6.4.3 а відповідає розподілу аномального гравітаційного поля на ділянці кори, що складається з шару піщаників завтовшки 2 км, шару гранітоїдів 16 км, шару базальтоїдів 2 км і довжині відрізка розвантаження 5 км. Рис. 6.4.3 б - аналогічному геологічному складу ділянки кори і довжині відрізка розвантаження 20 км. Рис. 6.4.3 в - розподілу аномального гравітаційного поля на ділянці кори,

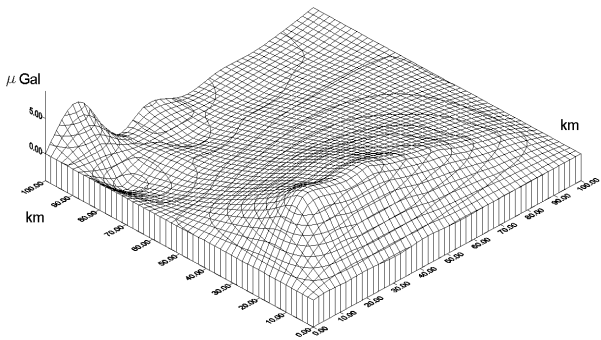
що складається з піщаників товщиною - 10 км, гранітоїдів 5 км, базальтоїдів 5 км і довжині відрізка розвантаження 5 км. Рис. 6.4.3 г - розподілу аномального гравітаційного поля на ділянці кори, що складається з тріщинуватих пісковикових порід потужністю 9 км і довжині відрізка розвантаження 20 км. Рис. 6.4.3 д відповідає розподілу аномального гравітаційного поля на ділянці кори, що складається з пухких пісковикових порід потужністю 9 км і довжині відрізка розвантаження 20 км.



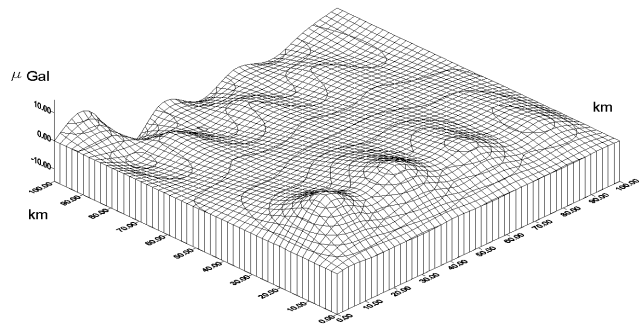
а



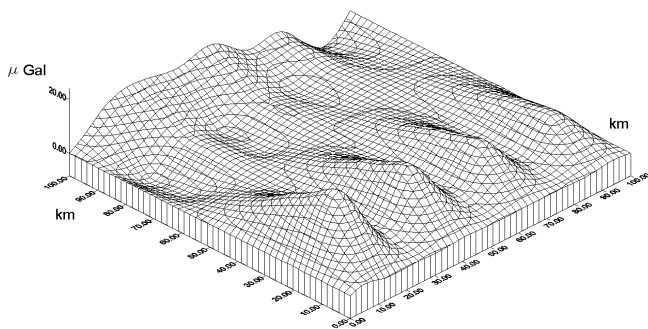
б



в



г



д

Рис. 6.4.3 а, б, в, г, д Розподіли аномального гравітаційного поля на ділянці кори, що складається з: (а) шару піщаників завтовшки 2 км, гранітоїдів 16 км, базальтоїдів 2 км і довжині відрізка розвантаження 5 км; (б) шару піщаників 2 км, гранітоїдів 16 км, базальтоїдів 2 км і довжині відрізка розвантаження 20 км; (в) шару піщаників 10 км, гранітоїдів 5 км, базальтоїдів 5 км і довжині відрізка розвантаження 5 км; (г) тріщинуватих пісковикових порід потужністю 9 км і довжині відрізка розвантаження 20 км; (д) пухких пісковикових порід потужністю 9 км і довжині відрізка розвантаження 20 км.

Отримані результати показують, що розподіл аномального гравітаційного поля в зоні вогнища землетрусу має характерну картину, по одну сторону від вогнища - область збільшення поля, по іншу сторону - область зниження поля. При цьому характер розподілу аномального гравітаційного залежить від товщини кори і складу порід в неї і менше залежить від довжини відрізка розвантаження. Збільшення частини пісковикових порід приводить до росту амплітуди аномального гравітаційного поля. У той же час, збільшення ступеню тріщинуватості порід приводить не тільки до зростання амплітуд, але і до зміни якісної картини розподілу аномального гравітаційного поля в зоні вогнища землетрусу. Для нової картини характерна поява локальних областей максимуму та мінімуму аномального гравітаційного поля. По мірі збільшення ступеню тріщинуватості порід, такі області перепадів стають більш яскраво вираженими. Повний аналіз результатів моделювання показує, що на ділянці кори в зоні вогнища землетрусу можуть бути виявлені деякі загальні характерні риси напружено-деформованого стану і розподілу аномального гравітаційного поля. У випадку монолітного складу геологічних порід, характерні картини розподілу зсувних переміщень, напружень і аномального гравітаційного поля мають схожий характер, мало залежать від товщини пружної частини літосфери, її геологічного складу і лінійних розмірів вогнища землетрусу. У той же час, збільшення ступеню тріщинуватості порід призводить не тільки до різкої зміни кількісних залежностей у картинах розподілу зазначених полів, але також і до їх якісних змін. Для таких картин характерна поява нерегулярних областей максимумів та мінімумів, кількість яких зростає по мірі збільшення ступеню тріщинуватості порід.

§ 6.5 Процес зміни нахилів земної поверхні у зонах активних розломів

Проблеми вивчення повільних рухів земної кори в зонах активних розломів давно притягують увагу дослідників. Це пов'язано не тільки з теоретичним інтересом до вивчення закономірностей сучасних тектонічних рухів у земній корі, але і з питаннями прикладного характеру. Наприклад з питаннями видобутку вуглеводневої сировини, запаси якої накопичуються в зонах активних розломів осадових басейнів [41]. З питаннями розміщення та побудови великомасштабних технічних споруд. З іншого боку в динаміці земної кори відображаються процеси накопичення напружень у пружній літосфері і відповідно процеси підготовки землетрусів. Володіючи відповідною інформацією, можна встановлювати прогностичні оцінки землетрусів.

Одним з перспективних геофізичних методів, який може дати повне і надійне уявлення про сучасний рух земної кори в зонах активних розломно-блокових рухів, є нахиломірний метод [13]. Цей метод, шляхом неперервної реєстрації нахилів на даній ділянці земної поверхні, дозволяє за відносно короткий термін спостережень отримати важливу інформацію відносно природи тектонічних процесів, котрі відбуваються у верхній літосфері [12, 13]. Так систематичні дослідження повільних рухів земної кори на основі нахиломірів О. Є. Островського з фотоелектричним перетворювачем проводились на ділянках багатьох великих споруд, наприклад, гідроелектростанцій: Саяно-Шушенської, Інгурської, Зейської, Токтогульської та інших [10]. Теоретичні та експериментальні дослідження поведінки нахилів земної поверхні або в термінології засновника сучасної геотектоніки і тектонофізики М.В. Гзовського “градієнтів швидкості тектонічних рухів” у зонах розломно-блокових структур представлені в роботах цього автора [32, 33], а також у роботах його учнів: Григор'єва, Михайлової, Ребецького, Шахмуратової та інших [44, 45]. Гзовський пов'язував середню для тривалого проміжку часу швидкість змінювання нахилів земної поверхні з середньою швидкістю деформації в околиці активного розлому, яка у свою чергу визначає величину максимальних дотичних напружень у розглянутому елементі об'єму всередині кори:

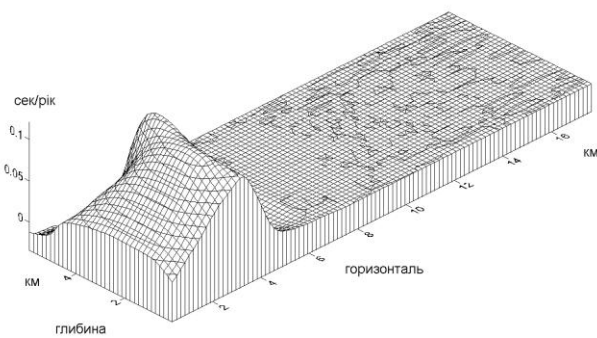
$$\tau_{\max} = \eta_v \cdot D \approx \eta_v \Phi [\text{grad}W]_{\max} . \quad (6.5.1)$$

Де η_v - динамічна в'язкість, D - швидкість деформації, Φ - коефіцієнт пропорційності, $[\text{grad}W]_{\max}$ - максимальна швидкість зміни нахилів земної поверхні. Таким чином знання характеру зміни нахилів земної поверхні, дозволяє визначати характер зміни тектонічних деформацій та напружень.

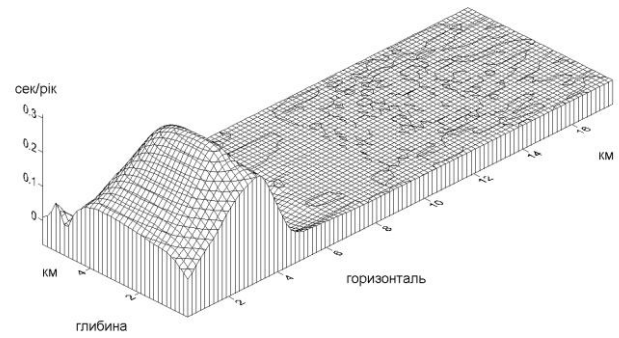
З іншого боку, незважаючи на досить велику кількість робіт присвячених питанням дослідження нахилів земної поверхні у зонах активних тектонічних подій досить актуальним залишається питання побудови реалістичних моделей поведінки нахилів земної поверхні з урахуванням кінематики руху блоків кристалічного фундаменту, а також реології надрозломних осадових товщ. Далі на основі варіаційної скінчено-елементної методики для в'язкопружного середовища, яка докладно описана у § 3.4, буде проведено моделювання процесів зміни нахилів в осадовому чохлах в околицях активних розломно-блокових рухів кристалічного фундаменту.

При моделюванні процесу зміни нахилів у зонах активних розломно-блокових рухів кристалічного фундаменту будемо розглядати симетричні відносно умовної середини активного блоку прямокутні фрагменти осадових порід 18 км у довжину та 6 км у глибину. При цьому, прилегла до осі симетрії горизонтальна ділянка підосви фрагменту довжиною 4 км (ця довжина визначає лінію розлому) занурюється з характерною швидкістю 1 см/рік [45, 84]. В той же час неактивна частина підосви та бокова границя фрагменту жорстко закріплені з навколишніми породами, верхня границя фрагменту вільна від навантажень. Розглянутий фрагмент осадових порід знаходиться під дією сили тяжіння. Розглянемо випадок несоленосних осадових порід, коли нижні 5 км осадових порід представлені піщаниками, а верхній шар завтовшки 1 км складається з глини. На рис. 6.5.1 а, б, в приведені розподіли швидкості змінювання нахилів у несоленосному осадовому шарі надрозломної зони при різних кутах руху активного блоку. Доволі часто зустрічається ситуація, коли розломно-блокові рухи сприяють утворенню в осадових чохлах соляних штоків [28, 73] (див. рис. 5.1.1). Розглянемо випадок со-

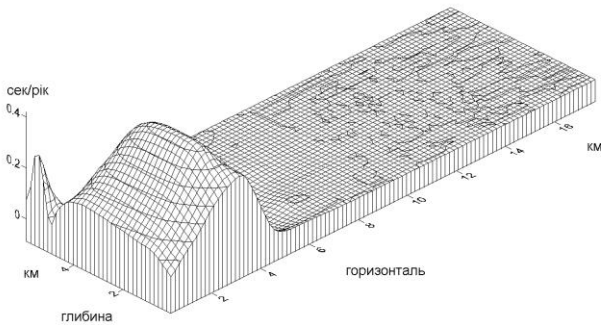
ляного штоку, вісь симетрії якого проходить через умовну середину активного блоку. При цьому: від 0 до 1 км розташовані глинисті породи; від 1 до 3 км у верхній вузькій частині штоку – кам'яна сіль, на периферії – піщаники; від 3 до 5 км у нижній широкій частині штоку (соляному ядрі) – кам'яна сіль, на периферії – піщаники; від 5 до 6 км розташовані піщаники. На рис. 6.5.2 а, б, в, г приведені швидкості змінювання нахилів у надрозломному осадовому шарі, який вміщує соляний шток, при його різних конфігураціях та різних кутах руху активного блоку. Далі розглянемо випадок наявності у надрозломному осадовому чохлах крупних відкладів кам'яної солі (соляних подушок) [28, 73]. При цьому: від 0 до 1 км розташовані глини; від 1 до 2 км – піщаники; від 2 до 5 км – відклади кам'яної солі; від 5 до 6 км – піщаники. На рис. 6.5.3 а, б, в приведені швидкості змінювання нахилів у надрозломному осадовому шарі, який вміщує соляну подушку, при різних кутах руху активного блоку. Механічні властивості указаних осадових геологічних порід приведені в § 5.2.



а



б



в

Рис. 6.5.1 а, б, в Розподіли швидкості змінювання нахилів у несоленосному осадовому чохлі надрозломної зони, при русі блоку зі швидкістю 1 см/рік під кутами до горизонту: а) $\beta = 90^\circ$; б) $\beta = 60^\circ$; в) $\beta = 30^\circ$.

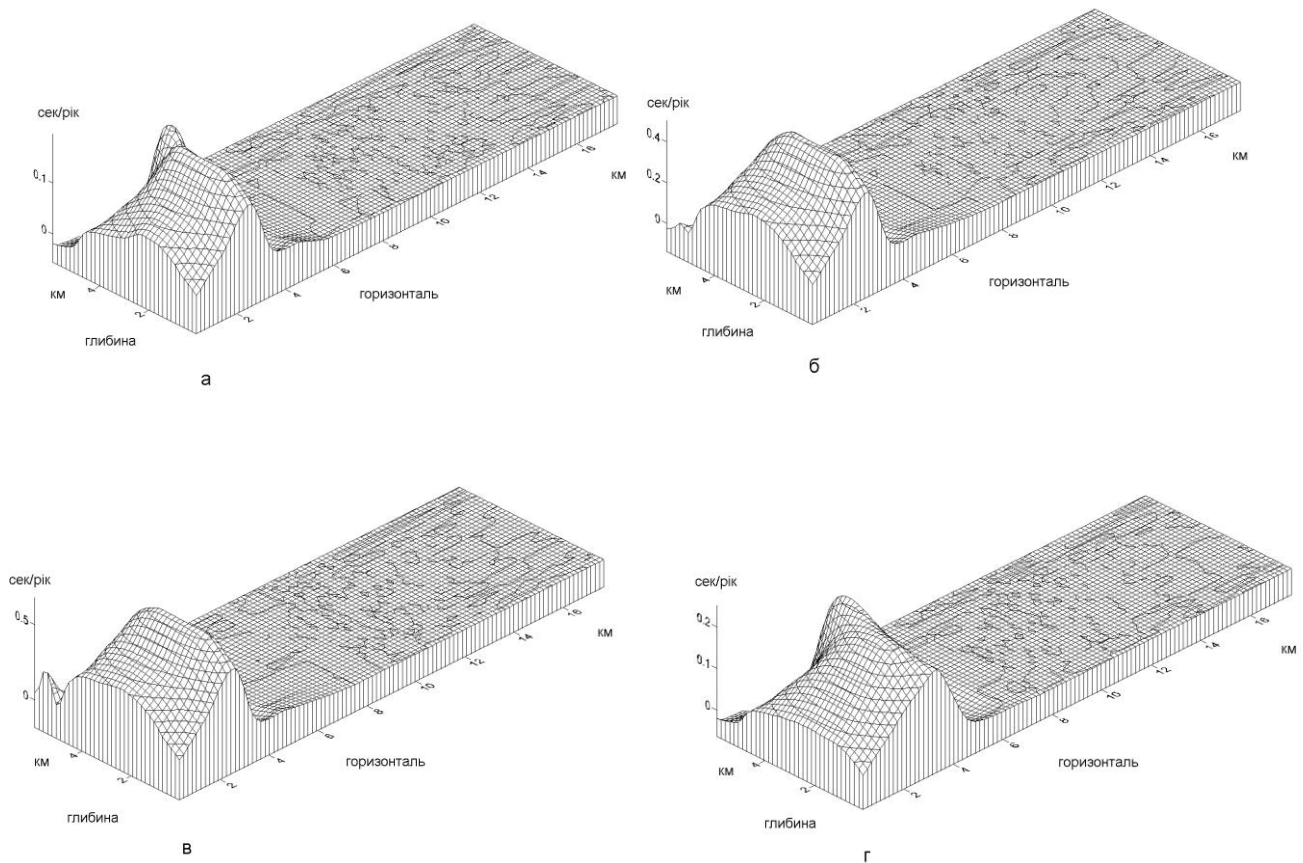


Рис. 6.5.2 а, б, в, г Розподіли швидкості змінювання нахилів у осадовому чохлі надрозломної зони, який вміщує соляний шток, при русі блоку зі швидкістю 1 см/рік, при різних кутах до горизонту та конфігураціях штоку: а) півширина верхньої частини штоку – 3 км, соляного ядра – 9 км, $\beta = 90^\circ$; б) півширина верхньої частини штоку – 3 км, соляного ядра – 9 км, $\beta = 60^\circ$; в) півширина верхньої частини штоку – 3 км, соляного ядра – 9 км, $\beta = 30^\circ$; г) півширина верхньої частини штоку – 6 км, соляного ядра – 9 км, $\beta = 90^\circ$.

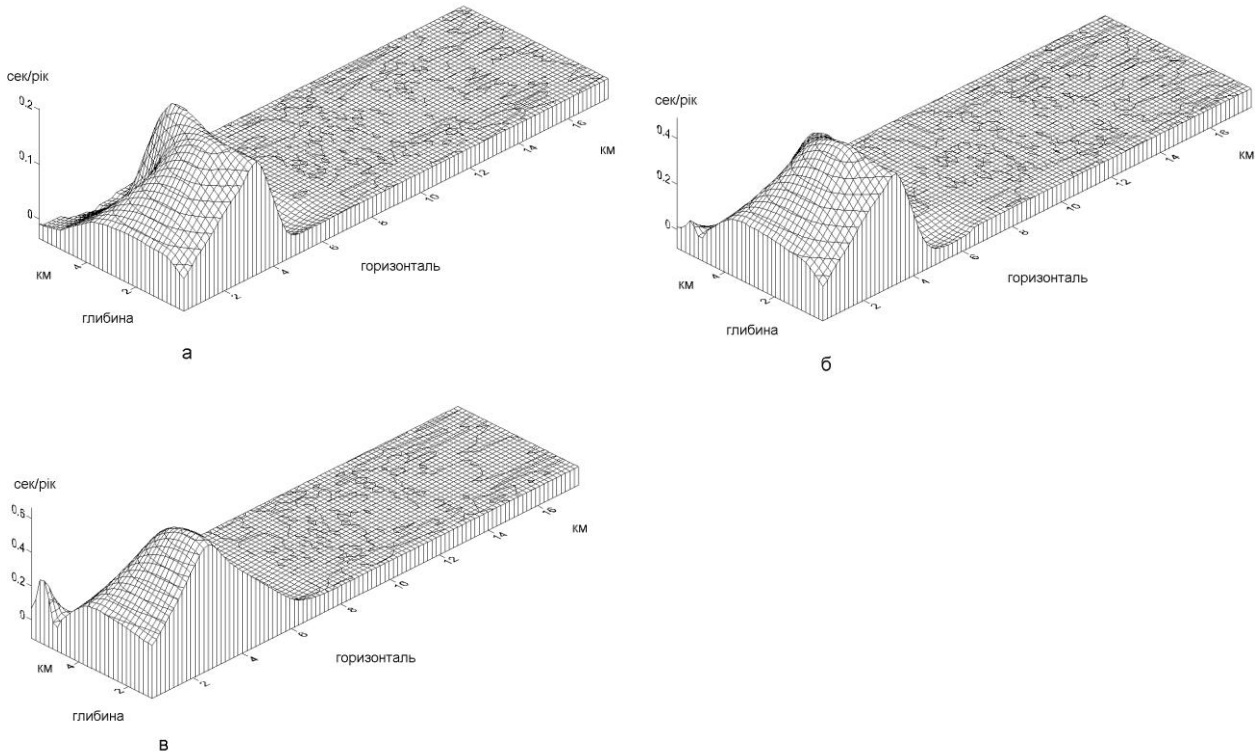


Рис. 6.5.3 а, б, в Розподіли швидкості змінювання нахилів у осадовому чохлі надрозломної зони, який вміщує соляну подушку, при русі блоку зі швидкістю 1 см/рік під кутами до горизонту: а) $\beta = 90^\circ$; б) $\beta = 60^\circ$; в) $\beta = 30^\circ$.

Аналіз отриманих результатів показує, що в усіх розглянутих випадках пік максимуму швидкості змінювання нахилів розташовується приблизно над зоною активного розлому, по мірі віддалення від лінії розлому відбувається затухання швидкості змінювання нахилів. В той же час область максимуму може переміщуватись у залежності від напрямку руху блоку і складу надрозломних осадових порід. Найбільші значення швидкості змінювання нахилів характерні для випадків найбільш пологого руху блоків кристалічного фундаменту та наявності найбільшої кількості соленосних порід у надрозломній зоні. Так при характерній швидкості руху блоку ~ 1 см/рік, у випадку наявності в надрозломному осадовому чохлі соляної подушки, максимальні значення швидкості змінювання нахилів досягають $\sim 0,6$ сек/рік. Наявність соляних штоків у надрозломній зоні приводить не тільки до збільшення швидкості змінювання нахилів, але і до помітного переміщення області максимуму відносно лінії розлому. Чим тонше структура соляного штоку, тим більші переміщення максимуму та менші абсолютні значення швидко-

сті змінювання нахилів. Найменші значення швидкості змінювання нахилів характерні для несоленосних осадових порід у надрозломній зоні. Таким чином загальний аналіз результатів чисельного моделювання процесу змінювання нахилів у осадовому шарі в околицях розломно-блокових рухів кристалічного фундаменту показує, що картина розподілу швидкості змінювання нахилів має достатньо схожий характер. Тут максимумами швидкості змінювання нахилів розташовуються приблизно над зоною активного розлому, по мірі віддалення від неї відбувається поступове затухання. Разом з тим абсолютні значення і форми розподілу швидкості змінювання нахилів залежать від швидкості і напрямку руху блоків кристалічного фундаменту, потужності, складу та солєносності надрозломних осадових порід. Збільшення швидкості та пологості руху блоків кристалічного фундаменту, зменшення потужності шару надрозломних осадових порід приводить до збільшення абсолютних значень швидкості змінювання нахилів. Наявність кам'яної солі у надрозломному осадовому шарі у вигляді соляних штоків або соляних подушок приводить не тільки до збільшення абсолютних значень швидкості змінювань нахилів, але і до зміщень області максимальних значень швидкості відносно лінії активного розлому. Отримані результати моделювання підтверджують існуюче положення про те, що нахили земної поверхні є важливою та ефективною характеристикою при дослідженні механічної поведінки розломно-блокових структур. Ці результати можуть бути використані для аналізу тектонічних процесів при розв'язанні різних практичних задач.

§ 6.6 Процес середньомасштабного складкоутворення в осадовому шарі земної кори

Складками називають деформації які виникають внаслідок геологічних процесів усередині земної кори і які змінюють кривизну структурних геоповерхонь в неї [33]. Утворення складок в породах земної кори може відбуватись у різних масштабах, починаючи від сантиметрів і закінчуючи сотнями кілометрів. Складки зустрічаються як в осадових, так і в метаморфічних породах. Утворення складок відбувається при різноманітних геотектонічних умовах, однак головним чином вони формуються під дією стискаючих субгоризонтальних геотектонічних сил [167]. Згідно Гзовському М. В. [33] різноманітність складок описується на основі трьох класифікацій: морфологічної, фізико-генетичної і геолого-генетичної. Морфологічна класифікація виявляє закономірності утворення складок визначеної форми. Фізико-генетична класифікація систематизує механізми формування складок на основі динаміки прикладених зовнішніх сил, з урахуванням реологічних властивостей деформуємих порід. Геолого-генетична класифікація описує причини появи сил, які утворюють складку, вказує місце розвитку складки в розрізі земної кори і визначає коло геологічних процесів, які можуть супроводжувати розвиток складки.

Вивчення процесів формування складок різних масштабів і зокрема середньомасштабних складок в осадовому шарі земної кори є необхідним елементом для розуміння багатьох важливих проблем регіональної геотектоніки, таких як проблеми формування та генезису соляних і несоляних локальних структур, проблеми видобутку корисних копалин локальних геологічних структур і багатьох інших проблем. Не випадково питанням середньомасштабного складкоутворення, особливо з точок зору морфологічної та геолого-генетичної класифікацій, присвячена велика кількість робіт [33, 45, 167, 175, 184, 206]. Вивчення складкоутворення з погляду фізико-генетичної класифікації, як було зазначено в роботі Гзовського М. В. [33], є порівняно новим напрямком досліджень. Але в цей час, у зв'язку з активним розвитком сучасних обчислювальних методів, уже існує ряд робіт, в яких

на основі різноманітних реологічних моделей було проведено дослідження процесів середньомасштабного складкоутворення під дією різних геотектонічних сил [293, 313, 322]. Однак у більшості цих робіт процеси складкоутворення описуються на основі досить ідеалізованих моделей, які можуть реалістично відображати лише окремі аспекти механічної поведінки складних геологічних структур. Тому залишається актуальним побудова фізико-генетичних моделей складкоутворення, зокрема середньомасштабних, які дають можливість порівняно адекватно описувати процеси складкоутворення в реальних локальних геоструктурах. Далі на основі квазістаціонарної в'язкопружної моделі, яка докладно описана в § 3.4, проведено моделювання процесів середньомасштабного складкоутворення в осадовому шарі земної кори. При моделюванні процесу складкоутворення в осадовому шарі земної кори будемо припускати, що в деформуванні бере участь весь осадовий шар, який знаходиться під впливом субгоризонтального стиснення. Будемо розглядати симетричні відносно умовної середини області локального стиску прямокутні фрагменти поперечного перерізу осадових порід. При цьому, бічна сторона фрагмента здійснює рух у субгоризонтальному напрямку з характерною швидкістю 1 см/рік [45, 84]. Також розглянутий фрагмент осадових порід знаходиться під впливом сили тяжіння. Розглянемо випадки соленосних і несолених осадових шарів різної будови і товщини, на які діють сили субгоризонтального геотектонічного стискання. Рис. 6.6.1 а відповідає процесу складкоутворення під дією стискаючих горизонтальних зусиль і такому розміщенню осадових порід: 1 км – глини, 3 км – піщаники, 1 км – вапняки, 1 км – доломіти; рис. 6.6.1 б – 1 км глини, 1 км – піщаники, 2 км – соляні подушки, 1 км – вапняки, 1 км – доломіти. Рис. 6.6.2 а відповідає випадку наявності малого соляного штоку: 1 км – глини, 3 км – сіль (напівширина 1 км), піщаники на периферії, 1 км – соляне ядро (напівширина 3 км), вапняки на периферії, 1 км – доломіти. Рис. 6.6.2 б – випадок наявності великого соляного штоку: 1 км – глини, 3 км – сіль (напівширина 2 км), піщаники на периферії, 1 км – соляне ядро (напівширина 4 км), вапняки на периферії, 1 км – доломіти. Рис. 6.6.3 характеризує процес складкоутворення в не-

соляному шарі осадових порід (структура відповідає рис. 6.6.1 а), під впливом стискаючих геотектонічних сил, напрямки яких відхиляються від горизонтального на кут: а) 30° , б) 60° . На рис. 6.6.4 а представлений процес складкоутворення під впливом стискаючих горизонтальних зусиль у потужному несоленосному осадовому шарі: 2 км - глини, 5 км - піщаники, 2 км - вапняки, 1 км - доломіти; рис. 6.6.4 б - у потужному соленосному осадовому шарі: 2 км - глини, 2 км - піщаники, 3 км - потужні соляні подушки, 2 км - вапняки, 1 км - доломіти. На рис. 6.6.5 а представлений процес складкоутворення під впливом стискаючих горизонтальних зусиль у тонкому несоленосному осадовому шарі: 1 км - глини, 2 км - піщаники; рис. 6.6.5 б - у пісковиковому шарі товщиною 3 км. Механічні властивості зазначених осадових геологічних порід представлені в § 5.1, 5.2.

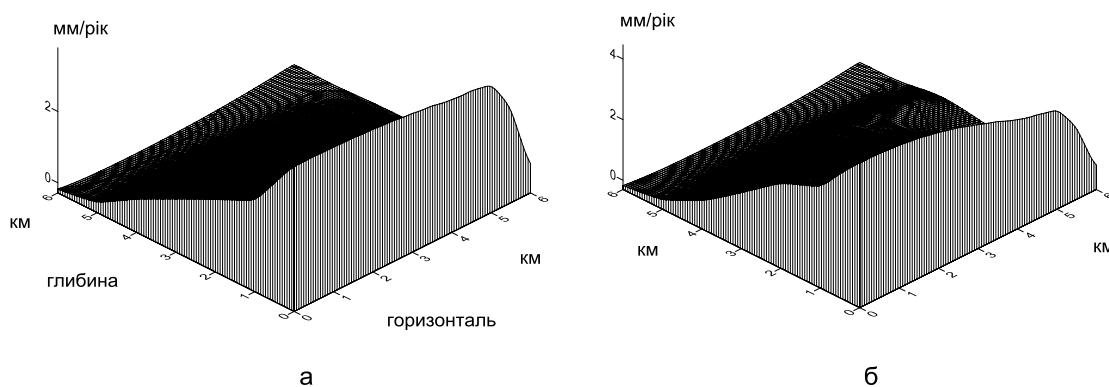


Рис. 6.6.1 а, б Розподіли швидкості росту складок у соленосних та несоленосних осадових пластах різного складу під дією стискаючих горизонтальних геотектонічних зусиль зі швидкістю 1 см/рік: а) 1 км – глини, 3 км – піщаники, 1 км – вапняки, 1 км - доломіти; б) 1 км - глини, 1 км – піщаники, 2 км – соляні подушки, 1 км – вапняки, 1 км – доломіти.

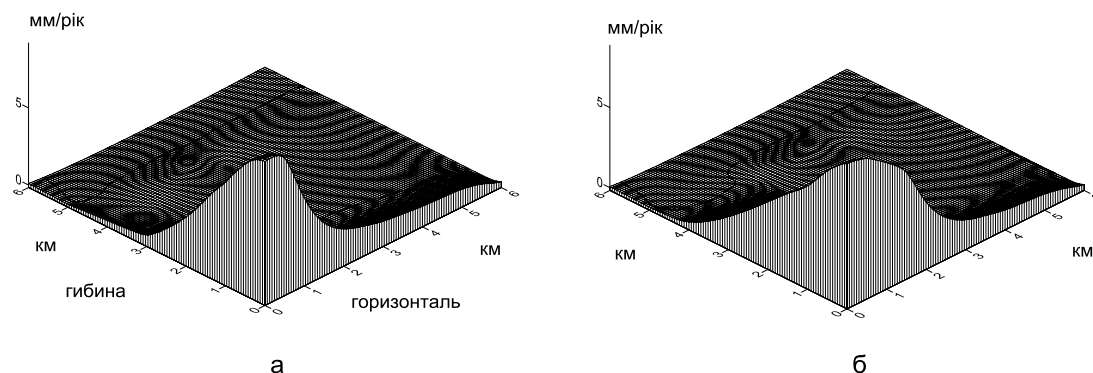


Рис. 6.6.2 а, б Розподіли швидкості росту складок у осадових пластах, які містять соляні штоки, під дією стискаючих горизонтальних геотектонічних зусиль зі швидкістю 1 см/рік: а) випадок наявності малого соляного штоку: 1 км – глини, 3 км – сіль (напівширина 1 км), піщаники на периферії, 1 км – соляне ядро (напівширина 3 км), вапняки на периферії, 1 км – доломіти; б) випадок наявності великого соляного штоку: 1 км – глини, 3 км – сіль (напівширина 2 км), піщаники на периферії, 1 км – соляне ядро (напівширина 4 км), вапняки на периферії, 1 км – доломіти.

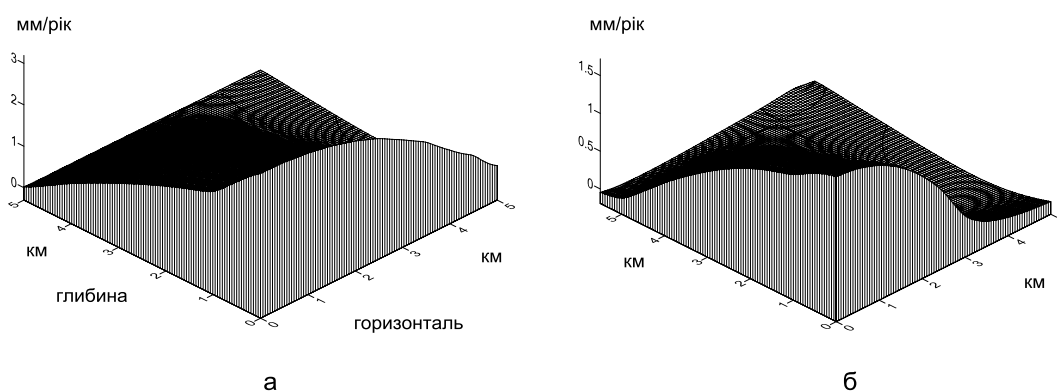


Рис. 6.6.3 а, б Розподіли швидкості росту складок у несоленосних осадових пластах (структура відповідає рис. 6.6.1 а) під впливом стискаючих геотектонічних сил зі швидкістю 1 см/рік, напрямки яких відхиляються від горизонтального на кут: а) 30° , б) 60° .

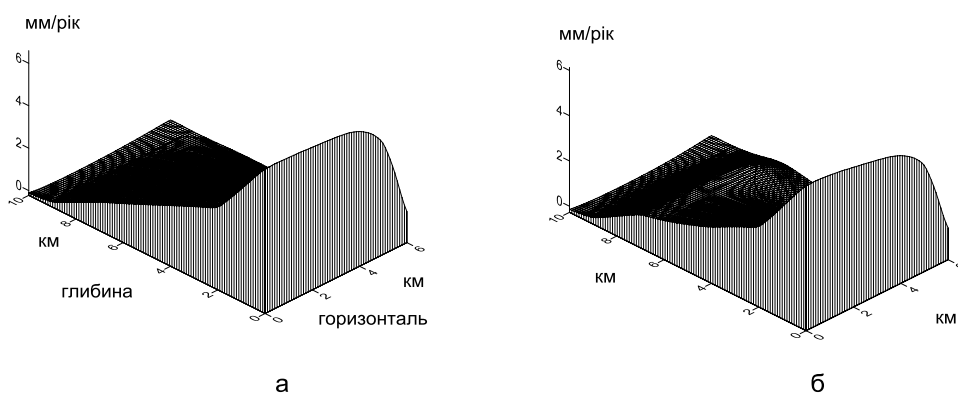


Рис. 6.6.4 а, б Розподіли швидкості росту складок у потужних несоленосних та соленосних осадових пластах під дією стискаючих горизонтальних геотектонічних зусиль зі швидкістю 1 см/рік: а) випадок у несоленосному осадовому шарі: 2 км - глини, 5 км - піщаники, 2 км - вапняки, 1 км - доломіти; б) у соленосному осадовому шарі: 2 км - глини, 2 км - піщаники, 3 км - потужні соляні подушки, 2 км - вапняки, 1 км - доломіти.

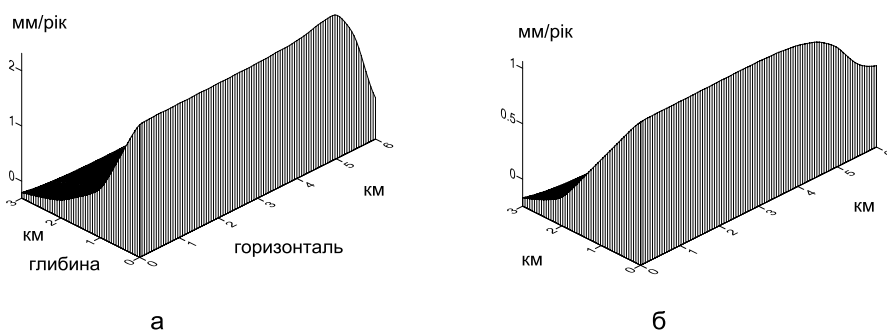


Рис. 6.6.5 а, б Розподіли швидкості росту складок у тонких несоленосних осадових пластах різного складу під дією стискаючих горизонтальних геотектонічних зусиль зі швидкістю 1 см/рік: а) випадок у тонкому осадовому шарі: 1 км - глини, 2 км - піщаники; б) у піщавиковому шарі товщиною 3 км.

Аналіз отриманих результатів показує, що процес середньомасштабного складкоутворення в осадовому шарі земної кори залежить від напрямку стискаючих субгоризонтальних геотектонічних сил, потужності осадового шару, а також від складу і солєності осадових товщ. Порівняння рис. 6.6.1 і 6.6.2 показує, що швидкість росту складок в осадовому шарі під впливом стискаючих горизонтальних зусиль визначається жорсткісними характеристиками, рівномірністю залягання і солєністю шарів. У випадку рівномірного залягання горизонтальних шарів осадових порід спостерігається рівномірний процес росту складок уздовж відповідних горизонтальних шарів. При цьому з ростом глибини простежується близьке до лінійного закону зменшення швидкості складкоутворення. Зменшення жорсткісних характеристик шарів і наявність солі приводять до пропорційного росту швидкості складкоутворення. При наявності соляних штоків в осадових шарах, якісна картина складкоутворення змінюється. У цьому випадку величина швидкості складкоутворення по горизонталі змінюється нелінійним чином, при цьому максимум швидкості приходить на центральну область соляного штоку. По мірі переміщення від центра соляного штоку, швидкість росту складок швидко зменшується. Процес складкоутворення в глибинному напрямку визначається потужністю ядра соляного штоку і помітно зменшується, по мірі росту глибини. Розміри областей інтенсивного складкоутворення тісно корелюють із розмірами соляного

штоку. Аналіз рис. 6.6.3 показує, що процес складкоутворення суттєво залежить від кута відхилення стискаючих субгоризонтальних геотетектонічних зусиль від горизонталі. При невеликих кутах відхилення спостерігається досить положистий ріст швидкості складкоутворення у бік центра локальної області стиснення. По мірі збільшення кута відхилення, процес складкоутворення локалізується в околиці центральної області стиснення і швидкість росту складок зменшується. У цьому випадку також спостерігається досить положисте зменшення швидкості росту складок вглибину. Аналіз рис. 6.6.4 і 6.6.5 показує, що збільшення потужності осадового шару при аналогічних умовах навантаження приводить до збільшення інтенсивності складкоутворення. При цьому вплив соленості шарів на процес складкоутворення зменшується. По мірі зменшення потужності осадового шару роль жорсткісних характеристик осадових порід зростає. Таким чином на основі моделювання процесу середньомасштабного складкоутворення в осадовому шарі земної кори під впливом стискаючих субгоризонтальних геотектонічних сил встановлено, що цей процес залежить від напрямку дії сил, потужності осадового шару, а також від складу і соленості осадових товщ. Відхилення стискаючих геотектонічних зусиль від горизонталі, призводить до локалізації процесу складкоутворення в околиці області стиснення і зменшенню швидкості росту складок. Збільшення товщини осадового шару при аналогічних умовах навантаження приводить до більш інтенсивного процесу складкоутворення в локальній структурі, при цьому загальний вплив жорсткісних властивостей осадових порід на цей процес зменшується. Зменшення індивідуальних жорсткісних характеристик осадових шарів, збільшення їх соленості також приводять до інтенсифікації процесу складкоутворення. Наявність соляних штоків призводить до різкого росту складок в околиці цих утворень. У всіх випадках процес складкоутворення лінійно зменшується з глибиною.

§ 6.7 Вплив руху кристалічних блоків різного напрямку на формування геоструктур

Проблеми формування і розвитку геоструктур в зонах дії активних розломно-блокових рухів різного напрямку давно притягують увагу дослідників. По-перше, це пов'язане з теоретичним інтересом до вивчення закономірностей тектонічних рухів різного напрямку в земній корі, які в свою чергу приводять до формування різноманітних геоструктурних комплексів. Розуміння таких закономірностей є ключовим моментом для розв'язання багатьох важливих проблем сучасної геотектоніки, зокрема, проблем регіональної геотектоніки, проблем сучасних рухів земної кори, проблем складкоутворення, геоморфології та багатьох інших проблем. По-друге, тут присутні важливі прикладні моменти розглянутої проблеми. Наприклад, пов'язані з видобутком вуглеводневої сировини, запаси якої накопичуються в зонах дії активних різноспрямованих розломно-блокових рухів в осадових басейнах [41]. З питаннями розміщення та будівництва великомасштабних народногосподарських об'єктів в зонах тектонічної активності. З іншого боку, в різноспрямованій динаміці земної поверхні відображаються процеси накопичення пружної енергії у верхніх шарах літосфери і відповідно процеси підготовки землетрусів. Проблемам формування і розвитку геоструктур в зонах активних розломно-блокових рухів і пов'язаним з ними проблемам геоморфології присвячено багато робіт [51, 71, 141, 167, 172, 175]. Зокрема, значний внесок у розвиток методів фізичного та чисельного моделювання процесів формування і розвитку геоструктур під впливом активних розломно-блокових рухів кристалічного фундаменту був зроблений групою дослідників під керівництвом Гзовського М. В. [33, 44, 45]. Однак, незважаючи на велику кількість робіт присвячених цим питанням, в силу складності та неоднозначності розглянутих процесів (надрозломний шар осадових порід є неоднорідним як по геологічному складу, так і в плані реологічної поведінки), актуальним залишається побудова і реалізація відповідних математичних моделей. Далі на основі тривимірної квазістаціонарної в'язкопружної моделі в наближенні шаруватих ортотропних оболонок, яка док-

ладно представлена в § 3.5, проводиться моделювання механічної поведінки неоднорідного надрозломного осадового чохла під дією різноспрямованих блокових рухів кристалічного фундаменту.

Розглянемо механічну поведінку тришарового в'язкопружного півпростору, що складається з осадових порід, під дією руху різноспрямованих блоків кристалічного фундаменту та сили тяжіння. Виберемо середній характерний для багатьох осадових басейнів, склад осадових порід. Припустимо, що верхній шар складається з глинистих порід, середній шар – піщаників, нижній шар - вапнякових порід. На основі даних робіт [45, 167] введемо для глинистих, пісковикових і вапнякових порід відповідні механічні властивості: густина: 2300, 2400, 2500 (кг/м³); модуль Юнга: 3.0, 3.5, 7.0 ($\cdot 10^{10}$ Па); коефіцієнт Пуассона: 0.10, 0.25, 0.275; динамічна в'язкість: 10^7 , $1.4 \cdot 10^{20}$, $2.56 \cdot 10^{20}$ (Па·сек). Будемо розглядати умовні квадратні ділянки земної поверхні з розмірами 100 на 100 км, усередині сторін яких діють активні блоки з лінійними розмірами 20 км. Припустимо, що блоки здійснюють рухи з характерною швидкістю 1 см/рік [44, 85], і розглянутий фрагмент осадових порід знаходиться під впливом сили тяжіння. Розглянемо вертикальні та субгоризонтальні рухи блоків кристалічного фундаменту при різній потужності осадового чохла і пухкості осадових порід, яка приводить до ослаблення пружних властивостей порід у горизонтальних напрямках [158]. Рис. 6.7.1 а відповідає процесу підняття ділянки під дією 4 блоків, що рухаються вертикально вгору і наступному складу осадових порід: 2 км – глини, 6 км – піщаники, 2 км – вапняки; рис. 6.7.1 б – процесу опускання ділянки під дією 4 блоків; рис. 6.7.1 в – блоки на суміжних сторонах попарно рухаються в протилежних напрямках; рис. 6.7.1 г – блоки на 3 сторонах площадки рухаються вертикально вгору, а блок, що залишився, рухається вниз. Рис. 6.7.2 а відповідає аналогічному складу осадових порід і випадку, коли блок здійснює насування в горизонтальному напрямку; рис. 6.7.2 б – блок здійснює скидний рух у горизонтальному напрямку; рис. 6.7.2 в – блок здійснює лівосторонній зсув; рис. 6.7.2 г – правосторонній зсув. Рис. 6.7.3 а відповідає такому ж складу осадових порід і випадку, коли блок здійснює насування

під кутом 45° до горизонталі; рис. 6.7.3 б - блок здійснює скидний рух під кутом 45° до горизонталі. Рис. 6.7.4 а відповідає випадку коли блок здійснює насунання в горизонтальному напрямку і такому складі осадових порід: 1 км - глини, 4 км - пухкі піщаники, 1 км - вапняки (при цьому пружні властивості піщаників ослаблені в горизонтальному напрямку в 10 разів); рис. 6.7.4 б відповідає такому ж складу осадових порід і скидному руху блока в горизонтальному напрямку.

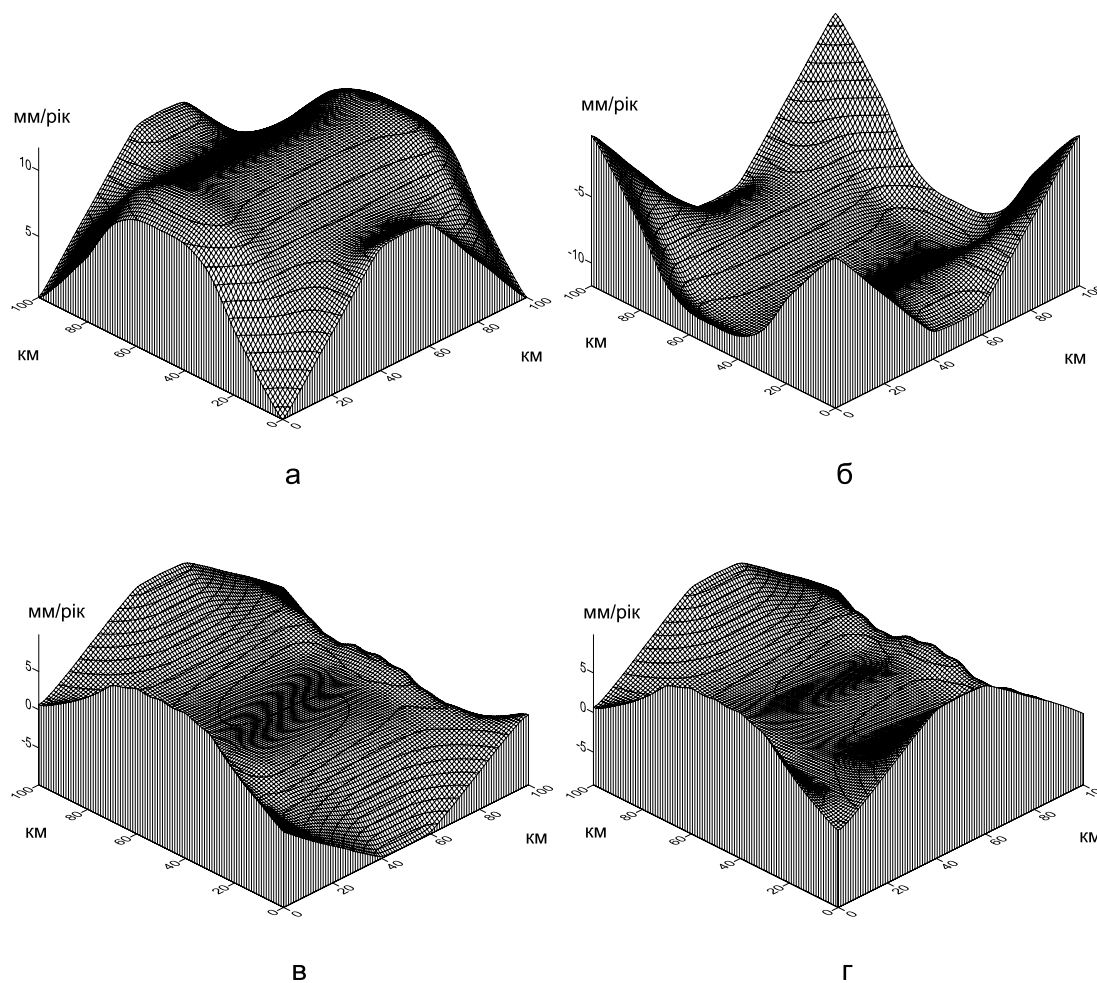


Рис. 6.7.1 а, б, в, г Розподіли швидкостей на поверхні осадового шару (в складі: 2 км – глини, 6 км – піщаники, 2 км – вапняки) під впливом різноспрямованих вертикальних блокових рухів кристалічного фундаменту: а) випадок процесу підняття ділянки під дією 4 блоків, що рухаються вертикально вгору зі швидкістю 1 см/рік; б) випадок процесу опускання ділянки під дією 4 блоків зі швидкістю 1 см/рік; в) блоки на суміжних сторонах попарно рухаються в протилежних напрямках зі швидкістю 1 см/рік; г) блоки на 3 сторонах площадки рухаються вертикально вгору, а блок, що залишився, рухається униз зі швидкістю 1 см/рік.

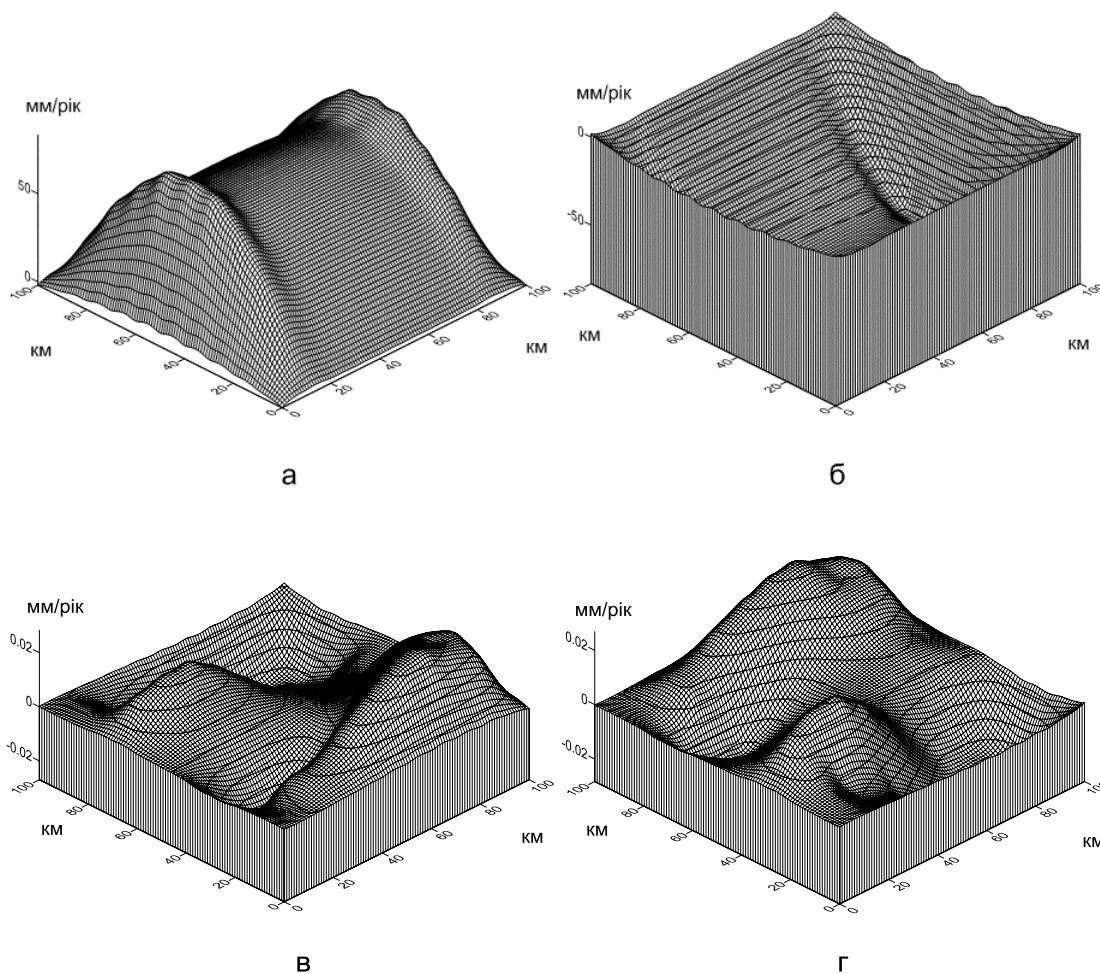


Рис. 6.7.2 а, б, в, г Розподіли швидкостей на поверхні осадового шару (склад відповідає рис. 6.7.1) під впливом різноспрямованих горизонтальних блокових рухів кристалічного фундаменту: а) випадок, коли блок здійснює насування в горизонтальному напрямку зі швидкістю 1 см/рік; б) блок здійснює скидний рух у горизонтальному напрямку зі швидкістю 1 см/рік; в) блок здійснює лівосторонній зсув зі швидкістю 1 см/рік; г) – правосторонній зсув зі швидкістю 1 см/рік.

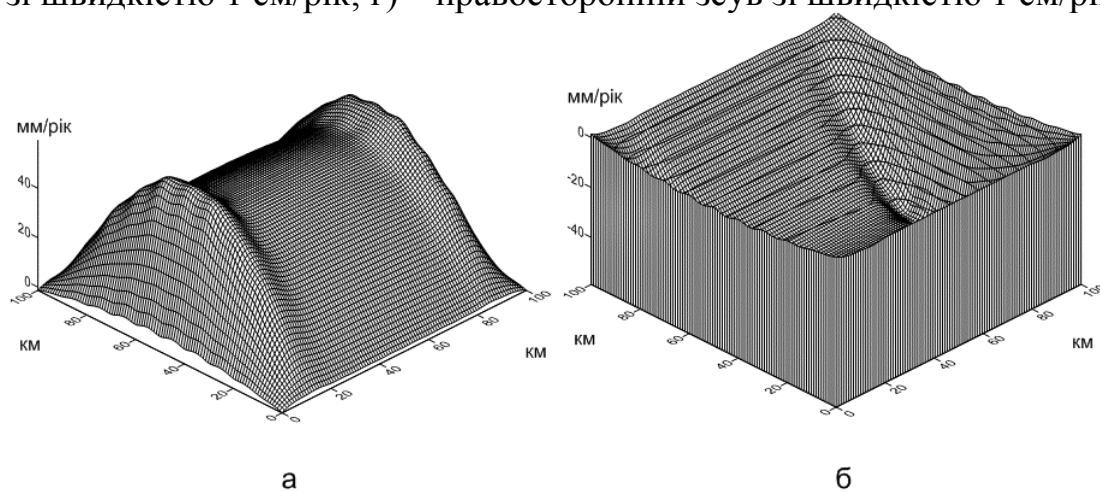


Рис. 6.7.3 а, б Розподіли швидкості на поверхні осадового шару (склад відповідає рис. 6.7.1) під впливом блокових рухів кристалічного фундаменту: а) випадок,

коли блок здійснює насування під кутом 45° до горизонталі зі швидкістю 1 см/рік;
 б) блок здійснює скидний рух під кутом 45° до горизонталі зі швидкістю 1 см/рік.

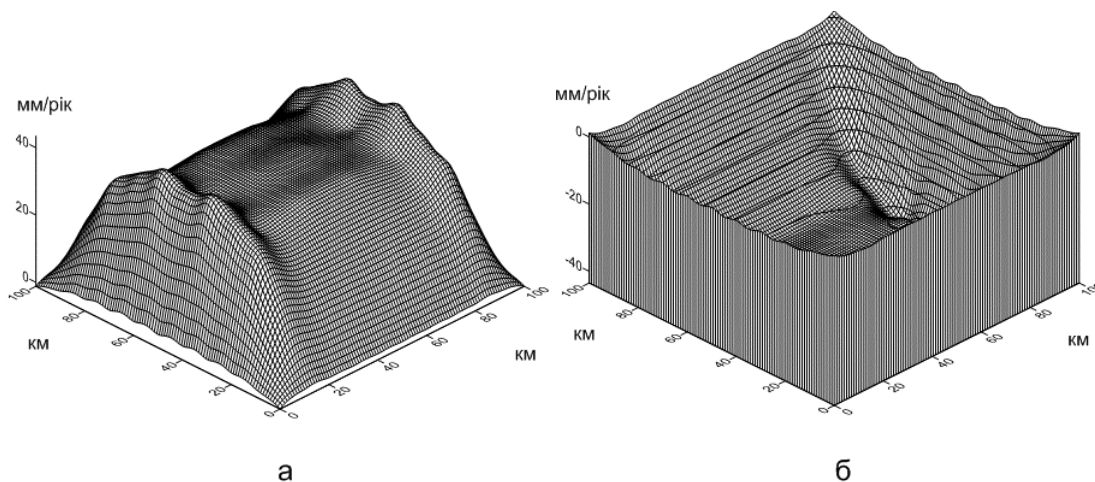


Рис. 6.7.4 а, б Розподіли швидкості на поверхні пухкого осадового шару малої потужності (1 км - глини, 4 км - пухкі піщаники, 1 км – вапняки, при цьому пружні властивості піщаників ослаблені в горизонтальному напрямку в 10 разів), під впливом різноспрямованих горизонтальних блокових рухів кристалічного фундаменту: а) випадок, коли блок здійснює насування в горизонтальному напрямку зі швидкістю 1 см/рік; б) блок здійснює скидний рух у горизонтальному напрямку зі швидкістю 1 см/рік.

Аналіз отриманих результатів показує, що процес формування геоструктур суттєво залежить від напрямків руху блоків кристалічного фундаменту, а також від потужності, складу і пухкості надрозломних осадових товщ. З рис. 6.7.1 видно, що вертикальні рухи активних блоків приводять до пропорційних локальних змін рівнів земної поверхні. У випадку односпрямованого руху блоків (рис. 6.7.1 а, б), швидкості підняття і опускань земної поверхні найбільші. У випадку протилежно спрямованих рухів (рис. 6.7.1 в, г), має місце взаємна компенсація і швидкості руху земної поверхні зменшуються. З рис. 6.7.2 і 6.7.3 слідує, що субгоризонтальні рухи активних блоків, на відміну від вертикальних, впливають на більші області земної поверхні. При цьому найбільш активний вплив здійснюють насувні (рис. 6.7.2 а) і скидові рухи (рис. 6.7.2 б). Зсувні рухи блоків (рис. 6.7.2 в, г) практично не приводять до змінювання рівнів земної поверхні. Відхилення скидових і насувних рухів блоків від горизонтального напрямку (рис. 6.7.3) приводять до зменшення швидкостей відповідних підняття і опускань. У випадку вертикальних ру-

хів блоків потужність осадового шару, склад і пухкість мало впливають на швидкості зміни рівнів земної поверхні. У випадку субгоризонтальних рухів блоків (рис. 6.7.4), ослаблення потужності осадового чохла, збільшення його пухкості призводять до зниження швидкостей відповідних опускань і підняттяв земної поверхні. Таким чином на основі моделювання процесу формування геоструктур під впливом різноспрямованих блоків кристалічного фундаменту встановлено, що цей процес суттєво залежить від напрямку рухів блоків, а також від потужності, складу і пухкості осадових товщ. Вертикальні рухи активних блоків приводять до пропорційних локальних змін рівнів земної поверхні. У випадку односпрямованого руху блоків швидкості підняттяв і опускань земної поверхні найбільші. У випадку протилежно спрямованих рухів має місце взаємна компенсація і швидкості рухів земної поверхні зменшуються. Субгоризонтальні рухи активних блоків, на відміну від вертикальних, впливають на більші області земної поверхні. При цьому найбільш активний вплив здійснюють насувні та скидові рухи. Зсувні рухи блоків практично не впливають на змінювання рівнів земної поверхні. Відхилення скидних і насувних рухів блоків від горизонтального напрямку призводять до зменшення швидкостей відповідних підняттяв і опускань. У випадку вертикальних рухів блоків потужність осадового шару, його склад і пухкість мало впливають на швидкості змінювання рівнів земної поверхні. У випадку субгоризонтальних рухів блоків, ослаблення потужності осадового чохла, збільшення його пухкості призводять до зниження швидкостей відповідних підняттяв і опускань земної поверхні.

Розділ 7. Дослідження плитних та внутрішньоплитних геотектонічних процесів

В данному розділі на основі представленої варіаційної скінчено-елементної методики розв'язані нові задачі про плитні та внутрішньоплитні геотектонічні процеси. Визначені особливості напружено-деформованого стану океанічних літосферних плит в процесі їх згину; особливості процесу деформування океанічних літосферних плит різного типу в зоні субдукції; особливості процесу великомасштабного складкоутворення в осадовому шарі земної кори.

§ 7.1 Напружено-деформований стан океанічних літосферних плит у процесі їх згину

В наш час добре відомо, що верхня оболонка Землі розділена на ряд тонких пружних складових частин (літосферних плит), які рухаються одна відносно іншої зі швидкостями порядку декількох сантиметрів за рік. І незважаючи на незначність цих швидкостей, основна частина сейсмічних, вулканічних і орогенних процесів відбувається саме на границях літосферних плит [330]. Важливою характеристикою літосферних плит є їх висока жорсткість, що дозволяє їм зберігати свої пружні властивості (витримувати навантаження і передавати пружні напруження) протягом тривалих періодів часу до 10^9 років [167, 175, 330]. Під океанічними басейнами товщина літосфери може досягати 100 км, під континентами вона може бути вдвічі товще. Однак не вся літосфера в цілому є чисто пружною. Тільки приблизно її верхня половина зберігає пружність протягом геологічних інтервалів часу. У нижній більш гарячій літосфері процеси тв'рдотільної повзучості можуть приводити до релаксації пружних напружень. Однак і непружна літосфера є складовою частиною літосферних плит [52, 167, 175]. В реальних геологічних умовах деформаційні процеси в літосфері Землі відбуваються протягом багатьох мільйонів років з дуже повільними швидкостями, які складно моделювати в лабораторних умовах. Причому в ході еволюції можуть змінюватися, як умови навантаження так і термодинамічний стан середовища, що буде приводити до змінювання механізмів деформування. Однак, з погляду на достатньо високу в'язкість літосфери (перidotіти і олівіни, які в основному складають літосферу мають середню

в'язкість $\sim 10^{23}$ Па·с [242, 300]), її реакцію на навантаження, які утворюються багатьма геологічними процесами, у першому наближенні можна вважати пружною. Тому при моделюванні спиратимемося на пружну модель, тим більш, що ця модель може бути легко поширена на більш загальний – в'язко-пружний випадок.

Незважаючи на те, що проблема тектоніки плит є достатньо вивченою, до сих пір залишається багато питань, які пов'язані з деформуванням літосферних плит. Окремо залишаються питання, відносно згінного деформування океанічних літосферних плит в тривимірному наближенні. Далі на основі варіаційної скінчено-елементної методики для розрахунку пружних оболонок з урахуванням зсувної жорсткості, яка докладно представлена в § 6.4, буде проведено моделювання напружено-деформованого стану океанічних літосферних плит в процесі їх згінного деформування. Розглянемо деякі важливі для розуміння тектоніки плит випадки: вигин океанічної літосфери під дією ваги ланцюга островів і згінне деформування океанічної літосфери в зоні субдукції. При моделюванні згінного деформування океанічних літосферних плит під дією ваги островів необхідно враховувати гідростатичну силу, яка обумовлена витисненням літосферою важких порід мантії. В океанічному регіоні простір, що утворюється в результаті опускання літосфери, заповнюється водою. Таким чином у випадку океанічної літосфери на одиничну горизонтальну площу основи літосфери діє гідростатичне навантаження: $q_0 = (\rho_m - \rho_w)gw$ [167, 300]. Тут ρ_m , ρ_w – густини мантії та води відповідно; g – прискорення сили тяжіння; w – глибина занурення літосфери. В якості пружних властивостей океанічних літосферних плит виберемо пружні параметри характерні для олівіну: $E_0 = 2 \cdot 10^{11}$ Па, $\nu_0 = 0,24$ [167]. Розглянемо вигин океанічної літосферної плити середнього віку товщиною 80 км, з поперечними розміром 10^3 км і поздовжнім $2 \cdot 10^3$ км, під дією ваги ланцюга островів шириною в 200 км, який простягається вздовж осі симетрії плити в поздовжньому напрямі. Будемо припускати, що розглянутий ланцюг утворює розподілене поверхневе навантаження рівне 0,1 ГПа (згідно даним для Гавайських островів [167, 300]). В силу симетрії деформування плити, при моделюванні обмежимося розглядом її чверті. На рис. 7.1.1 – 7.1.3

представлені розподіли вертикальних переміщень серединної поверхні, розглянутого фрагменту літосферної плити, які виникають при її вигині. Рис. 7.1.1 відповідає вигину плити без урахування гідростатичної сили виштовхування, рис. 7.1.2 - вигину плити з урахуванням цієї сили, рис. 7.1.3 - випадок, коли вздовж осі симетрії ланцюгової дуги має місце розлом літосфери і врахована гідростатична сила. На рис. 7.1.4 представлено розподіл напружень згину усередині плити при відсутності розлому і з урахуванням гідростатичного виштовхування.

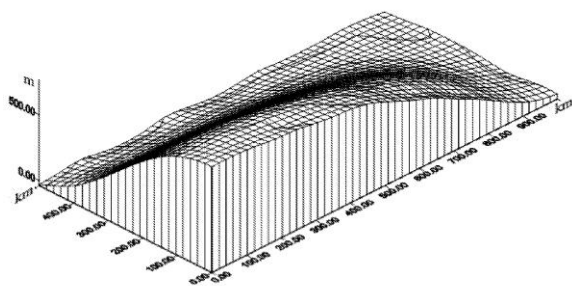


Рис. 7.1.1 Вертикальні переміщення серединної поверхні симетричного фрагменту пружної плити товщиною 80 км під дією ваги ланцюга островів (при розподіленому поверхневому навантаженні 0,1 ГПа) без урахування гідростатичної сили.

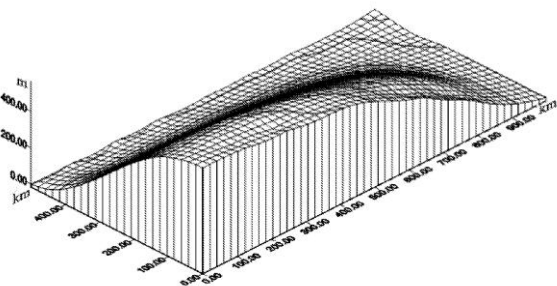


Рис. 7.1.2 Вертикальні переміщення серединної поверхні симетричного фрагменту пружної плити товщиною 80 км під дією ваги ланцюга островів (при розподіленому поверхневому навантаженні 0,1 ГПа) з урахуванням гідростатичної сили.

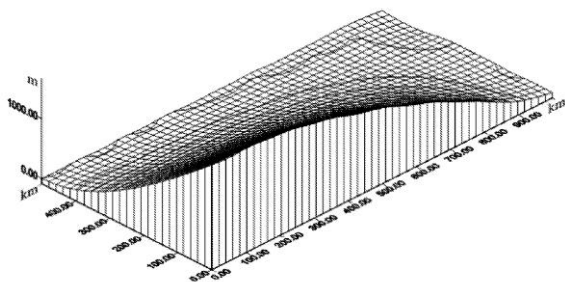


Рис. 7.1.3 Вертикальні переміщення серединної поверхні симетричного фрагменту пружної плити товщиною 80 км під дією ваги ланцюга островів (розподілене поверхневе навантаження рівне 0,1 ГПа) при наявності розлому та з урахуванням гідростатичного виштовхування.

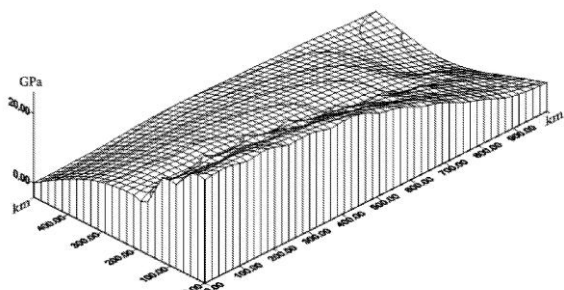


Рис. 7.1.4 Напруження згину усередині симетричного фрагменту пружної плити товщиною 80 км, що виникають під дією ваги ланцюга островів (при розподіленому поверхневому навантаженні 0,1 ГПа) з урахуванням гідростатичного виштовхування.

Аналіз рисунків показує, що вплив гідростатичного виштовхування плити призводить до значного скорочення прогину плити (в даному випадку, приблизно на третину). В той же час наявність осевого розлому уздовж острівної дуги призводить до суттєвого збільшення прогину (в даному випадку, більш ніж у два рази). Ця інформація приблизно співпадає з даними отриманими на основі моделі для пружної пластини, які представлені в роботі Turcotte, Schubert [330]. З іншого боку дані рефракції сейсмічних хвиль показують [330], що границя Мохо під центральною частиною Гавайських островів, де має місце вулканічний розлом, просідає вниз приблизно на 10 км. Це дуже велика величина в порівнянні з максимальним прогином плити $\sim 1,5$ км, приведеним на рис. 7.1.3, незважаючи на те що товщина літосфери під Гавайями оцінюється лише в 34 км [330]. Виходячи з цих даних і враховуючи лінійний характер пружного деформування можна зробити висновок, що ефективна пружність (жорсткість) реальної океанічної плити нижче її пружного аналога приблизно вдвічі, що співпадає з твердженням, що пружні властивості на протязі геологічного періоду часу зберігає тільки верхня половина літосферної плити. Розподіл напружень згину усередині плити має нерегуля-

рний характер, причому саме під острівною дугою вони набувають найбільших значень.

Далі розглянемо вигин літосферної плити поблизу океанічного жолобу в наближенні тривимірної пружної моделі. Перед тим як поринути в процесі субдукції в мантию, літосфера повинна сильно зігнутися. Розглянемо плиту середнього віку з товщиною 80 км із поперечним розміром 1000 км, що вигнута на кут 90° , таким чином, що її нижній край вертикально поринає у мантию. Зазначимо, що такі товсті плити швидко поринають в мантию під достатньо великими кутами [327]. В силу симетричності деформування відносно поздовжньої осі плити, при моделюванні, обмежимося розглядом її половини. На рис. 7.1.5 представлений розподіл дотичних переміщень серединної поверхні плити, по осі абсцис відкладене віддалення від її поздовжньої осі в км, по осі ординат – відстань уздовж вигнутої поверхні плити в км. В цьому випадку радіус кривизни плити приймається рівним 500 км і процес деформування відбувається в результаті розтягнення нижнього краю плити на величину 10 м. На рис. 7.1.6 представлений розподіл дотичних переміщень плити у випадку радіуса кривизни рівного 250 км. На рис. 7.1.7 представлений розподіл напружень згину всередині плити в ГПа, який відповідає випадку радіусу згина плити 500 км, на рис. 7.1.6 – радіусу згина плити 250 км.

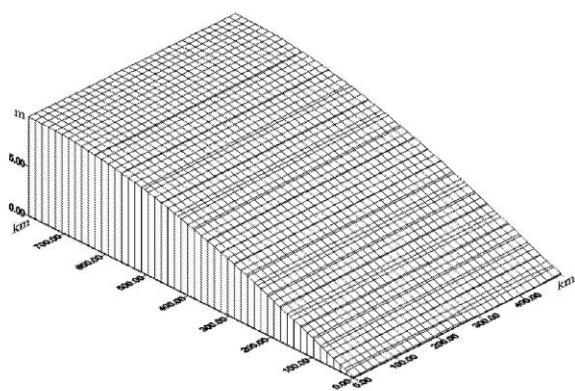


Рис. 7.1.5 Дотичні переміщення серединної поверхні симетричного фрагменту вигнутої пружної плити з товщиною 80 км і радіусом кривизни 500 км, які виникають при розтягненні її нижнього краю на 10 м.

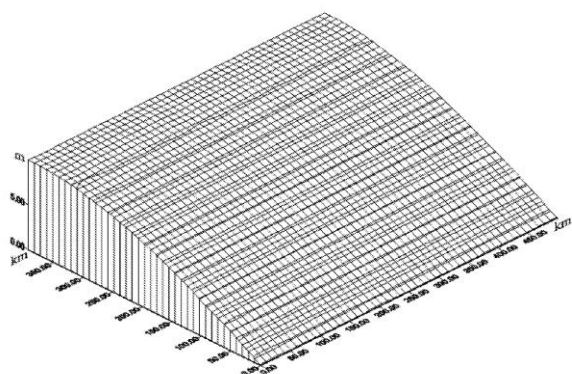


Рис. 7.1.6 Дотичні переміщення серединної поверхні симетричного фрагменту вигнутої пружної плити з товщиною 80 км і радіусом кривизни 250 км, які виникають при розтягненні її нижнього краю на 10 м.

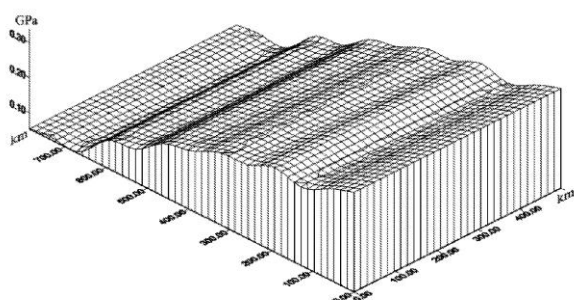


Рис. 7.1.7 Напруження згину всередині симетричного фрагменту вигнутої пружної плити з товщиною 80 км і радіусом кривизни 500 км, що виникають при розтягненні її нижнього краю на 10 м.

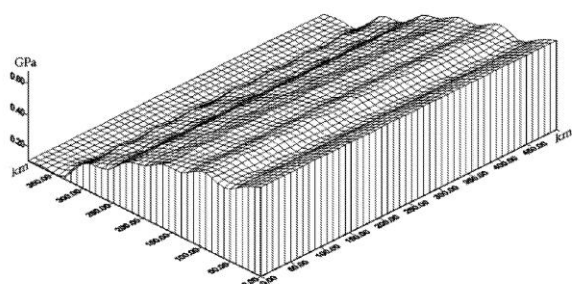


Рис. 7.1.8 Напруження згину всередині симетричного фрагменту вигнутої пружної плити з товщиною 80 км і радіусом кривизни 250 км, що виникають при розтягненні її нижнього краю на 10 м.

Аналіз отриманих результатів показує, що максимум напружень згину приходить на область перегину океанічної літосферної плити. Зменшення радіусу кривизни плити при однакових умовах навантаження приводить до пропорційного збільшення напружень згину всередині плити. Згідно попереднім висновкам очевидно, що дотичні переміщення для реальних літосферних плит при заданих умовах повинні бути приблизно вдвічі більшими ніж ті, які представлені на рис. 7.1.5, 7.1.6.

Взагалі можна зробити наступні висновки: а) вплив гідростатичного (ізостатичного) виштовхування літосферної плити призводить до значного зменшення її прогину. В той же час наявність розломів на місці дії навантаження (під островною дугою) призводить до суттєвого збільшення прогину океанічної літосферної плити. Розподіл напружень згину усередині плити має нерівномірний характер, саме в центрі прикладання навантажень напруження досягають найбільших значень; б) при зануренні в зоні субдукції, максимум напружень згину приходить на область перегину океанічної літосферної плити. Зменшення радіусу кривизни плити при однакових умовах навантаження приводить до пропорційного збільшення напружень згину всередині плити; в) ефективна пружність (жорсткість) реальних океанічних плит приблизно вдвічі нижче їх чисто пружних аналогів.

§ 7.2 Механічна поведінка океанічних літосферних плит в зоні субдукції

Розуміння механічної поведінки океанічних літосферних плит, які занурюються в мантію в зонах субдукції не тільки на якісному, але і кількісному рівні є важливим моментом для розуміння процесів тектоніки плит в цілому. В цей час, не дивлячись на велику кількість публікацій присвячених питанням чисельного моделювання реологічно обумовленої механічної поведінки океанічних літосферних плит в зонах субдукції [197, 297, 304, 311, 326], ще далеко до повного розуміння всієї картини. Дійсно ця проблема є досить складною для моделювання як в геометричному плані (оскільки літосферні плити є неоднорідними тривимірними об'єктами), так і з реологічної точки зору (оскільки поряд з процесами пружного деформування холодної серединної частини плити мають місце процеси твердотільної повзучості зовнішніх прогрітих шарів плити [167], які, залежать від температури і тиску навколишньої мантії). В силу складності даної проблеми, більшість авторів розглядають лише ті або інші її сторони і не в змозі описати повну картину механічної взаємодії. Представлена вище в'язкопружна варіаційна скінчено-елементна методика в принципі дозволяє подолати цю проблему, тому що вона здатна в однозв'язній області одночасно описувати процес в'язкопружного деформування холодної серединної частини плити, а також в'язкі процеси деформування зовнішніх розігрітих областей плити. Згідно сучасним даним представленим в монографіях Turcotte, Schbert [330] і Karato [242] в мантії діють два основних фізико-хімічних механізми повзучості: дифузійний і дислокаційний кріп. При цьому дифузійний кріп проявляється для довготривалих процесів, які протікають у порівняно однорідних великомасштабних областях мантії. Такі процеси можуть бути описані на основі реологічної моделі для зсувної лінійно-в'язкої (ньютонівської) рідини, де в'язкість практично не залежить від навколишніх температури і тиску. Дислокаційний кріп проявляється для короткотривалих процесів, які мають місце у порівняно невеликих областях мантії з вираженою неоднорідністю фізичних і хімічних властивостей, в яких можливі значні перепади тиску і температури. Для описання таких процесів необхідно застосовувати реологічні

моделі нелінійно-в'язкої рідини, в яких зсувні напруження і деформації пов'язані степеневою залежністю від в'язкості, при цьому в'язкість залежить від температури і тиску. Процес занурення слєба в мантію є повільним довготривалим процесом у порівняно однорідну великомасштабну область мантії, тому можна вважати, що тут домінуючим буде саме механізм дифузійного кріпу. Далі на основі варіаційної скінчено-елементної методики, розробленої для в'язкопружних багатощарових оболонок, з урахуванням зсувної жорсткості, буде здійснено моделювання механічної поведінки тривимірних (тришарових) океанічних літосферних плит (внутрішній холодний шар будемо вважати в'язкопружним, згідно моделі Кельвіна-Фойта, зовнішні прогріті шари - лінійно-в'язкими) при зануренні у в'язку мантію в зоні субдукції. При цьому сили в'язкого опору, що діють на поверхню слєба з боку мантії, визначатимуться на основі точного розв'язку Блазіуса [183].

Розглянемо процеси механічної поведінки ділянки океанічної літосфери, яка вигнувшись по дузі кола, занурюється у мантію в зоні субдукції. Дані досліджень післяльодовикових підняттях свідчать про те, що в'язкість мантії, за винятком астеносфери і нижніх областей мантії, є практично постійною і рівною в середньому 10^{21} Па·с. Найбільш просто це можна пояснити наступним чином. Збільшення температури мантії з глибиною сприяє зменшенню в'язкості. Однак приріст тиску з глибиною, навпаки, намагається її збільшити. В результаті ці два ефекти взаємно компенсуються і коефіцієнт в'язкості приблизно залишається сталим [242, 330, 334]. Згідно точному розв'язку Блазіуса при обтіканні рухомої широкої пластини в'язкою рідиною, дотичне напруження на стінці, яке виникає внаслідок тертя, можна розрахувати по формулі [183]:

$$\sigma_f = 1,328 \sqrt{\frac{\eta_v \rho v^3}{l}}; \quad (7.2.1)$$

де η_v - коефіцієнт динамічної в'язкості рідини; ρ - густина рідини; l - довжина пластини; v - швидкість руху пластини. Для моделювання механічної поведінки зігнутої ділянки тришарової океанічної літосфери, яка занурюється в мантію, скористаємося теорією багатощарових в'язкопружних оболонок з урахуванням зсув-

ної жорсткості. Будемо розглядати ортотропні оболонки в криволінійній системі координат (s, φ, z) . Тут s, φ - координати уздовж поверхні оболонки; z - координата по товщині оболонки. Переміщення уздовж координат s, φ, z для j -го шару оболонки можуть бути представлені у вигляді (3.5.1). Для розв'язання в'язкопружної задачі застосовується метод скінчених елементів, оснований на варіаційному принципі Лагранжа, який виражає мінімум механічної енергії системи і зводиться до комплексного варіаційного рівняння (3.5.3). Функціонал Лагранжа для в'язкопружної, в цьому випадку, тришарової ортотропної оболонки, в криволінійній системі координат (s, φ, z) представляється в комплексному виді:

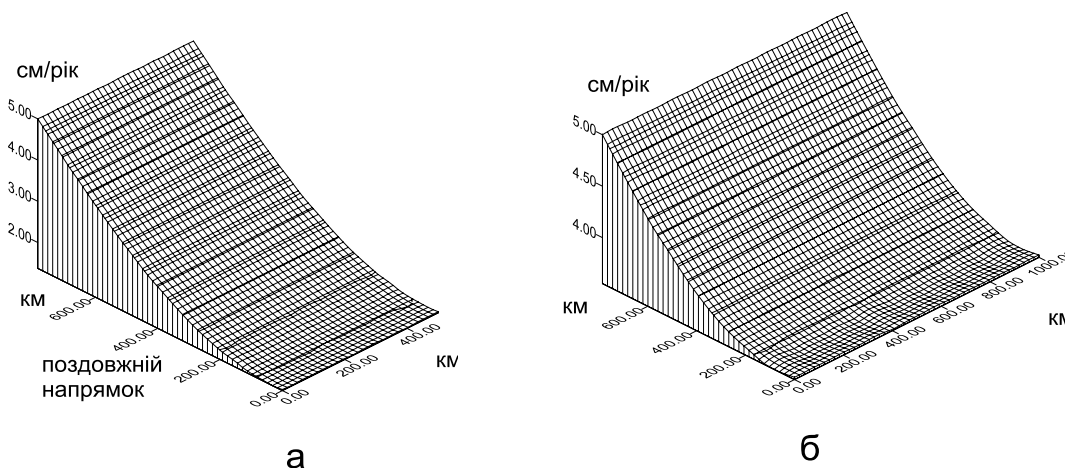
$$\begin{aligned} \tilde{W} = & \frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 \int \int_{h_j, S} [E_{ss}^j \varepsilon_{ss}^{j2} + E_{\varphi\varphi}^j \varepsilon_{\varphi\varphi}^{j2} + E_{zz}^j \varepsilon_{zz}^{j2} + 2E_{s\varphi}^j \varepsilon_{ss}^j \varepsilon_{\varphi\varphi}^j + 2E_{sz}^j \varepsilon_{ss}^j \varepsilon_{zz}^j + 2E_{\varphi z}^j \varepsilon_{\varphi\varphi}^j \varepsilon_{zz}^j + \\ & + 4\tilde{G}_{s\varphi}^j \varepsilon_{s\varphi}^{j2} + 4\tilde{G}_{sz}^j \varepsilon_{sz}^{j2} + 4\tilde{G}_{\varphi z}^j \varepsilon_{\varphi z}^{j2} + \omega^2 \rho_j (u_j^2 + v_j^2 + w_j^2)] (1 + \frac{z}{R_1}) (1 + \frac{z}{R_2}) ds d\varphi dz - \\ & - \int_S \sigma_f v_0 ds d\varphi. \end{aligned} \quad (7.2.2)$$

Тут R_1 - радіус кривизни Землі; R_2 - радіус кривизни зануреної частини океанічної літосферної плити; S - площа поверхні плити; h_j - товщина j -го шару плити; ω - частота встановленого динамічного процесу при зануренні плити; ρ_j - густина порід j -го шару; $\varepsilon_{\alpha\beta}^j$ - компоненти тензора деформацій j -го шару; $E_{\alpha\beta}^j$ - дійсні об'ємні модулі пружності j -го шару; $\tilde{G}_{\alpha\beta}^j = G_{\alpha\beta}^j + i\omega\eta_v^j$ - комплексні компоненти узагальненого модуля зсуву j -го шару, для в'язкопружного середовища, що описується за допомогою реологічної моделі Кельвіна-Фойта; η_v^j - коефіцієнт динамічної в'язкості j -го шару; i - уявна одиниця. Гранична умова задачі визначається розподілом заданих дотичних напружень тертя (7.2.1), які діють уздовж зовнішніх поверхонь плити, що занурюється у в'язку мантию.

Припустимо, що передня лобова частина океанічної літосферної плити, вигнутої по дузі кола радіусом 500 км на кут 90° , занурюється в мантию з характерною швидкістю 5 см/рік [84]. При цьому літосферна плита випробовує поверхневий опір сил тертя мантиї з в'язкістю 10^{21} Па·с. Згідно даним роботи Morra et al.

[292] (механічна поведінка твердо-рідкого слєбу розглядалась на основі комплексного чисельного FEM-BEM-підходу, де тверда середина слєбу розраховувалась на основі методу скінчених елементів, а рідкі границі на основі методу граничних елементів) і розрахунковим параметрам заданим в роботі OzBench et al. [297] будемо вважати, що внутрішній холодний шар слєбу має в'язкопружні, характерні для олівину, властивості: модуль Юнга - $2 \cdot 10^{11}$ Па, коефіцієнт Пуассона – 0,24, коефіцієнт динамічної в'язкості – 10^{23} Па·с. Зовнішні розігріті шари плити, товщиною по 20 км кожний, мають властивості лінійно-в'язкої рідини: об'ємний модуль пружності – $3.85 \cdot 10^{11}$ Па, коефіцієнт динамічної в'язкості – 10^{23} Па·с. Середню густину внутрішнього шару плити будемо вважати рівною 3800 кг/м^3 , густину зовнішніх розігрітих шарів плити - 3500 кг/м^3 . При моделюванні розглянемо механічну поведінку океанічних літосферних плит різної товщини і ширини, які при зануренні зазнають в'язкого опору з боку мантиї. В силу симетрії механічної поведінки розглянутих плит відносно поздовжньої осі обмежимо розглядом їх симетричних фрагментів.

На рис. 7.2.1 – 7.2.3 представлені поверхневі діаграми, які визначають розподіли дотичних швидкостей руху плити в поздовжньому напрямку в см/рік. По осі абсцис відкладено віддалення в км від поздовжньої осі симетрії плити в поперечному напрямку, по осі ординат - відстань в км в поздовжньому напрямку. В усіх розглянутих випадках товщина зовнішніх розігрітих в'язких шарів плити вважається рівною 20 км.



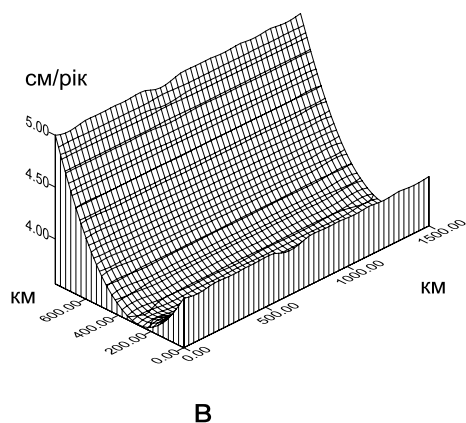


Рис. 7.2.1 а, б, в Розподіли дотичної у поздовжньому напрямку швидкості руху тонких океанічних літосферних плит (з товщиною середнього в'язкопружного шару 20 км і товщинами зовнішніх лінійно-в'язких шарів по 20 км) при зануренні в мантию: а) шириною 1000 км; б) - 2000 км; в) - 3000 км.

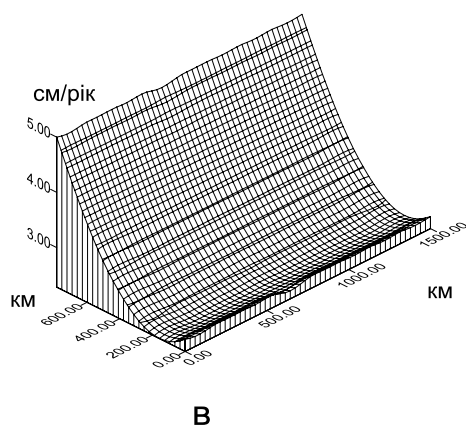
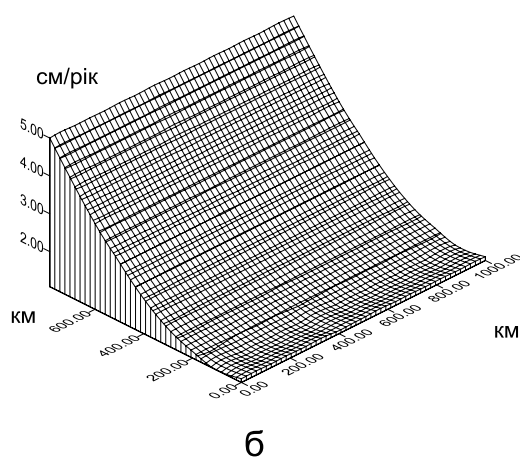
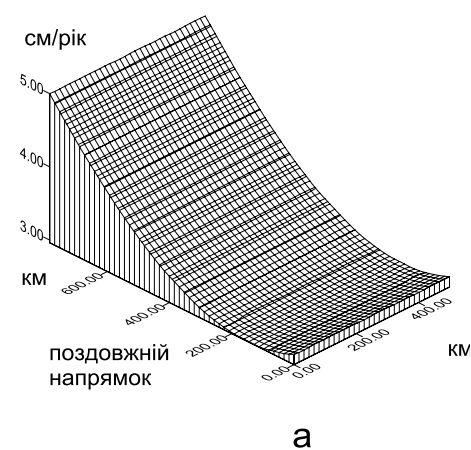


Рис. 7.2.2 а, б, в Розподіли дотичної у поздовжньому напрямку швидкості руху океанічних літосферних плит середньої товщини (з товщиною середнього

в'язкопружного шару 30 км і товщинами зовнішніх лінійно-в'язких шарів по 20 км) при зануренні в мантію: а) шириною 1000 км; б) - 2000 км; в) - 3000 км.

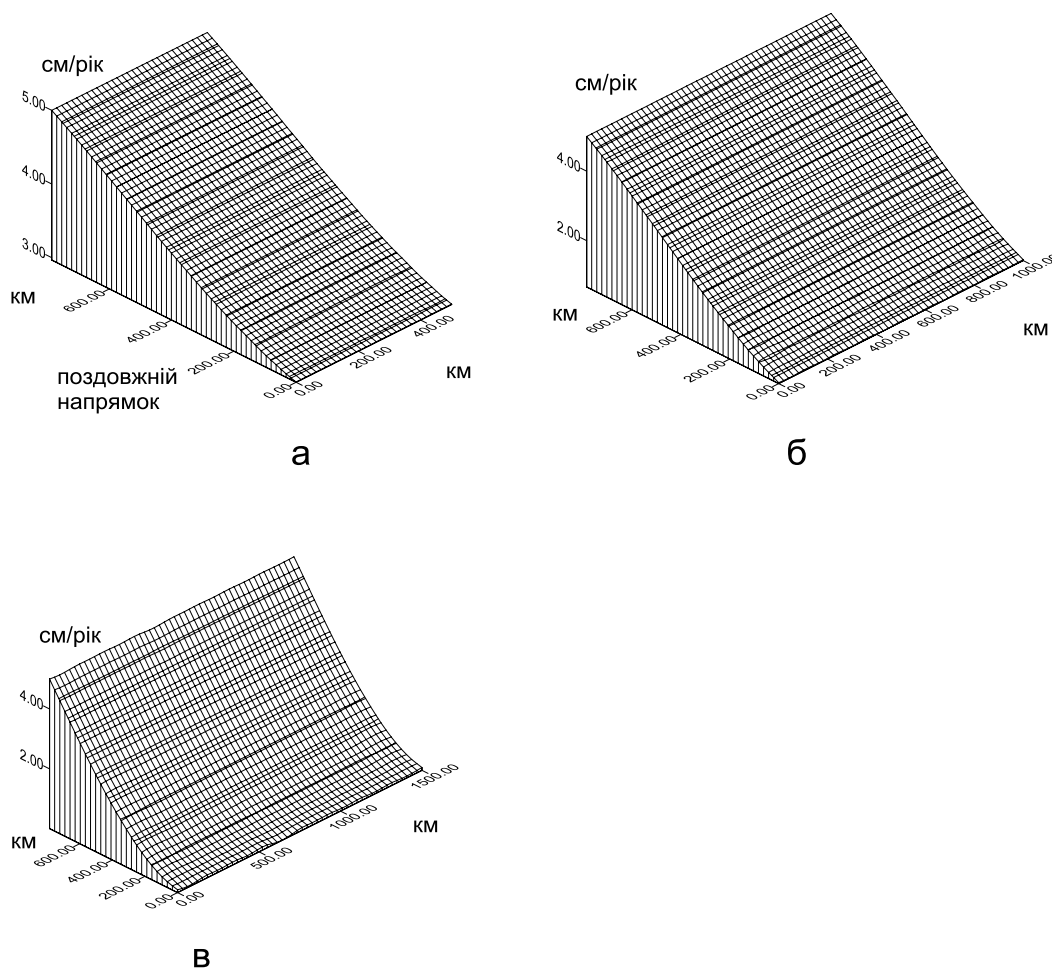


Рис. 7.2.3 а, б, в Розподіли дотичної у поздовжньому напрямку швидкості руху товстих океанічних літосферних плит (з товщиною середнього в'язкопружного шару 40 км і товщинами зовнішніх лінійно-в'язких шарів по 20 км) при зануренні в мантію: а) шириною 1000 км; б) - 2000 км; в) - 3000 км.

На рис. 7.2.1 а, б можна виділити, близьке до лінійного, зростання профілю швидкості в напрямку руху плити. З цього слідує, що помірно товсті неширокі океанічні літосферні плити, у процесі занурення в мантію, випробовують лінійне деформування, мало згинаючись при цьому. У той же час на рис. 7.2.1 в виділяється різко нелінійний характер профілю швидкості із западанням в центральній частині плити. Звідки видно, що тонкі та досить широкі океанічні плити в процесі занурення випробовують сильні деформації згину і при цьому істотно втрачають свою початкову форму. Можна припустити, що в процесі деформування вони зда-

тні вигинатися у вигляді букви “S”. На діаграмах 7.2.2 а, б ми відзначаємо вже нелінійний профіль швидкості, який свідчить про те, що більш товсті неширокі плити, у більшій мірі, піддаються деформуванню згину. Однак на діаграмі 7.2.2 в - нелінійний профіль швидкості носить більш згладжений характер і тут западання не настільки сильне, як у випадку 7.2.1 в. Це дозволяє припустити, що в цьому випадку, більш товста широка плита випробовує менш сильні деформації згину в силу своєї більш високої жорсткості. Аналіз рис. 7.2.3 а - в показує, що досить товсті океанічні літосферні плити, в процесі занурення в мантію, також піддаються деформуванню згину. Причому, з ростом ширини плити, профіль швидкості стає більш нелінійним, а значить і ступінь деформування згину збільшується. В той же час, збільшення товщини плити приводить до збільшення її запасу міцності, а значить і здатності зберігати свою початкову форму. Таким чином загальний аналіз отриманих результатів показує, що при зануренні у в'язку мантію в зоні субдукції океанічні літосферні плити випробовують деформування згину. При цьому процес деформування згину залежить як від товщини, так і ширини слєбу і носить нелінійний характер. По мірі збільшення ширини, літосферні плити піддаються більш сильним деформаціям згину, втрачаючи при цьому свою початкову форму. В той же час, збільшення товщини плити сприяє росту її запасу міцності, а тому здатності зберігати початкову форму. Розрахунки показали, що помірно товсті і досить широкі океанічні літосферні плити при зануренні у мантію, в процесі деформування згину, здатні приймати форму у вигляді букви “S”. Для порівняння на рис. 7.2.4 приведений S-подібний вигин слєбу шириною 3000 км, розрахований на основі FEM-BEM моделі, представлений в роботі OzBench et al. [297]. Подібний результат “S”-подібної механічної поведінки широкої океанічної літосферної плити в зоні субдукції, отриманий на основі двох інших чисельних підходів (кодів): Underworld [289], E-Script [230], також представлений в роботі [297]. Дослідження механічної поведінки слєба в залежності від його ширини на основі модифікованої моделі Underworld (на базі двошарової в'язкопластично-в'язкої пластини) і порівняння з природними аналогами представлено в роботі Schellart et al.

[311]. Висновки зроблені в цій роботі про залежність згінного деформування слєбу від його ширини узгоджуються з висновками представленими вище. Отже, результати механічної поведінки слєбів, отримані на основі представленої вище в'язкопружної скінченно-елементної методики (в рамках тривимірної комплексної в'язкопружної реологічної моделі), узгоджуються з результатами інших авторів.



Рис. 7.2.4 S-подібний вигин слєбу шириною 3000 км в зоні субдукції , розрахований на основі FEM-BEM моделі, приведений в роботі OzBench et al. [297].

§ 7.3 Процес деформування океанічних літосферних плит різного віку в зоні субдукції

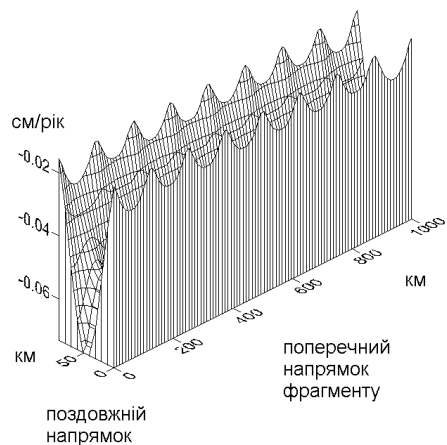
Розуміння процесів деформування ділянок океанічних літосферних плит (слебів), які занурюються в мантію в зонах субдукції, є необхідною ланкою для розв'язання багатьох найважливіших проблем геотектоніки. Наприклад таких проблем, як визначення тягової сили слебу та глибини його опускання в мантію, питань формування островних дуг, сейсміки та вулканізму в зонах субдукції і багатьох інших. В цей час, питанням вивчення механічної поведінки океанічних літосферних плит у зоні субдукції на основі чисельного моделювання присвячена велика кількість робіт [197, 297, 304, 311, 326]. Однак в силу складності даної проблеми як у геометричному плані, так і реологічному плані (див. § 7.2) залишається ряд невирішених питань. Одним з таких питань є розуміння динаміки розтяжного і згінного деформування слеба, який занурюється, з урахуванням властивостей навколишньої мантії, що приводять до змін механічних характеристик слебу та механізмів його взаємодії з мантією. В § 7.2 були представлені результати чисельного дослідження загальних принципів механічної поведінки фрагментів тришарових океанічних літосферних плит (внутрішнім - холодним, в'язкопружним шаром та зовнішніми – розігрітими, лінійно-в'язкими шарами), які занурюються у в'язку мантію з деякою характерною швидкістю. Було показано, що в зоні субдукції океанічні літосферні плити випробовують розтяжне та згінне деформування. При цьому процес деформування згину залежить як від товщини, так і ширини плити. Більш широкі плити випробовують більш сильне згінне деформування, більш товсті плити мають кращі можливості чинити опір деформуванню згину і зберігати початкову форму. З іншого боку в сучасному огляді зон субдукції, представленому в роботі Stern [327], вказано на те, що більш старі і товсті океанічні літосферні плити (маріанського типу) більш швидко рухаються та згинаються (мають менші радіуси кривизни) у порівнянні з молодими тонкими океанічними літосферними плитами (чільйського типу). У зв'язку з цими даними виникає необхідність у дослідженні процесів деформування океанічних

літосферних плит різного віку в зоні субдукції на основі більш уточненої геофізичної моделі.

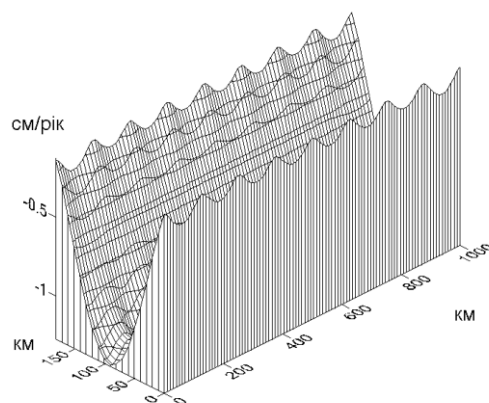
Розглянемо процеси деформування океанічної літосфери різного віку: молоді (чілійського типу), середньої, старої (маріанського типу) на різних етапах занурення в мантію у зоні субдукції. При моделюванні процесів деформування океанічної літосфери скористаємось комплексною реологічною моделлю для тришарового слєбу (холодний внутрішній шар будемо вважати в'язкопружним, прогріті зовнішні шари – лінійно-в'язкими), яка представлена в § 7.2. Для визначення сил опору, які діють на бокові поверхні слєбу з боку мантії, також скористаємось точним розв'язком Блазіуса для випадку обтікання рухомої широкої пластини в'язкою рідиною (7.2.1). При обчисленнях скористаємось теорією багат шарових в'язкопружних ортотропних оболонок з урахуванням зсувної жорсткості, яка докладно описана в § 7.2. Для спрощення аналізу розглянемо процеси руху слєбів у системі відліку, яка жорстко зв'язана з рухомою океанічною літосферою в момент її занурення в мантію. Таке припущення дозволяє виключити поступовий рух літосфери, як єдиного цілого, і розглядати тільки процеси деформування слєбу в зоні субдукції. Оскільки в залежності від віку і відповідно від товщини океанічна літосфера в зоні субдукції має різну поведінку, при моделюванні розглянемо, згідно даним роботи Stern [327], три типи океанічної літосфери: а) молоді літосфери чілійського типу, яка має холодний середній шар товщиною 20 км і занурюється в мантію відносно вибраної системи відліку зі швидкістю 3 см/рік, згинаючись при цьому по дузі кола радіусом 500 км; б) літосфери середнього типу, яка має середній шар товщиною 30 км, радіус кривизни слєбу 350 км, відносну швидкість занурення 5 см/рік; в) старі літосфери маріанського типу, яка має середній шар товщиною 40 км, радіус кривизни слєбу 200 км, відносну швидкість занурення 7 см/рік. При зануренні слєб випробовує поверхневий опір мантії з середньою в'язкістю 10^{21} Па·сек. Згідно даним роботи Nunes-Valdez et al. [295] припустимо, що внутрішній холодний шар слєбу на глибинах, які не перевищують 410 км, має характерні для олівіну в'язкопружні властивості: модуль Юнга – $2.0 \cdot 10^{11}$ Па, коефі-

цієнт Пуассона – 0,24, коефіцієнт динамічної в'язкості – 10^{23} Па·с, густину – 3600 кг/м^3 . На глибинах, які перевищують 410 км, внаслідок прогресивної стадії ізоморфізму, відбувається перехід олівіну у вадслеїт (wadsleyite), якій має наступні в'язкопружні властивості: модуль Юнга – $3,0 \cdot 10^{11}$ Па, коефіцієнт Пуассона – 0,3, коефіцієнт динамічної в'язкості – 10^{23} Па·с, густину – 3900 кг/м^3 . В усіх розглянутих випадках згідно даним роботи OzBench et al. [297] вважатимемо, що зовнішні розігріті шари слєбу, товщиною по 20 км кожний, мають властивості лінійно-в'язкої рідини: об'ємний модуль пружності – $3,85 \cdot 10^{11}$ Па, коефіцієнт динамічної в'язкості – 10^{23} Па·с, густина - 3500 кг/м^3 . Для кращого розуміння процесів деформування слєбу розглянемо механічну поведінку його фрагментів на різних стадіях занурення в мантию. Припустимо, що задня торцева границя слєбу (загальна для усіх його фрагментів) жорстко закріплена з навколишньою океанічною літосферою і тому нерухома відносно прийнятої системи відліку. В той же час на передню торцеву границю фрагменту слєба діє тяглове зусилля у поздовжньому напрямку, яке еквівалентно завданню швидкості руху на цій ділянці у відповідному напрямку. При цьому на бокові поверхні фрагменту діють сили опору мантиї в напрямку протилежному руху слєба. В силу симетрії механічної поведінки фрагментів слєбу відносно його поздовжньої осі обмежимося розглядом їх симетричних половин.

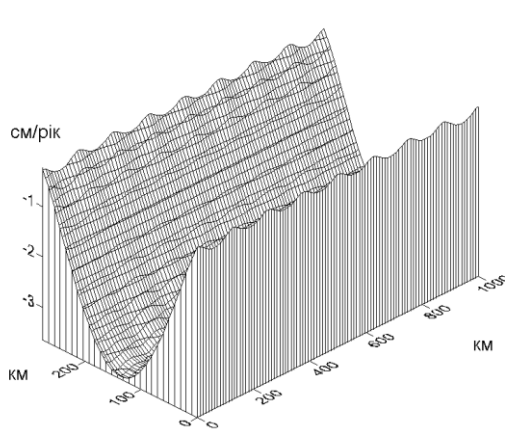
На рис. 7.3.1 – 7.3.3 представлені діаграми розподілу швидкостей в см/рік, нормальних до поверхні слєбу, які визначають процеси його деформування згину. На рис. 7.3.4 представлені розподіли швидкостей в см/рік, дотичних до поверхні слєбу, які визначають процеси його деформування розтягу. По осі абсцис відкладено віддалення в км від поздовжньої осі симетрії слєба в поперечному напрямку, по осі ординат - відстань в км у поздовжньому напрямку слєба.



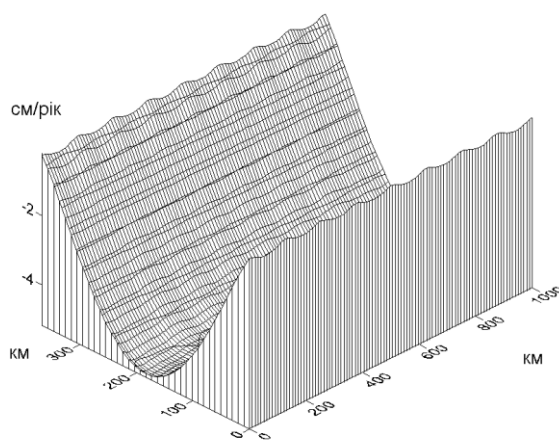
а



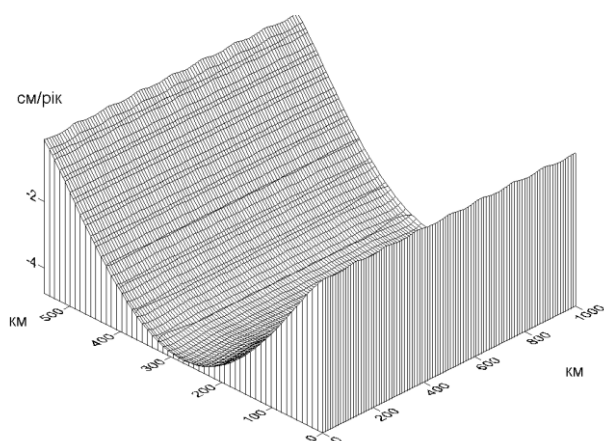
б



в



г



д

Рис. 7.3.2 а, б, в, г, д Розподіли швидкостей, нормальних до поверхонь (визначають згінне деформування слєбу) фрагментів океанічної літосфери середнього типу, що зігнуті в зоні субдукції під кутами: а) 15° ; б) 30° ; в) 45° ; г) 60° ; д) 90° .

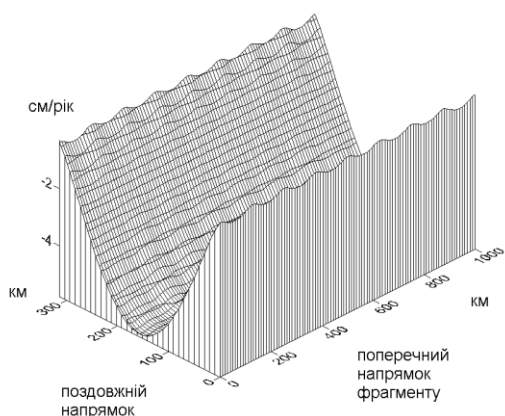


Рис. 7.3.3 Розподіл швидкостей, нормальних до поверхні (визначають згінне деформування слебу) фрагменту океанічної літосфери маріанського типу, зігнутого в зоні субдукції під кутом 90° .

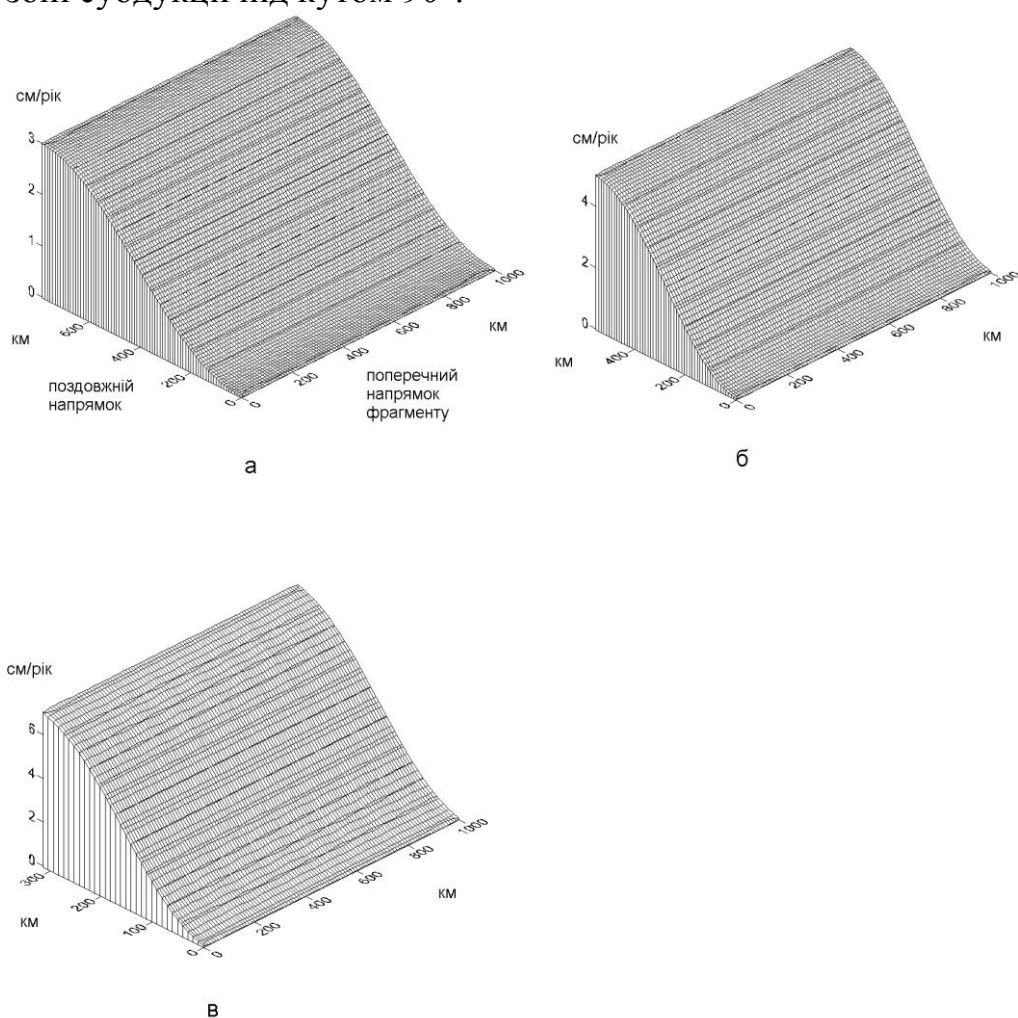


Рис. 7.3.4 а, б, в Розподіли швидкостей, дотичних до поверхні (визначають розтяжне деформування слебу) фрагменту океанічної літосфери, зігнутого в зоні субдукції під кутом 90° : а) чілійського типу; б) середнього типу; в) маріанського типу.

Рис. 7.3.1 – 7.3.3 демонструють згінне деформування усіх розглянутих типів океанічної літосфери на всіх стадіях занурення в мантію в зоні субдукції. При цьому максимум інтенсивності згінного деформування, на відповідній стадії занурення слебу, припадає приблизно на середню частину розглянутого фрагменту слеба. По мірі занурення слебу, положення цієї області відповідним чином змінюється. Рис. 7.3.4 показує, що розтяжне деформування океанічної літосфери всіх розглянутих типів у процесі занурення в мантію відбувається лінійно по довжині слебу. Подібність механічної поведінки розглянутих фрагментів слебу в поперечному напрямку свідчить про цілісність слебу в процесі його деформування. В той же час механічна поведінка океанічної літосфери різних типів на різних етапах занурення в мантію, показує ряд відмітних особливостей. Так на ранніх стадіях занурення (рис. 7.3.1 а, б, в) молода океанічна літосфера (чільйського типу) випробовує більш сильне згінне деформування в порівнянні з більш старою і товстою літосферою середнього типу (рис. 7.3.2 а, б, в), що узгоджується з результатами § 7.2. Однак на подальших стадіях занурення більш стара і швидка океанічна літосфера демонструє більш інтенсивний процес згінного деформування (рис. 7.3.1 г, д, е, рис. 7.3.2 г, д, рис. 7.3.3). На пізній стадії занурення, що відповідає згину слеба на кут 90° , швидкості його розтяжного та згінного деформування приблизно відповідають швидкості руху слеба, відносно прийнятої системи відліку, для усіх розглянутих типів океанічної літосфери (рис. 7.3.1 е, рис. 7.3.2 д, рис. 7.3.3, 7.3.4 а, б, в). При досягненні границі переходу “олівін - вадслеїт” середній шар слебу зміцнюється, що призводить до зниження інтенсивності процесу його згінного деформування (рис. 7.3.1 д, рис. 7.3.1 е).

Порівняння механічної поведінки океанічної літосфери всіх розглянутих типів показує, що при зануренні у мантію в зоні субдукції океанічна літосфера, в залежності від віку та стадії занурення, випробовує розтяжне та згінне деформування різного ступеню інтенсивності. На пізніх стадіях занурення океанічної літосфери, ступень інтенсивності її деформування визначається швидкістю занурення слеба.

Підсумковий аналіз отриманих результатів показує, що океанічна літосфера в залежності від типу (чилійського, середнього, маріанського) і стадії занурення в мантію в зоні субдукції, випробовує розтяжне та згінне деформування різного ступеню інтенсивності. На ранніх стадіях занурення молода океанічна літосфера випробовує більш сильне згінне деформування у порівнянні з більш старою і товстою літосферою. Однак на подальших стадіях занурення більш стара і швидка океанічна літосфера демонструє більш інтенсивний процес згінного деформування. При переході глибини, яка відповідає зоні прогресивної стадії ізоморфізму “олівін - вадслеїт”, середній холодний шар зануреної літосфери зміцнюється, що приводить до зниження інтенсивності процесів її згінного деформування. Процеси розтяжного деформування океанічної літосфери всіх типів на усіх етапах занурення відбуваються лінійно по довжині слєбу. На пізніх стадіях занурення ступінь інтенсивності згінного та розтяжного деформування океанічної літосфери усіх типів визначається швидкістю її занурення.

§ 7.4 Процес великомасштабного складкоутворення в осадовому шарі земної кори

Як було зазначено раніше в § 6.6 складками називають деформації які виникають внаслідок геологічних процесів усередині земної кори і які змінюють кривизну структурних геоповерхонь в неї [33]. Утворення складок у породах земної кори може відбуватись у різних масштабах, починаючи від сантиметрів і закінчуючи сотнями кілометрів. У найбільшому масштабі, складки, які напрямлені випуклістю вниз, називаються синкліноріями, а випуклістю вгору – антикліноріями. Вивчення процесів формування складок різних масштабів і особливо великомасштабних складок є необхідним елементом для розуміння багатьох важливих проблем геотектоніки і геології в цілому. Це стосується проблеми орогенезу і пов'язаних з ним проблем формування і змінювання геологічних структур, проблем сейсмології, видобутку корисних копалин геологічних структур та багатьох інших проблем. Не випадково питанням складкоутворення, особливо з точок зору морфологічної і геолого-генетичної класифікацій, присвячена велика кількість робіт [33, 45, 167, 175, 184]. Вивчення складкоутворення з точки зору фізико-генетичної класифікації, як було зазначено в роботі Гзовського М. В. [33], є порівняно новим напрямком досліджень. Але в теперішній час, у зв'язку з активним розвитком сучасних обчислювальних методів, вже існує достатньо велика кількість робіт в яких на основі двомірних та тривимірних реологічних моделей (в'язких, в'язко-пружних, в'язко-пружно-пластичних та інших) проведено дослідження процесів складкоутворення під дією зовнішніх сил [221, 228, 293, 313, 321]. Однак у більшості цих робіт процеси складкоутворення описуються на основі достатньо ідеалізованих моделей, які можуть точно відображати лише окремі риси механічної поведінки складних геологічних структур. Тому залишається актуальною побудова фізико-генетичних моделей складкоутворення, особливо великомасштабних, які мають можливість адекватно відображати реакцію геологічно-неоднорідних структур на зовнішні дії. Далі на основі тривимірної в'язкопружної моделі з урахуванням реологічних властивостей твердих гірських

порід, яка докладно описана в § 3.4, 3.5, буде проведене моделювання процесів великомасштабного складкоутворення в осадовому шарі земної кори.

Розглянемо процес великомасштабного складкоутворення в осадовому шарі земної кори під дією субгоризонтальних стискаючих геотектонічних сил, в якому здійснюється деформування всього осадового шару. Будемо припускати, що паралельно з осадовим шаром відбуватиметься деформування підстилаючого кристалічного масиву. При цьому на розглянутий шар осадових порід діє сила тяжіння. При моделюванні процесів великомасштабного складкоутворення в осадовому шарі земної кори розглянемо деформування осадового шару на прямокутних площах різного масштабу (від 1000 км до розмірів порядку товщини осадового шару) на які у поздовжньому напрямку діють квазістаціонарні стискаючі субгоризонтальні геотектонічні зусилля. Дії цих зусиль еквівалентні завданню на одній з поперечних сторін площі деякої характерної швидкості руху в поздовжньому напрямку, при цьому протилежна сторона площі залишається жорстко закріпленою. В якості швидкості геотектонічного стискання візьмемо величину характерну для регіонів активного гірського утворення ~ 1 дм/рік [84]. Оберемо середній, характерний для багатьох осадових басейнів [2, 28], склад в'язкопружних осадових порід: верхній шар товщиною 2 км складається з глинистих порід, середній шар товщиною 6 км – піщаників, нижній шар товщиною 2 км - вапнякових порід. На основі даних робіт [45, 50] задаємо для глинистих, піщаникових і вапнякових порід відповідні механічні властивості: густина: 2300, 2400, 2500 ($\text{кг}/\text{м}^3$); модуль Юнга: 3.0, 3.5, 7.0 ($\cdot 10^{10}$ Па); коефіцієнт Пуассона: 0.10, 0.25, 0.275; динамічна в'язкість: 10^7 , $1.4 \cdot 10^{20}$, $2.56 \cdot 10^{20}$ (Па·с). В роботах [124, 158], було показано, що збільшення ступеню тріщинуватості у в'язкопружних матеріалах приводить до пропорційного зниження пружних модулів в цих матеріалах. На рис. 7.4.1 представлений процес великомасштабного складкоутворення під дією поздовжнього горизонтального геотектонічного стискання у в'язкопружному осадовому шарі порід з різним ступенем тріщинуватості, який приводить до виникнення анізотропії пружних властивостей осадових порід. На рис. 7.4.2 представлений процес ве-

ликомасштабного складкоутворення в ізотропному осадовому шарі під дією поздовжнього геотектонічного стискання в різних напрямках. На рис. 7.4.3 представлений процес утворення антиклінорій на прямокутних площах змінання осадових порід різних форм і розмірів під дією поздовжнього горизонтального геотектонічного стискання. На рис. 7.4.4 представлений процес утворення синклінорій при аналогічних умовах геотектонічного стискання.

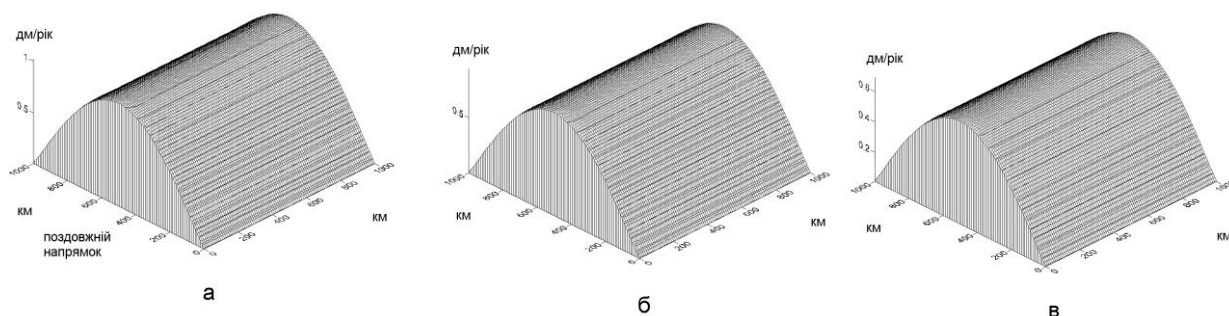


Рис. 7.4.1 а, б, в Процес великомасштабного складкоутворення на площах 1000×1000 км у в'язкопружних осадових шарах з різним ступенем тріщинуватості порід під дією поздовжнього горизонтального стискання: а) випадок монолітних ізотропних осадових порід; б) випадок, коли наявність тріщин в осадових породах приводить до послаблення їх пружних властивостей у горизонтальних напрямках в 5 разів; в) в 10 разів.

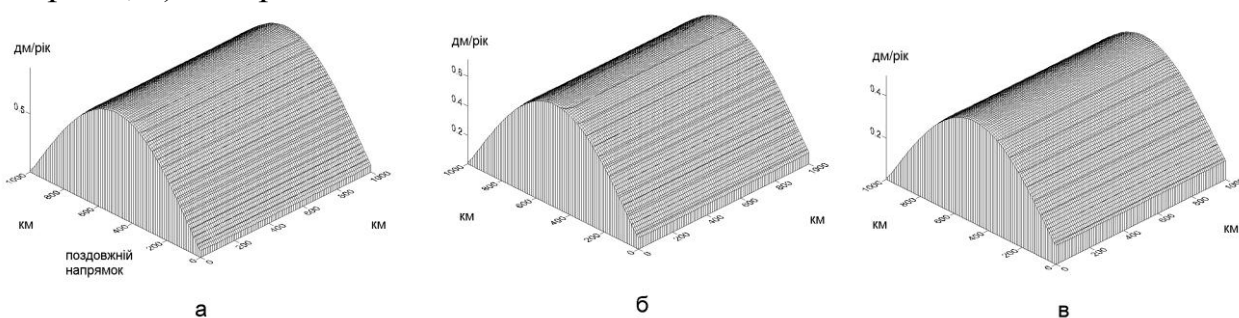
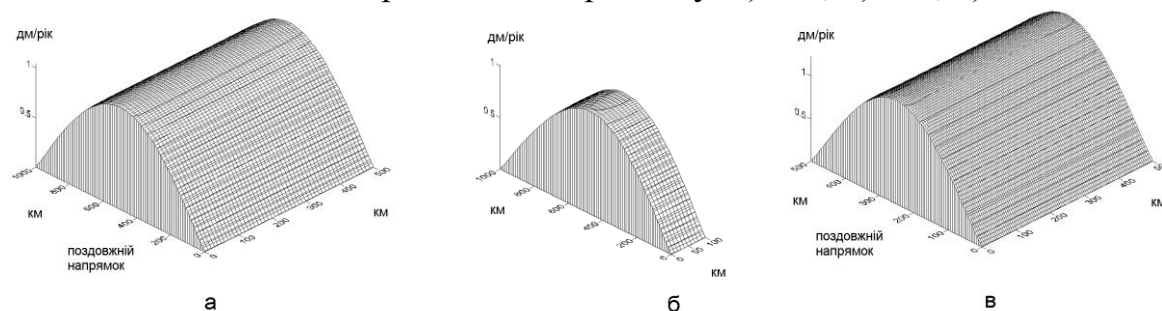


Рис. 7.4.2 а, б, в Процес великомасштабного складкоутворення на площах 1000×1000 км в ізотропних в'язкопружних осадових шарах порід під дією поздовжнього стискання в напрямках до горизонту: а) 30° ; б) 45° ; в) 60° .



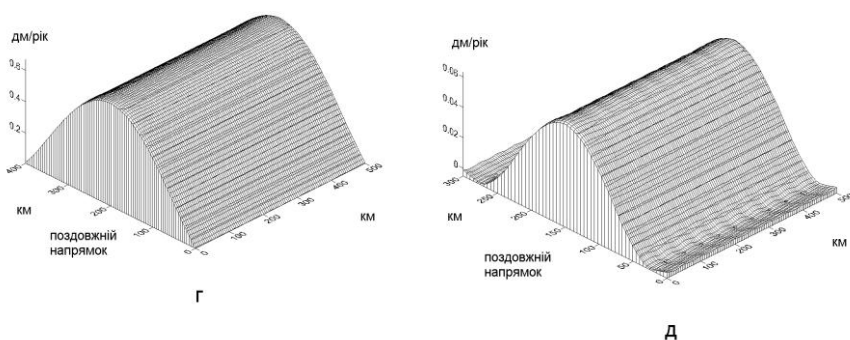


Рис. 7.4.3 а, б, в, г, д Процес утворення антиклінорій на прямокутних площах змінання (в км) осадових порід під дією поздовжнього горизонтального стискання: а) 1000×500; б) 1000×100; в) 500×500; г) 400×500; д) 300×500.

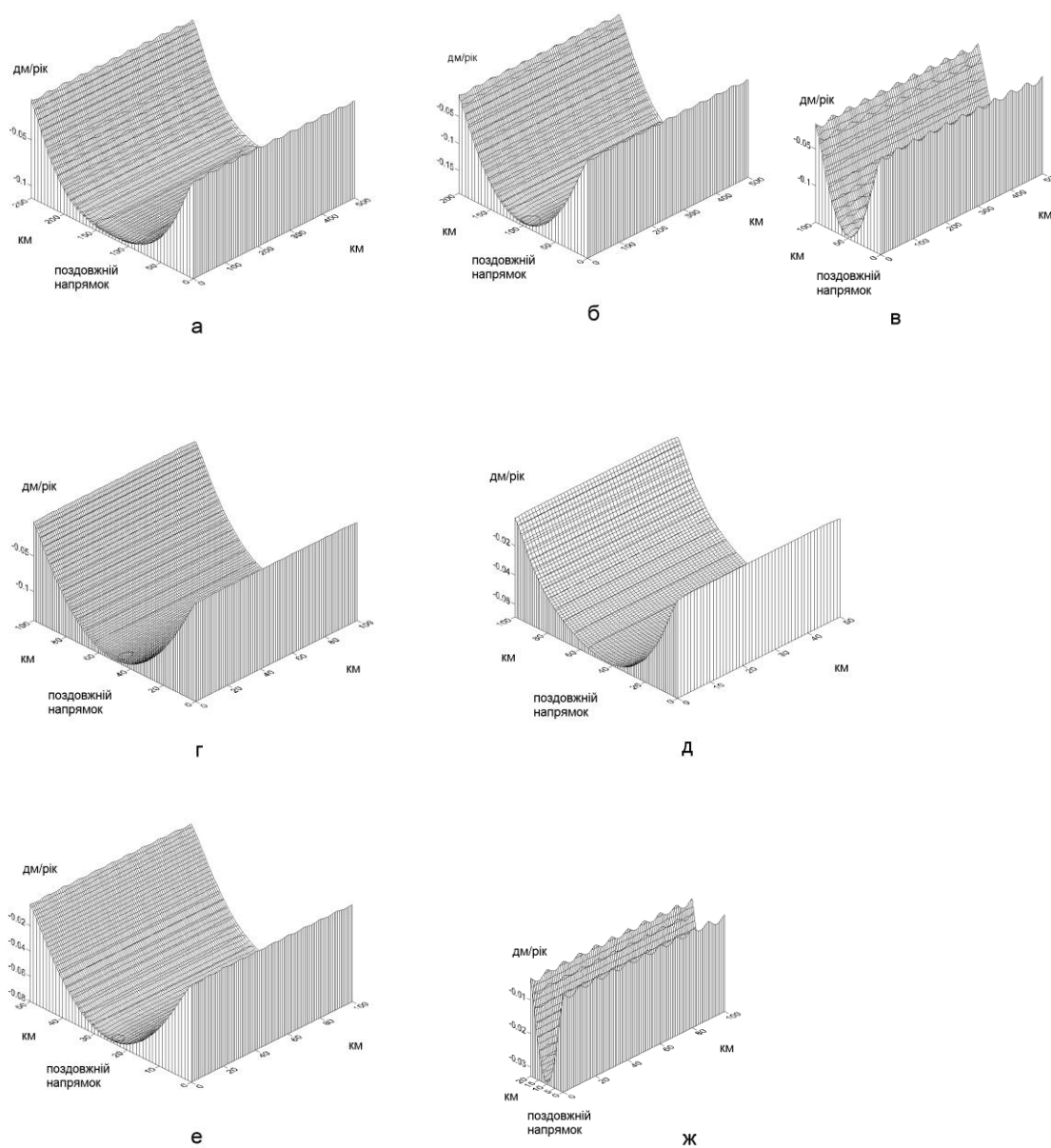


Рис. 7.4.4 а, б, в, г, д, е, ж Процес утворення синклінорій на прямокутних площах змінання (в км) осадових порід під дією поздовжнього горизонтального стискання:

ня: а) 250×500 ; б) 200×500 ; в) 100×500 ; г) 100×100 ; д) 100×50 ; е) 50×100 ; ж) 20×100 .

Аналіз результатів представлених на рис. 7.4.1 показує, що швидкість утворення великомасштабних складок в осадовому шарі земної кори залежить від ступеню тріщинуватості цих порід, який призводить до появи анізотропних пружних властивостей цих порід. Збільшення ступеню тріщинуватості приводить до незначного зменшення швидкості росту складок. Аналіз результатів представлених на рис. 7.4.2 показує, що швидкість утворення великомасштабних складок в осадовому шарі земної кори залежить від напрямку дії стискаючих геотектонічних зусиль. Відхилення зусиль від горизонтального напрямку приводить до помітного зменшення швидкості росту складок. Аналіз результатів представлених на рис. 7.4.3 і 7.4.4 показує, що процеси утворення антиклінорій і синклінорій в осадовому шарі земної кори, а також швидкості цих процесів суттєво залежать від форм і розмірів площ зминання осадових порід. Так з рис. 7.4.3 слідує, що процес утворення антиклінорій є характерним для площ зминання великих масштабів з поздовжнім розміром від 1000 км і більше до розміру, який приблизно дорівнює ~ 270 км. При цьому поперечні розміри площі зминання не оказують помітного впливу на швидкість росту антиклінорій. По мірі наближення до критичного поздовжнього розміру площі ~ 270 км відбувається поступове зниження швидкості росту антиклінорій до нуля. З рис. 7.4.4 слідує, що після подолання критичного значення ~ 270 км починається процес утворення синклінорій. При цьому по мірі зменшення поздовжнього розміру площі зминання, швидкість росту синклінорій зростає від нуля до деякого максимального значення. Потім по мірі наближення поздовжнього розміру площі зминання до нуля відбувається поступове затухання швидкості росту синклінорій до нуля. З рис. 7.4.4 в, г, д слідує, що на відміну від антиклінорій швидкість росту синклінорій залежить також від поперечних розмірів площ зминання осадових порід. Зменшення поперечних розмірів площі зминання осадових порід приводить до зменшення швидкості росту синклінорій. Таким чином загальний аналіз результатів чисельного моделювання процесу вели-

комасштабного складкоутворення в осадовому шарі земної кори показує, що швидкості росту і форми складок залежать від ступеню тріщинуватості осадових порід, напрямків дії стискаючих геотектонічних зусиль, а також від форм і розмірів площ зминання осадових порід. Так збільшення ступеню тріщинуватості осадових порід приводить до зниження швидкості росту складок. Відхилення напрямку стискаючих геотектонічних зусиль від горизонтального приводить до зменшення швидкості росту складок. Процеси утворення антиклінорій і синклінорій в осадовому шарі земної кори, а також швидкості цих процесів суттєво залежать від форм і розмірів площ зминання осадових порід. Так процес утворення антиклінорій є характерним для площ зминання великих розмірів. По мірі зменшення розміру площі у напрямку дії стискаючих сил до деякої характерної величини, відбувається зниження швидкості росту антиклінорії до нуля і якісний перехід у процес утворення синклінорій. При цьому швидкість росту синклінорії по мірі подальшого зменшення розміру площі зростає від нуля до деякої максимальної величини, а потім зменшується до нуля. У випадку процесу утворення антиклінорій, розміри площ зминання осадових порід у напрямку поперечному до дії геотектонічних сил не оказують помітного впливу на швидкість протікання процесу. Однак у випадку утворення синклінорій зменшення поперечних розмірів площ зминання осадових порід зменшує швидкість протікання процесу. Що стосується якісного переходу процесу утворення антиклінорій в процес утворення синклінорій при досягненні критичного розміру площі зминання в напрямку дії стискаючих горизонтальних геотектонічних сил (який визначається сумарною жорсткістю порід осадового шару і підстилаючих його консолидованих порід, що піддаються деформуванню), то прояви цього механізму можна простежити на прикладі чергування широких гірських ланцюгів і менш широких гірських долин у Центрально-Азіатському орогенному поясі. Цей пояс сформувався в умовах горизонтального стискання в меридіональному напрямку завдяки колізії Індостанської і Євразійської континентальних плит, яка почалася в пізньому еоцені (біля 50 млн років тому) [175].

Розділ 8. Дослідження теплових процесів у літосфері та земній корі

В данному розділі на основі представленої варіаційної скінчено-елементної методики розв'язані нові задачі про особливості теплових процесів у літосфері та земній корі. Визначені середні фонові температурні поля ДДЗ. Визначені особливості теплових процесів у зоні сучасної активізації ДДЗ. Визначено моделі теплового розвитку ДДЗ у герцинський період і теплового розвитку ЗЧЗ. На основі тривимірної теплової моделі визначено особливості процесу нагрівання океанічної літосфери в зоні субдукції. Визначено особливості теплового процесу при передачі магми по розломам.

§ 8.1 Середні фонові температурні поля ДДЗ

Теплове поле ДДЗ відображує особливості геологічного розвитку регіона і носить складний характер. Так згідно з даними, приведеними в роботі Гавриша В. К., Забелло Г. Д., Рябчун Л. І. та інших [28], середня температура на глибинах порядку 1000 м змінюється від 25 до 51°C, а на глибинах 3000 м - від 65 до 120°C. Причому температура поступово збільшується у південно-східному напрямку. Найбільш високі значення температури відповідають зоні розривних дислокацій в районі Левенцівка-Перещепино. Температурне поле також підвищується над рядом локальних структур ДДЗ: Прилуцької, Глинсько-Розбишевської, Шебелинської, Шевченківської та інших. Знижені температури відповідають Ічнянській групі локальних структур, для якій характерні відкриті соляні штоки.

На формування локальних температурних полів конкретних структур впливає велика кількість різноманітних факторів: літологічні особливості порід, динаміка геотермальних вод, умови залягання пластів порід з різною теплопровідністю, анізотропія теплофізичних властивостей порід і багато чого іншого. Однак, якщо розглядати постійні температурні поля досить протяжних геоструктур, то тут значну роль грають глибинні теплові потоки, що надходять із мантиї, а також теплові потоки, які зумовлені радіоактивним розпадом, на фоні яких багатьма локальними тепловими ефектами можна знехтувати. Тому, з'являється можливість на основі досить простої моделі побудувати середні фонові температурні поля, характерні для трьох основних мегаблоків ДДЗ: Чернігівського, Полтавського і

Харківського, з усіма властивими їм особливостями стратиграфічної будови земної кори.

Далі на основі варіаційної скінчено-елементної методики для двомірних нестационарних теплових задач у сукупності з різносним методом, що докладно описані в § 3.6, проведене чисельне моделювання встановлених середніх фонових температурних полів земної кори в розрізах Чернігівського, Полтавського і Харківського мегаблоків ДДЗ. При моделюванні теплових полів, в якості об'єктів дослідження взяті умовні розрізи кори, характерні для північно-західного (Чернігівського), центрального (Полтавського) і південно-східного (Харківського) мегаблоків ДДЗ [2, 59]. Для всіх мегаблоків використані характерні стратиграфічні розподіли осадових, гранітизованих і базальтових порід і враховані відповідні теплові характеристики (див. § 3.6). На рис. 8.1.1 - 8.1.3 представлені діаграми середньої встановленої температури земної кори відповідних мегаблоків ДДЗ з урахуванням радіогенного тепловиділення порід і без урахування. Тут по горизонталі відкладена відстань від осі авлакогена в напрямку бортової зони ДДЗ, по вертикалі - глибина.

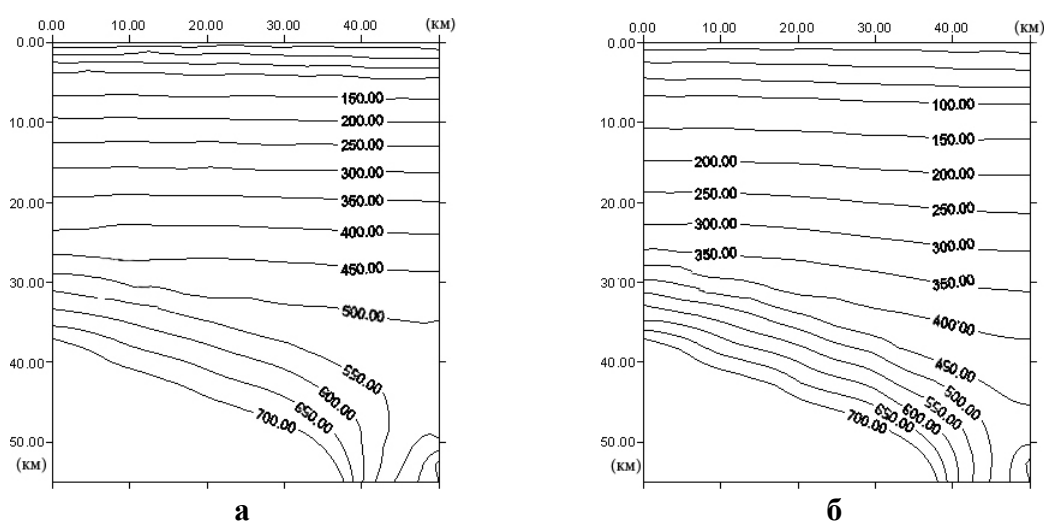


Рис. 8.1.1 а, б Розподіли середніх фонових температурних полів у розрізі земної кори Чернігівського мегаблоку ДДЗ: а) з урахуванням радіогенного тепловиділення порід; б) без урахування.

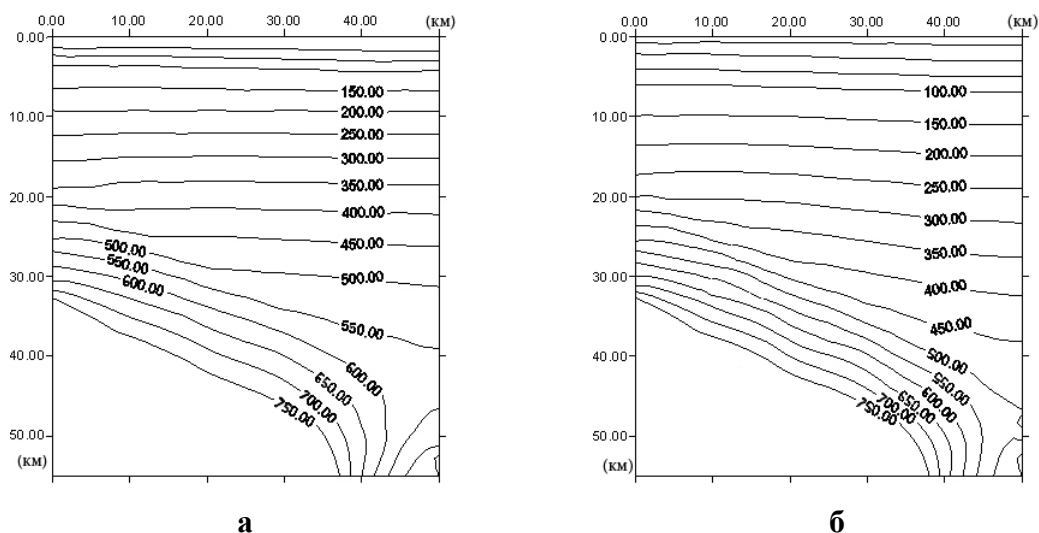


Рис. 8.1.2 а, б Розподіли середніх фонових температурних полів у розрізі земної кори Полтавського мегаблоку ДДЗ: а) з урахуванням радіогенного тепловиділення порід; б) без урахування.

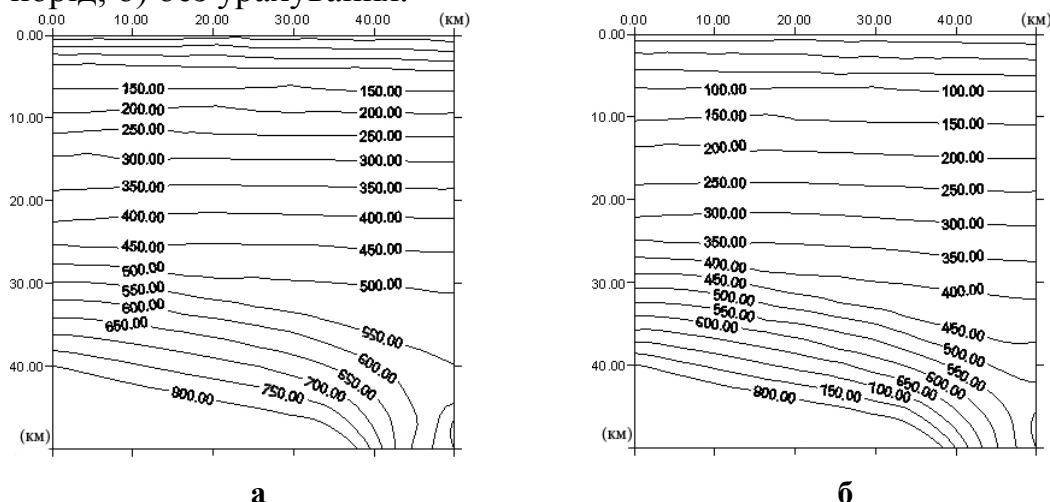


Рис. 8.1.3 а, б Розподіли середніх фонових температурних полів у розрізі земної кори Харківського мегаблоку ДДЗ: а) з урахуванням радіогенного тепловиділення порід; б) без урахування.

Аналіз температурних полів показує, що для всіх трьох мегаблоків ДДЗ помітні розходження фонових температурних полів спостерігаються в нижній і середній частинах консолідованої кори, внесок радіоактивних джерел, починаючи з глибин порядку 6 км, становить приблизно третю частину загального фонових температурних полів. Температурні умови в гранітованих шарах нижньої частини кори демонструють збільшення ймовірності утворення похідних прогресивної стадії гранулітової фації метаморфізму в південно-східному напрямку.

§ 8.2 Теплові процеси в зоні сучасної активізації ДДЗ

ДДЗ є складовою частиною Дніпровсько-Донецького рифта і розміщена на північному сході української частини Східно-Європейської дорифейської плити. ДДЗ представляє собою систему глибинних розломів, які протягуються з південного сходу на північний захід і утворюють полосу опущених по вказаним порушенням блоків та мікроблоків кристалічного фундаменту [28, 157]. У ДДЗ виділяють наступні типи дислокацій [28]: 1) дорифтові розломи архейсько-протерозойського походження; 2) рифтові пізньодевонські розломи, які протягуються вздовж осі ДДЗ і розташовані поперечно відносно дорифтових розломів; 3) скидові післярифтові регіональні та локальні розриви в осадовому чохлі ДДЗ. Згідно сучасним геологічним і геофізичним даним центральна і південно-східна частини ДДЗ за останні 3 ~ 5 млн років випробовують сучасну активізацію (СА) [24, 38, 40, 41, 120]. Так згідно геологічним даним: 1) за останні 3 млн років у центральній і особливо південно-східній частині ДДЗ зафіксовані підняття земної поверхні, які перевищують 100 м, при цьому спостерігається відгалуження зони підняття на північ за межі ДДЗ і підняття південно-східної частини схилу ВКМ; 2) зафіксовано активізацію поздовжніх та поперечних розломів; 3) у приповерхневих шарах земної кори зафіксовано циркуляцію глибинних високо напірних гарячих флюїдів зі складом розчинених солей і газів, що відрізняється від складу, який визначається осадовим чохлом. Ця циркуляція здійснюється по проникливим зонам активізованих розломів. Згідно геофізичним даним: 1) мантійний поверх СА ДДЗ представляє собою перегрітий і частково розплавлений об'єм речовини в інтервалі глибин приблизно 50 – 100 км. Коровий поверх представляє собою зону часткового плавлення на глибинах порядку 20 км, над цією зоною розташована область флюїдизації потужністю до 10 км. Вище цієї області флюїди розповсюдженні тільки в зонах активізованих проникливих розломів; 2) збурення теплового потоку в зоні СА ДДЗ пов'язано з областями локальних розломів, по яким здійснюється передача глибинних флюїдів; 3) просторий перегрів від глибинних джерел на сучасному етапі ще не досяг широких приповерхневих шарів

земної кори. Розуміння не тільки на якісному, але і на кількісному рівні теплових процесів, які відбуваються в межах земної кори в зоні СА ДДЗ є необхідною ланкою для розв'язання важливих геологічних та геофізичних проблем регіону. Наприклад проблем розвідки та видобутку вуглеводневої сировини. Цим питанням присвячено ряд робіт [9, 36, 38-41, 173]. Тут перш за все необхідно відмітити роботи Гордієнка В. В. та його колег, в яких автори досліджують різні геофізичні аспекти СА тектоносфери у регіоні ДДЗ і пов'язані з цим теплові процеси. З іншого боку ДДЗ є достатньо дослідженим у геологічному плані регіоном. Тут пробурена велика кількість глибинних свердловин, що дозволяє отримати достовірні дані про середні фонові та аномальні температури в регіоні (рис. 3.6.4). Цей факт разом з вивченістю регіону в літологічному плані [2, 28] суттєво полегшує задачу чисельного моделювання теплових процесів у земній корі в зоні СА ДДЗ. Далі на основі комбінації різносного методу та варіаційної скінчено-елементної методики, про яку докладно описано в § 3.6, буде проведено чисельне моделювання локальних теплових процесів земної кори в зоні СА ДДЗ. Виходячи з того факту, що місця появи і розміщення джерел температурних аномалій у земній корі в зоні СА ДДЗ тісно пов'язані з геометрією розломів, по яким відбувається циркуляція гарячих флюїдів і які мають достатньо протяжну структуру. Теплові поля, що виникають в околах цих джерел, можна розглядати, як плоскі. Враховуючи радіогенне тепловиділення порід земної кори і нехтуючи анізотропією теплофізичних властивостей навколишніх порід, яка може бути пов'язана з їх неоднорідним складом та тріщинуватістю, скористаємось двомірною ізотропною нестационарною тепловою моделлю. В даному випадку загальна постановка задачі теплопровідності при наявності об'ємних джерел тепла у декартовій системі координат (x, y) , яка зв'язана з протяжним розломом, має вигляд (3.6.1 – 3.6.3).

При моделюванні теплових процесів у зоні СА ДДЗ в якості умовного складу порід земної кори оберемо осереднений літологічний склад характерний для центральної осьової частини авлакогену в Полтавському мегаблоці [2, 28, 59] (див. рис. 3.6.1): глини, алеврити – 2 км; піщаники – 4 км; алевроліти – 2 км; до-

ломіти – 2 км; гранітоїди – 8 км; базальтоїди – 15 км. В якості величин теплопровідності та температуропровідності указаних порід взяті їх середні значення [50]: глини, алеврити – $1.70 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{град})$, $7.05 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$; піщаники – 2.77 , $11.48 \cdot 10^{-7}$; алевроліти – 1.99 , $10.39 \cdot 10^{-7}$; доломіти – 4.06 , $12.53 \cdot 10^{-7}$; гранітоїди – 2.51 , $9.16 \cdot 10^{-7}$; базальтоїди – 1.27 , $5.55 \cdot 10^{-7}$. Згідно даним приведеним в роботі [171], оберемо середні значення радіогенної теплогенерації осадових порід – $1 \text{ мкВт}/\text{м}^3$; гранітоїдів – 0.92 ; базальтоїдів – 0.3 . Враховуючи, що теплофізичні характеристики приведених геологічних порід відрізняються не дуже суттєво, відхилення від обраного літологічного складу, котрі будуть мати місце в інших можливих областях СА ДДЗ, не будуть приводити до суттєвих якісних змін у розподілі теплових полів. Враховуючи також, що величини теплопровідності розглянутих порід є дуже малими величинами, а коефіцієнти тепловіддачі гарячих флюїдів, які циркулюють по розломам, в зоні активізації є досить високими, то при заданні теплових аномалій можна використовувати граничні умови для сталої температури. При заданні джерел теплових аномалій будемо слідкувати, щоб результуючі значення температурного поля корелювали з даними температурних аномалій, які зафіксовані у ДДЗ (див. рис. 3.6.5). Виходячи з цих міркувань будемо вважати, що при виникненні стійких локальних температурних аномалій (областей перегріву в околицях циркулюючих гарячих флюїдів), аномалія температури на нижніх границях кори, не перевищує 500°C . Під аномальним значенням температури будемо розуміти різницю між фактичним значенням і середнім фоновим значенням температури в даній точці земної кори. Розподіли середніх фонових температурних полів ДДЗ визначені у § 8.1 [100]. На рис. 8.2.1 приведено розподіл фонового температурного поля, з урахуванням радіогенного тепловиділення порід, у Полтавському мегаблоці ДДЗ. Далі при моделюванні розглядатимемо фрагменти теплових полів, які по горизонталі симетричні відносно центра локальної температурної аномалії. При цьому середню температуру денної поверхні вважаємо рівною 0°C , а початкову температуру області – 10°C . Враховуючи тривалість процесу прогрівання розглянутих фрагментів земної кори, зафіксоване значення початкової температури

практично не впливає на результуючі розподіли температурного поля. На рис. 8.2.2 а, б, в представлені розподіли аномальних теплових полів у випадку виникнення стійких локальних температурних аномалій на нижній границі земної кори. На рис. 8.2.3 а, б, в, г – розподіли полів у випадку виникнення стійких температурних аномалій на нижній границі гранітоїдів. На рис. 8.2.4 а, б – розподіли полів у випадку створення стійких температурних аномалій на нижній границі осадових порід. На рис. 8.2.5 а, б, в – розподіли полів у випадку проникнення стійких температурних аномалій до нижніх границь піщаників.

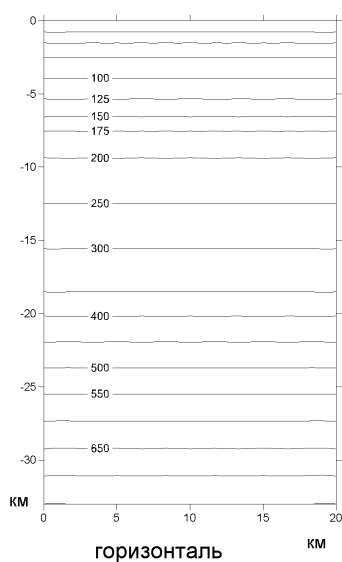


Рис. 8.2.1 Розподіл фоновому температурного поля з урахуванням радіогенного тепловиділення порід у центральній частині Полтавського мегаблоку [100].

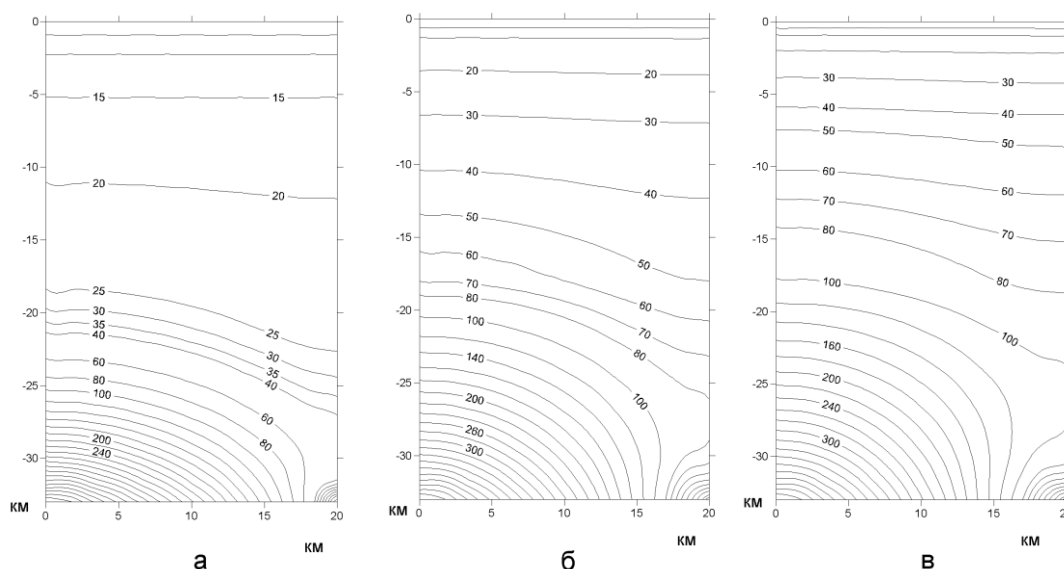


Рис. 8.2.2 а, б, в Розподіли аномальних теплових полів при виникненні стійких локальних температурних аномалій у 500°C і розмірами 2 км на нижній границі земної кори в зоні СА ДДЗ: а) після 1 млн років; б) 3 млн років; в) 5 млн років.

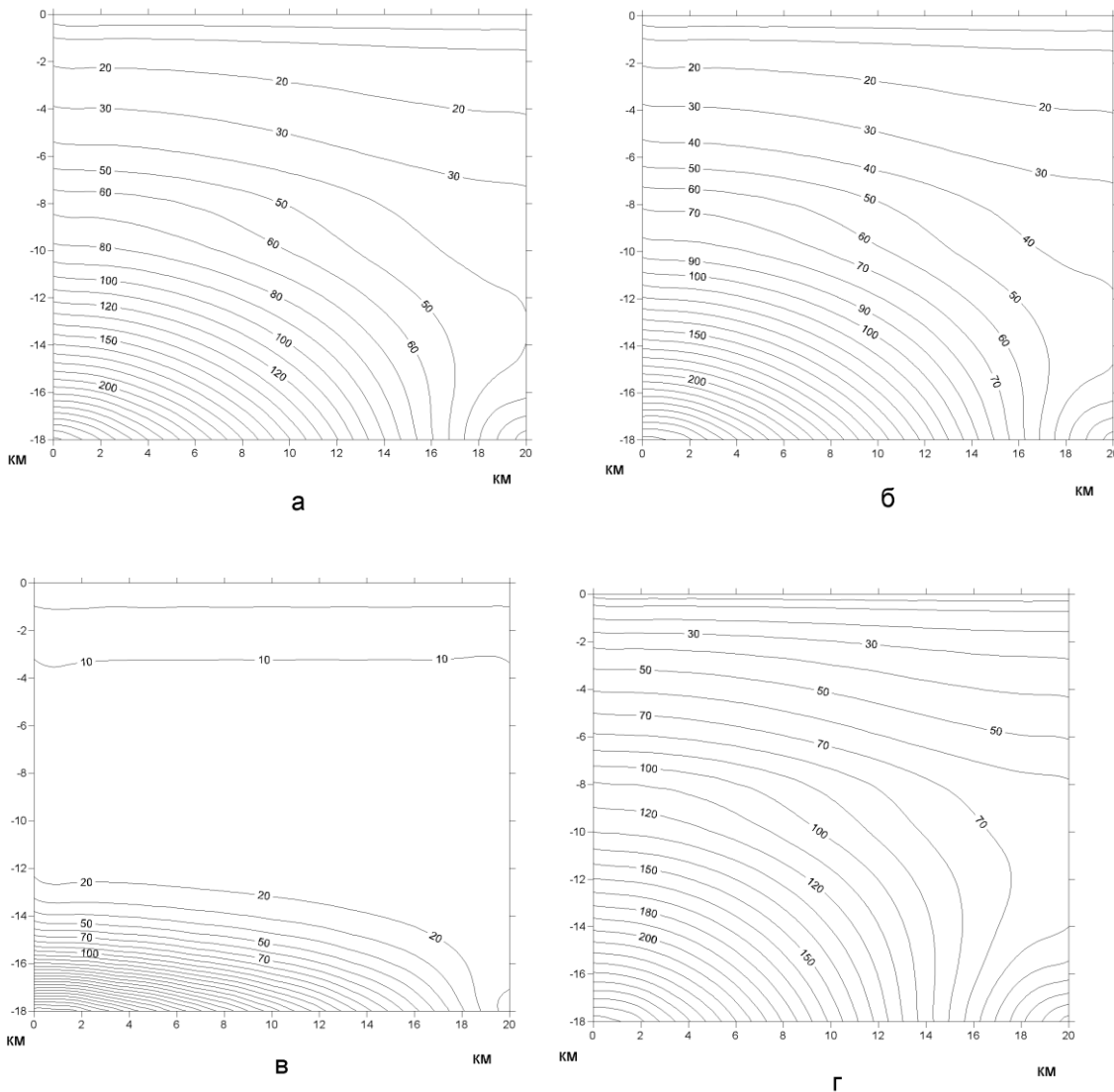


Рис. 8.2.3 а, б, в, г Розподіли аномальних теплових полів при виникненні стійких локальних температурних аномалій у 300°C на нижній границі гранітоїдів в зоні СА ДДЗ: а) після 1 млн років, при ширині аномалії – 200 м; б) після 1 млн років, при ширині аномалії – 2 км; в) після 10^5 років, при ширині аномалії – 2 км; г) після 3 млн років, при ширині аномалії – 2 км.

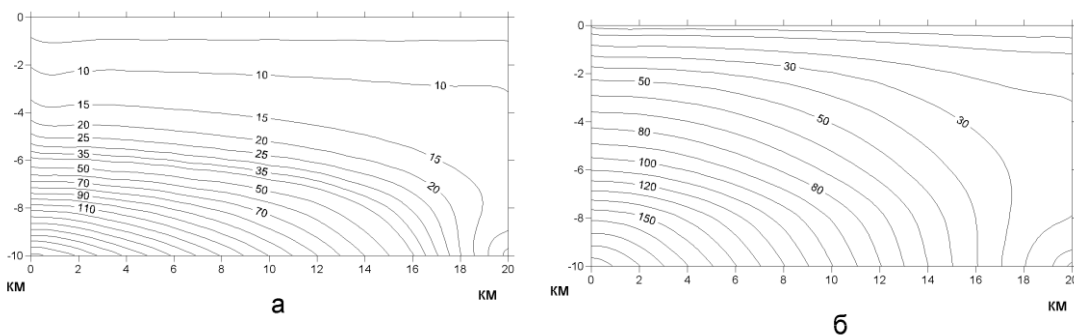


Рис. 8.2.4 а, б Розподіли аномальних теплових полів при виникненні стійких локальних температурних аномалій у 200°C і розмірами 200 м на нижній границі осадових порід в зоні СА ДДЗ: а) після 10^5 років; б) 1 млн років.

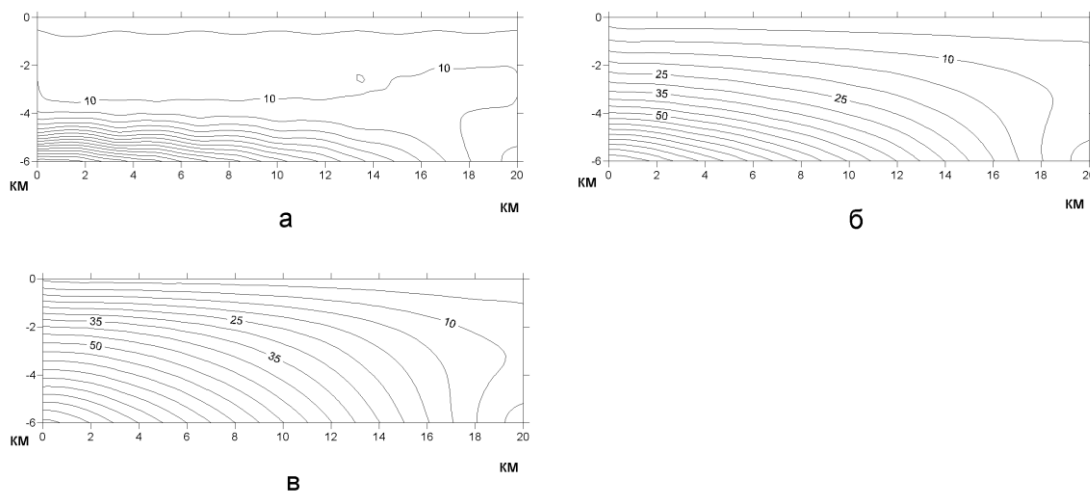


Рис. 8.2.5 а, б, в Розподіли аномальних теплових полів у випадку проникнення стійких локальних температурних аномалій у 100°C і розмірами 200 м до нижній границі залягання піщаників у зоні СА ДДЗ: а) після 10^4 років; б) 10^5 років; в) 1 млн років.

Аналіз отриманих результатів показує, що після проникнення гарячих флюїдів із стійкою температурною аномалією у 500°C до нижніх границь земної кори, через 3 млн років, аномалія у 20°C досягає відмітки 3.5 км , через 5 млн років, аномалія у 30°C досягає цієї відмітки. У процесі подальшого прогрівання, розподіл температури суттєво не змінюється. При проникненні стійкої температурної аномалії у 300°C до нижніх границь гранітоїдів, через 10^5 років – аномалія температури в 10°C не піднімається вище 3 км , через 1 млн років – аномалія у 20°C ледь досягає 2 км , через 3 млн років – аномалія у 20°C досягає 1 км . В процесі подальшого прогрівання розподіл температури не змінюється. В цьому випадку, перегріву недостатньо для початку процесів ізоморфізму в даній області земної кори. При проникненні стійкої температурної аномалії у 200°C до нижніх границь осадових порід, через 10^5 років – аномалія температури в 10°C не піднімається вище 2 км , через 1 млн років – аномалія у 20°C долає 800 м . При подальшому розігріві температурний режим суттєво не змінюється. При проникненні стійкої

температурної аномалії у 100°C до нижніх границь піщаників, через 10^4 років – аномалія у 10°C ледь досягає 3 км, через 10^5 років – аномалія у 20°C досягає 2 км, через 1 млн років – аномалія у 20°C досягає 800 м. При подальшому прогріванні температура не змінюється. Результати моделювання показують, що при умові стабільності локальної температурної аномалії на протязі тривалого періоду, розміри цієї аномалії суттєво не впливають на тепловий режим в околі цієї аномалії. Результати моделювання також показують, що процеси прогрівання земної кори в околицях локальних температурних аномалій відбуваються достатньо повільно (порядку декількох мільйонів років). Тому в умовах СА ДДЗ [40, 41], прогрів верхніх шарів земної кори може бути досягнутим тільки в місцях, де локальні температурні аномалії проникли відносно близько до земної поверхні. В цих областях очевидно відбувається інтенсивне прогрівання навколишніх осадових порід, що може приводити до активізації процесів гідротепломасопереносу в навколишньому середовищі та пов'язаних з цим процесів переносу та накопичення вуглеводнів. Цей факт дозволяє зв'язувати процеси накопичення вуглеводневої сировини з областями перегріву у верхніх шарах земної кори в зоні СА ДДЗ. Таким чином показано, що характер розподілу теплового поля в околицях локальних температурних аномалій залежить від потужності цих аномалій, їх стабільності і місця розташування відносно горизонтів земної кори. Встановлено, що при умові стійкості температурних аномалій у часі, їх розміри помітно не впливають на результуючий розподіл температурного поля. Отримані результати показали, що процеси прогрівання земної кори в околицях локальних температурних аномалій відбуваються дуже повільно (порядку декількох мільйонів років). Тому в умовах СА ДДЗ, прогрівання верхніх шарів земної кори може бути досягнуто тільки в місцях, де джерела локальних температурних аномалій розташовані відносно близько до земної поверхні. В цих місцях відбувається інтенсивний розігрів навколишніх областей, який очевидно приводить до активізації процесів гідротепломасопереносу в середовищі осадових порід і може стимулювати процеси переносу і накопичення вуглеводнів.

§ 8.3 Еволюція теплових полів ДДЗ у герцинський період

У загальній еволюції континентального рифтогенезу виділяються три основних етапи: передрифтовий, активний рифтовий і пострифтовий [35, 37, 43]. Кожний з цих етапів пов'язується з різним тепловим впливом аномально гарячої мантії на континентальну літосферу з наступним впливом на земну кору. Передрифтовий етап припускає наявність аномальної мантії на глибинах порядку 80 - 90 км. Саме з цих глибин починається процес активізації платформи, що виражається в нерегулярному розсіяному характері вулканізму. Протягом цього етапу розвивається слабке підняття території, яке обумовлене термічним розширенням літосфери. Активний рифтовий етап відповідає підходу аномальної мантії до границі Мохо (М), коли на основі слабковираженого підняття попереднього етапу починає розвиватись рифтова западина. З'являються перші осадові утворення рифтового етапу і виливаються лужні олівінові базальти - продукти тріщинних виливів. Протягом цього етапу, розтягнення літосфери, що спочатку охоплює значну територію, поступово концентрується в рифтовій западині, тут же локалізується і вулканізм. По мірі загального прогріву літосфери розвиваються внутрішньокорові вогнища та виникають вулкани центрального типу. Пізніше утворюються близькорифтові підняття - плечі рифта. Пострифтовий етап, який обумовлений загасанням термічної активності аномальної мантії, є початком зрілої стадії континентального рифтогенезу. Початок активного рифтового етапу ДДЗ датується періодом близько 390 - 380 млн. років тому [35]. Попереду цього етапу був передрифтовий період активності, коли із глибин порядку 220 - 340 км виносилася частина речовини глибинної астеносфери на глибини порядку 80 - 90 км. Взагалі, активну рифтову фазу розвитку ДДЗ пов'язують з підходом до нижніх границь кори трьох послідовних у часі астенолітів [35]. Тут мова не йде про одиничний астеноліт з характерними лінійними розмірами порядку 60 - 70 км, а про приблизно синхронне виникнення таких груп на усій території ДДЗ на кожному етапі активного процесу.

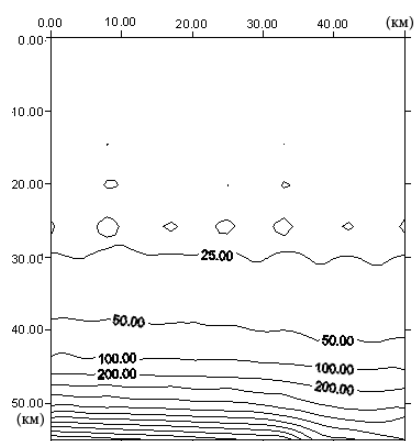
Для кращого розуміння процесів формування і розвитку ДДЗ, доцільно розрахувати еволюцію її теплових полів протягом активної рифтової стадії розвитку. Далі на основі комбінації варіаційної скінчено-елементної методики та різносного методу, яка докладно представлена в § 3.6, проводиться чисельне моделювання еволюції теплових полів, з урахуванням радіогенного тепловиділення порід, на початку (підхід перших астенолітів, близько 390 - 380 млн. років тому [35]), і в кінці (підхід третіх астенолітів, близько 360 - 355 млн. років тому [35]), герцинського етапу розвитку ДДЗ. Оскільки поперечний розмір, розглянутого рифтогену, значно менше поздовжнього розміру, то його теплове поле можна розглядати, як плоске. Враховуючи радіогенне тепловиділення порід, і зневажаючи анізотропією теплофізичних властивостей, що може бути пов'язана з тріщинуватістю порід, скористаємось ізотропною нестационарною тепловою моделлю. В цьому випадку загальна постановка двомірної нестационарної задачі теплопровідності в декартовій системі (x, y) , яка пов'язана з розглянутим тектонічним мегаблоком, описується рівняннями (3.6.1 – 3.6.3).

При моделюванні еволюції теплових полів ДДЗ у герцинський період, умовно обмежимося розглядом її центральної частини, що в сучасний період відповідає Полтавському мегаблоку. На початку активного рифтового етапу (після підходу перших астенолітів), геологічна будова цього мегаблоку в першому наближенні відповідала нинішнім сусіднім мегаструктурам УЩ і ВКМ, які в даному місці мають близьку будову: 45 км – гранітизованих порід і 10 км – порід базальтового шару [2, 28, 157]. Наприкінці активного рифтового періоду (після підходу третіх астенолітів, близько 360 – 355 млн. років тому [35]), основні перетворення консолидованої кори в розглянутій рифтовій зоні вже були завершені. Тектонічні ефекти головним чином були пов'язані з охолодженням і ущільненням порід нижньої та середньої частин консолидованої кори і збільшенням потужності шарів осадових порід. Сумарне опускання блоків кристалічного фундаменту в центральній осьовій частині рифтогену до цього моменту могло досягати 4 – 5 км [6, 175]. Такий стан розвитку центральної частини ДДЗ в розглянутий період часу приблизно

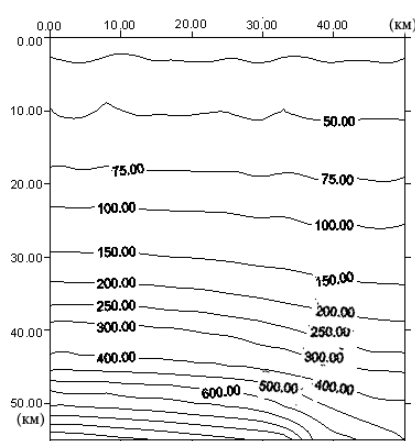
відповідає розвитку її північно-західної частини (Чернігівському мегаблоку) на сучасному етапі (див. рис. 3.6.1). Ймовірно, ця частина ДДЗ, на відміну від інших, протягом свого розвитку не піддавалася настільки потужному термічно-механічному впливу. Таким чином, при моделюванні еволюції теплових полів центральної частини ДДЗ, наприкінці активного рифтового періоду, в якості моделі геологічного розрізу консолидованої кори можна умовно використати сучасний геологічний розподіл, характерний для Чернігівського мегаблоку [2, 28]. В осьовій частині мегаблоку: глини, алеврити становлять верхній шар порядку 2 км; далі йдуть піщаники – 1 км; алевроліти – 1 км; доломіти – 1 км; гранітоїди – 19 км; базальтоїди – 13 км, потім цей розподіл плавно переходить у відповідні мегаструктури УЩ і ВКМ, які в даному місці мають близьку будову: 0,5 км – осадових порід; 44,5 км – гранітизованих порід і 10 км – порід базальтового шару. В якості масивів теплопровідності та температуропровідності при моделюванні були взяті середні значення величин відповідних порід [50]: глини, алеврити – 1,70 Вт/(м·град); $7,05 \cdot 10^{-7}$ м²/с; піщаники – 2,77; $11,48 \cdot 10^{-7}$; алевроліти – 1,99; $10,39 \cdot 10^{-7}$; доломіти – 4,06; $12,53 \cdot 10^{-7}$; гранітоїди – 2,51; $9,16 \cdot 10^{-7}$; базальтоїди – 1,27; $5,55 \cdot 10^{-7}$. Згідно даним роботи [171], були взяті середні значення радіогенної теплогенерації: осадових порід – 1 мкВт/м³; гранітоїдів – 0,92; базальтоїдів – 0,3. Згідно роботі Артюшкова [7], середня температура на розділі М на платформах оцінюється приблизно в 300 - 500°C, при підході аномально гарячої мантиї до границь нижньої кори її температура може досягати порядку 1200°C. При цьому, час підходу аномальної мантиї до кори малий у порівнянні з часом теплової релаксації літосфери. В той же час, аномальна мантия по своїй в'язкості близька до астеносфери, це дозволяє припустити, що між нею і астеносферою відбудуватиметься конвективний теплообмін, який буде підтримувати температуру гарячої мантиї на границі М постійною протягом тривалого часу.

При моделюванні еволюції теплового поля ДДЗ, на початку активної рифтової фази (після підходу перших астенолітів припустимо, що температура на границі М розглянутого мегаблоку підтримується постійною і рівною 1200°C, темпе-

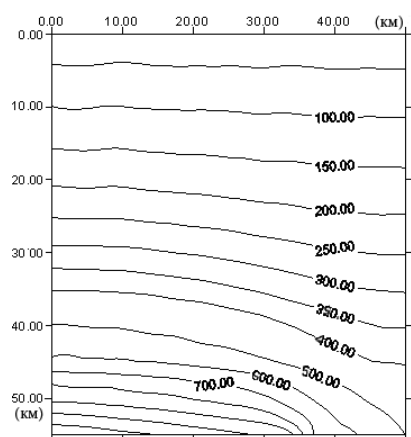
ратура навколишньої літосфери на границі М дорівнює 500°C . Початкова температура і середня температура земної поверхні дорівнюють 10°C . При моделюванні еволюції теплового поля ДДЗ в кінці активної рифтової фази (після підходу третіх астенолітів) на границі М мегаблоку розглянемо випадки присутності аномальної мантиї з температурами 1000 і 1200°C відповідно. Температуру навколишньої літосфери будемо вважати рівною 500°C . У всіх випадках лінійні розміри астенолітів вважаємо рівними 70 км [35]. Через близькість до симетричного виду, поперечного розрізу розглянутого мегаблоку ДДЗ [59, 157], при моделюванні обмежимо розглядом його симетричної половини. На рис. 8.3.1 – 8.3.4 - представлено розподіли температурних полів з урахуванням радіогенного тепловиділення порід у період активної фази герцинського етапу розвитку ДДЗ. Тут по горизонталі відкладено відстань від осьової зони рифта в напрямку його бортів у км, по вертикалі – глибина в км.



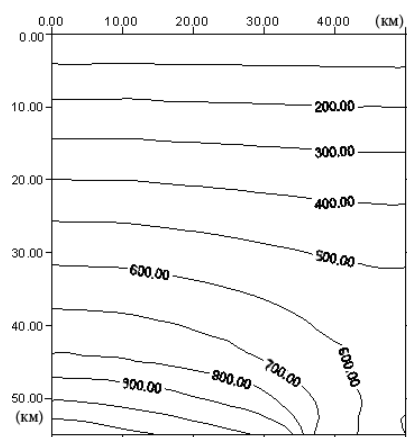
а



б



в



г

Рис. 8.3.1 а, б, в, г Еволюція теплового поля ДДЗ, з урахуванням радіогенного тепловиділення порід, після підходу до границі М розглянутого мегаблоку перших астенолітів з температурою 1200°C , (а) - через 1 млн років, (б) - через 5 млн років, (в) - через 10 млн років, (г) - через 30 млн років.

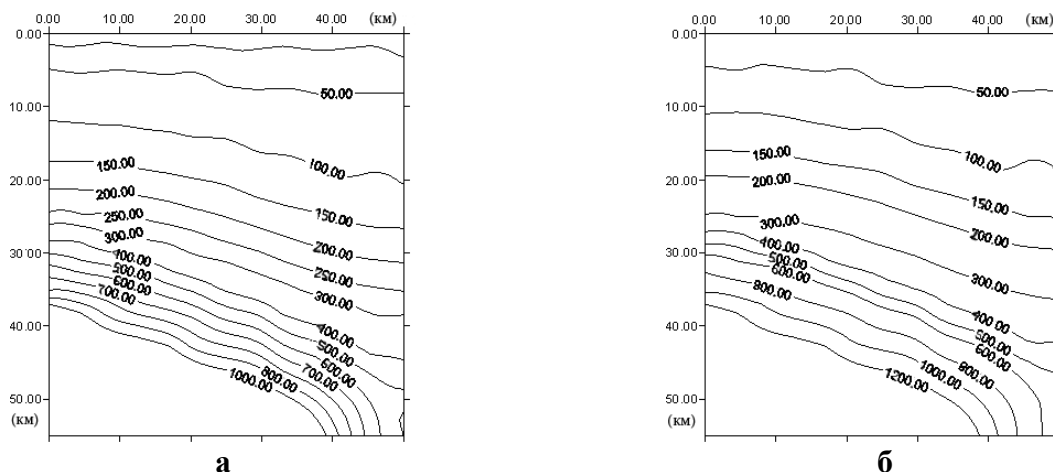


Рис. 8.3.2 а, б, Еволюція теплового поля ДДЗ, з урахуванням радіогенного тепловиділення порід, через 5 млн років після приходу третіх астенолітів, (а) - з температурою 1000°C на границі М, (б) - з температурою 1200°C на границі М.

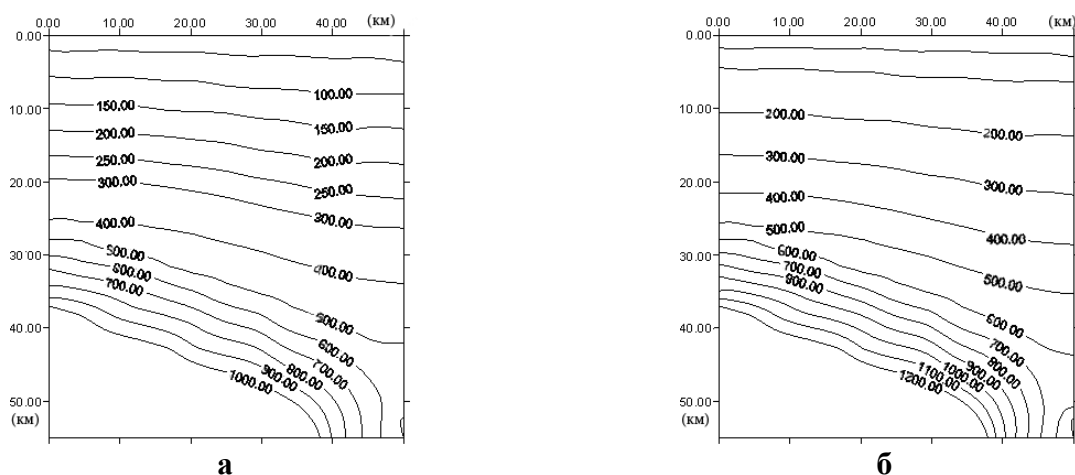


Рис. 8.3.3 а, б Еволюція теплового поля ДДЗ, з урахуванням радіогенного тепловиділення порід, через 10 млн років після приходу третіх астенолітів, (а) - з температурою 1000°C на границі М, (б) - з температурою 1200°C на границі М.

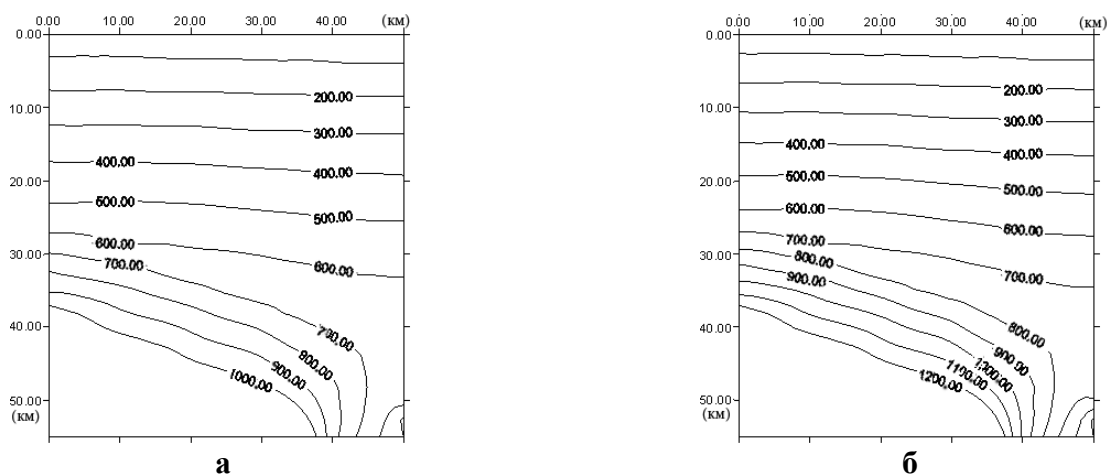


Рис. 8.3.4 а, б Еволюція теплового поля ДДЗ, з урахуванням радіогенного тепло- виділення порід, через 30 млн. років після приходу третіх астенолітів, (а) - з тем- пературою 1000°C на границі М, (б) - з температурою 1200°C на границі М.

Аналіз еволюції теплових полів ДДЗ на початку активного рифтового етапу показує, що протягом перших 5 млн. років після приходу перших астенолітів з температурою порядку 1200°C на границі М розглянутого мегаблоку, кора в око- лиці астеноліту, прогрівається досить повільно, температурна відмітка у 500°C ледь досягає нижньої границі шарів гранітизованих порід. Таким чином у цей період можлива лише еклогітзація нижніх базальтових шарів кори [165]. Через 10 млн. років, температура в 500°C вже досягає нижніх шарів залягання гранітої- дів створюючи усі необхідні передумови для початка прогресивної стадії гранулітової фації метаморфізму [165]. Через 30 млн. років, за умови, що темпе- ратура аномальної мантії на границі М, як і раніше, підтримується на рівні 1200°C, температурне поле повністю встановлюється. Температурна відмітка в 500°C зупиняється на глибині порядку 25 км. Очевидно, подібні температурні умови повинні відповідати найбільш активній фазі рифтогенезу (процеси базифікації та еклогітзації досягають максимуму), що повинно призводити до формування консолідованої кори рифта, її стоншенню та просіданню блоків кристалічного фундаменту. Аналіз еволюції температурних полів ДДЗ наприкінці активного рифтового етапу, коли формування рифтогену можна було вважати вже завершеним, показує, що через 5 млн. років після приходу третіх астенолітів тем-

пературна відмітка в 500°C залишається в межах середини базальтового шару. Через 10 млн. років, у випадку більш високотемпературної мантії (1200°C на границі М), температура 500°C ледь досягає границі залягання гранітоїдів. Отже, цей період можна зв'язувати тільки з процесами еклогітизації у нижніх шарах консолідованої кори. Через 30 млн. років, також за умови, що задані температури на границі М підтримуються на колишніх рівнях, температурне поле в околиці рифтогену повністю встановлюється. У випадку менш гарячої мантії (1000°C на границі М), температурна відмітка в 500°C зупиняється на глибині порядку 23 км, тобто фактично на нижній границі залягання гранітоїдів. Очевидно, за такими умовами процес подальшої базифікації вже не можливий. У випадку більш гарячої мантії (1200°C на границі М), температура 500°C досягає нижніх шарів гранітизованих порід. Отже, в цьому випадку можливі процеси, як еклогітизації так і базифікації, що приводять до подальшого розвитку авлакогену. Оскільки на нинішньому етапі розвитку, центральна частина ДДЗ (Полтавський мегаблок) має досить розвинену рифтову структуру - утонену земну кору (див. рис. 3.6.1), що складається в осьовій частині з 10 км - порід осадового шару, 8 км - гранітоїдних порід і 15 км - порід базальтоїдного шару [2, 28], то можна припустити, що протягом активного рифтового етапу розвитку, принаймні, центральна частина ДДЗ, піддавалася впливу серії потужних астенолітів з температурою мантії на границі М порядку 1200°C . Як показують розрахунки, астеноліти з більш умереною температурою - 1000°C на границі М не могли б привести до нинішнього стану розвитку земної кори основної частини ДДЗ. Для порівняння на рис. 8.3.5 і 8.3.6 приведені: модель теплового розвитку Дніпровсько-Донецького авлакогену, яка представлена в роботі Чекунова А. В. [176] і модель еволюції теплового режиму літосфери Дніпровсько-Донецького палеорифта згідно Кутасу Р. І. [86]. Порівняння показує, що отримана модель теплового розвитку ДДЗ у герцинський період добре узгоджується з тепловою моделлю Кутаса Р. І. і має незначні розходження в поверхневому шарі кори в період Девону з моделлю, яка приведена в роботі Чекунова А. В. [176].

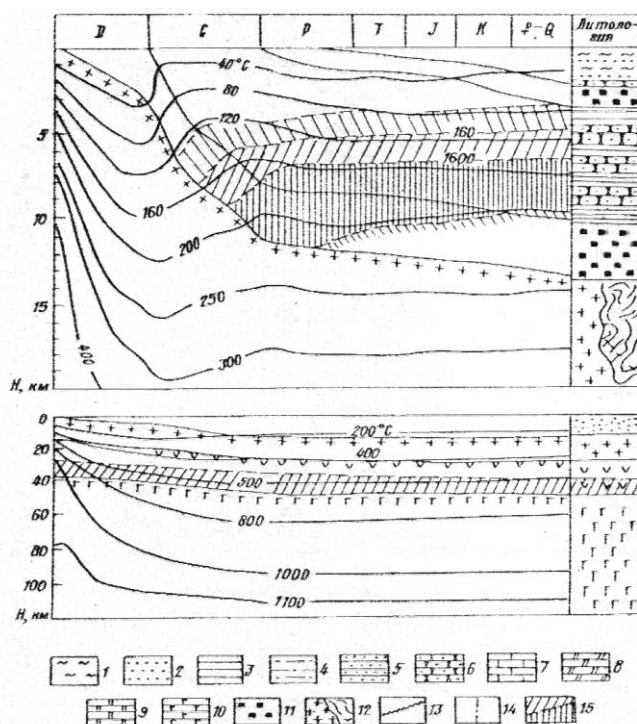


Рис. 8.3.5 Історія термічного розвитку Дніпровсько-Донецького авлакогену згідно Чекунову [176]. 1 – глини, 2 – піски, 3 – аргіліти, 4 – піски і аргіліти, 5 – аргіліти і алевроліти, 6 – піщаники, 7 – вапняки, 8 – мергелі, 9 – доломіти, 10 – гіпси і андезити, 11 – кам'яна сіль, 12 – консолідований фундамент, 13 – стратиграфічні перерви, 14 – лінія змінювання часового масштабу, 15 – зона проплавлення первинної консолідованої кори.

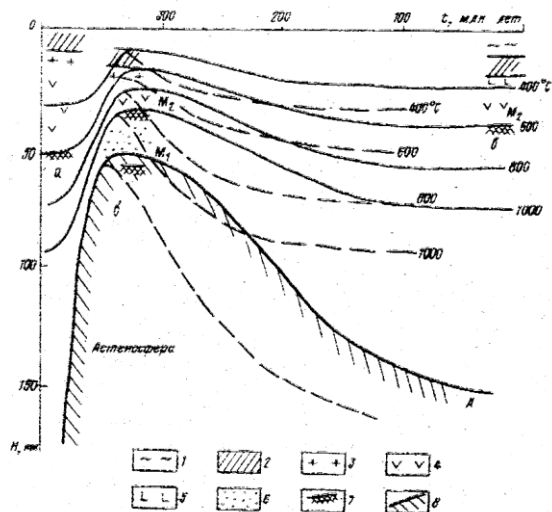


Рис. 8.3.6 Еволюція теплового режиму літосфери Дніпровсько-Донецького палеорифта згідно Кутасу [86]. 1 – осадовий шар, 2 – верхнепротерозойські утворення, 3 – граніто-гнейсовий шар, 4 – габро-гранулітовий шар, 5 – граніто-гнейсовий шар трансформований під дією високої температури, 6 – розплав в основі земної кори, 7 – розділи М, первинний і вторинний, 8 – положення астеносфери.

§ 8.4 Теплова модель розвитку ЗЧЗ

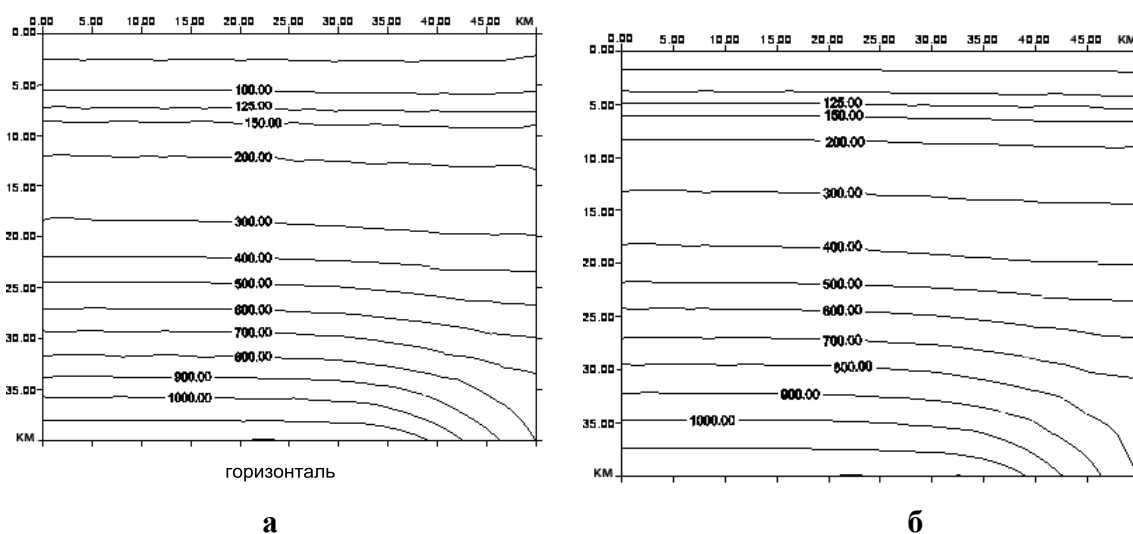
В роботі Гордієнка В. В. [37] було відзначено, що альпійський рифт Західно-Чорноморської западини (ЗЧЗ) по своїх розмірах досить близький до ДДЗ. В обох випадках довжина близько 500 км, а ширина 80-160 і 70-130 км відповідно. Обидві структури виникли на докембрійському фундаменті і в їх розвитку виділяються всі стадії, які властиві континентальному рифтогенезу: 1) початковий магматизм і відсутність седиментації; 2) утворення рифта; 3) синеклізна стадія. Також як і ДДЗ, ЗЧЗ в процесі свого виникнення і розвитку піддавалася дії трьох послідовних в часі астенолітів [35, 37]. Можливо, тут мова не йде про підхід одиничних астенолітів з характерними лінійними розмірами 80 - 100 км, а про приблизно синхронну появу їх груп на всій території Чорноморської мегазападини. Перші астеноліти піднімалися з глибин інтервалу 220-270 км в інтервал 40 - 90 км близько 95 млн років тому. Це привело до прогрівання консолідованої кори, однак істотних змін у ній не відбулося. Другі астеноліти піднімалися з глибин інтервалу 320-370 км в інтервал 100-150 км приблизно 60 млн років тому. Вони здійснили найбільш потужний тепловий і механічний вплив, що спричинило найбільші зміни в структурі земної кори ЗЧЗ, скорочення її потужності та зміну складу. Треті астеноліти піднімалися з глибин інтервалу 410-460 км в інтервал глибин 150-200 км близько 25 млн років тому і привели до активізації ЗЧЗ і відповідно до подальшої еволюції її земної кори. Оскільки поперечні розміри ЗЧЗ значно менше її поздовжніх розмірів, то при моделюванні її теплового поведінку можна розглядати як плоску і обмежитися двомірною моделлю. Для описання еволюції теплових полів ЗЧЗ на основних етапах її розвитку скористаємось двомірною ізотропною нестационарною тепловою моделлю, з урахуванням радіогенного тепловиділення порід, в системі відліку, яка пов'язана з деяким умовним розрізом земної кори на місці розвитку ЗЧЗ, що піддавалося прямому впливу відповідних астенолітів. У цьому випадку, двомірна нестационарна теплова модель може бути описана рівняннями (3.6.1 - 3.6.3) (метод розв'язання задачі описаний в § 3.6).

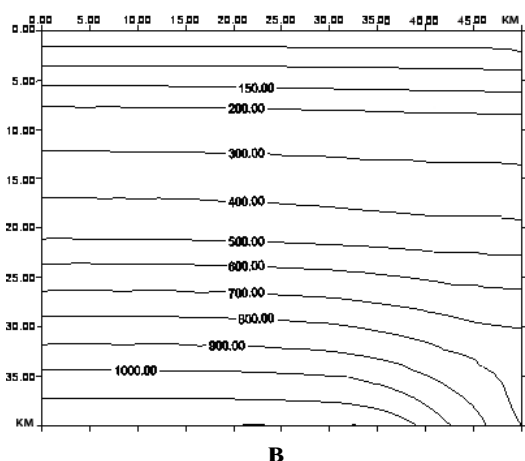
Згідно геолого-геофізичним даним, закладення Чорноморської мегазападини відбулося на континентальній літосфері палеозойського віку [37, 74, 87]. Виходячи з цих даних, в якості вихідної модель геологічної будови земної кори можна вибрати наступні параметри: початкова потужність - 40 км, при однаковій потужності гранітоїдного та базальтоїдного шарів. Далі будемо припускати, що в період після підходу перших астенолітів структура земної кори ЗЧЗ не зазнала істотних змін і залишилася на вихідному рівні. Після підходу других, найбільш потужних астенолітів, консолідована кора ЗЧЗ піддавалася впливу розтягуючих субгоризонтальних рухів нижньокорової речовини, яка захоплювалась астенолітом, що розтікався в напрямках від його центральної частини до периферій. В цей період земна кора ЗЧЗ зазнала найбільших змін. При моделюванні теплового розвитку ЗЧЗ на першому етапі, виберемо вихідний геологічний розріз консолідованої кори: 20 км - базальтоїдних і 20 км – гранітоїдних порід. При моделюванні теплового розвитку ЗЧЗ на другому етапі (з моменту приходу третіх астенолітів), спираючись на дані осадо накопичення в палеоцені, еоцені та олігоцені [87] (див. рис. 6.3.1), виберемо умовний геологічний розріз на осі рифтогена в співвідношенні: глини, алеврити – 2 км, піщаники – 4 км, вапняки – 2 км, базальтоїди – 12 км. Потім цей розподіл плавно переходить у сусідні з рифтогеном мегаструктури континентальної кори. В якості масивів теплопровідності та температуропровідності виберемо середні значення величин відповідних порід [50]: глини, алеврити – 1,70 Вт/(м·град); $7,05 \cdot 10^{-7}$ м²/с; піщаники – 2,77; $11,48 \cdot 10^{-7}$; вапняки - 4,06; $12,53 \cdot 10^{-7}$; гранітоїди - 2,51; $9,16 \cdot 10^{-7}$; базальтоїди - 1,27; $5,55 \cdot 10^{-7}$. Згідно даним, приведеним в роботі [171], виберемо середні значення радіогенної теплогенерації: осадових порід – 1 мк Вт/м³; гранітоїдів – 0,92; базальтоїдів – 0,3. Середню величину тепловіддачі повітря приймемо рівною 10 Вт/(м²·град) [18].

Моделюючи еволюцію теплового поля на відповідних етапах розвитку ЗЧЗ, будемо вважати, що центр піднявшогося астеноліту лежить на одній вертикалі з початком обраної системи відліку. При цьому вважаємо, що температура на границі М, яка збігається з нижнім краєм розглянутої прямокутної області земної ко-

ри, внаслідок конвективного теплообміну між аномально гарячою мантією піднявшогося астеноліту та астеносферою, підтримується на сталому рівні досить довго і має температуру приблизно рівну температурі астеносфери [7]. Середню температуру верхнього краю області вважатимемо рівною 10°C . У силу великої тривалості розглянутих теплових процесів, початковий розподіл температури в розглянутій області не грає помітної ролі, тому початкову температуру в усіх точках області умовно приймемо рівною 10°C . Температуру на нижній границі області встановимо відповідно до температури аномально гарячої мантії на границі М, при цьому температура на бічних границях області буде лінійно змінюватись від 10°C на поверхні Землі до температури аномальної мантії на границі М. Температуру навколишньої нормальної мантії вважаємо рівною 700°C . Розглядаємо тепловий вплив астенолітів з лінійними розмірами 70 і 100 км відповідно. Згідно симетрії теплових полів відносно центральної осі розглянутої області, обмежимося розглядом її симетричної половини.

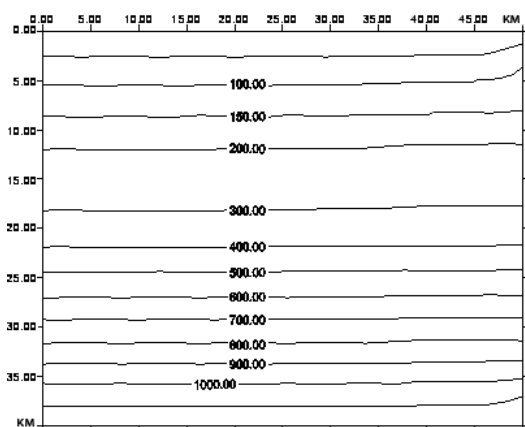
На рис. 8.4.1 - 8.4.3 представлені діаграми еволюції температурних полів ЗЧЗ, з урахуванням радіогенного тепловиділення порід, з моменту приходу других і третіх астенолітів (у палеогені – неогені). Тут по горизонталі відкладено відстань від осьової зони рифта вбік його бортів у км, по вертикалі – глибина в км.



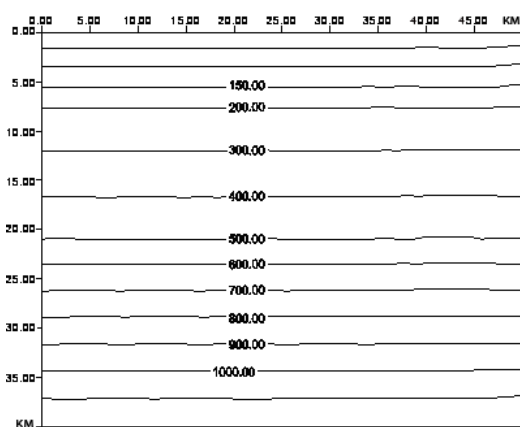


в

Рис. 8.4.1 а, б, в Розподіли температурних полів у поперечному розрізі земної кори центральної частини ЗЧЗ з моменту підходу других астенолітів (у палеогені) з лінійними розмірами 70 км і температурою на границі М - 1200°C: (а) – через 10 млн років, (б) – 20 млн років, (в) – 30 млн років.

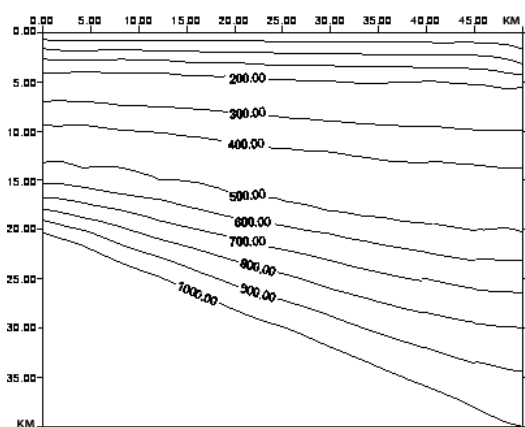


а

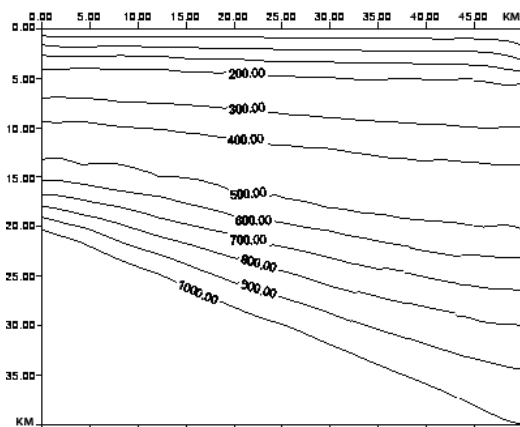


б

Рис. 8.4.2 а, б Розподіли температурних полів у поперечному розрізі земної кори центральної частини ЗЧЗ з моменту підходу других астенолітів (у палеогені) з лінійними розмірами 100 км і температурою на границі М - 1200°C: (а) – через 10 млн років, (б) – 30 млн років.



а



б

Рис. 8.4.3 а, б Розподіли температурних полів у поперечному розрізі земної кори центральної частини ЗЧЗ з моменту підходу третіх астенолітів (у неогені) з лінійними розмірами 100 км і температурою на границі М - 1000°C: (а) – через 10 млн років, (б) – 25 млн років.

Аналіз температурних діаграм на рис. 8.4.1 показує, що тепловий вплив других астенолітів (у палеогені) з лінійними розмірами 70 км і температурою на границі М - 1200°C призводить до наступних наслідків: 1) через 10 млн років після підходу других астенолітів температурна відмітка в 500°C досягає шарів на глибині 25 км; 2) через 20 млн років температура - 500°C піднімається до глибини 22 км; 3) через 30 млн років температура - 500°C не піднімається вище 21 км. Таким чином, можна зробити висновки: а) після підходу других астенолітів на місці утворення ЗЧЗ існували температурні умови, які сприяли процесам еклогітизації в нижніх шарах консолідованої кори [165]; б) по мірі занурення нижніх еклогізованих порід у мантию, температурні умови також сприяли процесам базифікації в гранітизованих породах [165], що могло привести до різкого скорочення потужності цих порід. У той же час аналіз температурних діаграм на рис. 8.4.2 показує, що тепловий вплив більш великомасштабних астенолітів із лінійними розмірами порядку 100 км не приводить до суттєвих відмінностей на відповідних етапах розвитку теплових полів ЗЧЗ. Аналіз еволюції теплових полів ЗЧЗ з моменту підходу третіх астенолітів у неогені (рис. 8.4.3) показує, що тепловий вплив цих астенолітів з лінійними розмірами порядку 100 км і температурою на границі М - 1000°C призводить до наступних наслідків: 1) через 10 млн років після підходу третіх астенолітів (у неогені) температурна відмітка в 500°C ледь досягає 14 км; 2) через 25 млн років температура 500°C так і не піднімається вище 13 км. Спираючись на ці результати, можна зробити наступні висновки: а) після підходу третіх астенолітів (у неогені) в базальтоїдних шарах ЗЧЗ зберігалися температурні умови, що сприяли їх подальшій еклогітизації і відповідно зануренню еклогізованих блоків у мантию; б) температурні умови також сприяли процесам метаморфізму в осадових породах ЗЧЗ [165]. Таким чином на основі загального аналізу результатів моделювання еволюції теплових полів ЗЧЗ з моменту підходу до

нижніх границь її консолідованої кори других астенолітів близько 60 млн років тому і по сучасний геологічний період можна зробити наступні висновки: 1) з моменту підходу других астенолітів (у палеогені по четвертинний період) на місці утворення ЗЧЗ існували температурні умови, які сприяли інтенсивним процесам еклогітизації в нижніх шарах консолідованої кори, при цьому не можна виключати механізму занурення ЗЧЗ за рахунок гравітаційного опускання еклогізованих блоків нижньої кори в мантію;

2) по мірі занурення ЗЧЗ, температурні умови також сприяли процесам активної базифікації в гранітизованих породах, що могло привести до різкого скорочення потужності цих порід, в той же час, по мірі утворення басейну осадових порід, температурні умови також сприяли процесам активного метаморфізму в осадових породах ЗЧЗ. Якщо порівняти розподіл температури в осадовому шарі ЗЧЗ у неогені з сучасним розподілом температури, який представлений на рис. 6.3.1, то можна зафіксувати охолодження осадового шару в цьому регіоні. Це можна пояснити затуханням активності третіх астенолітів та інтенсивним конвективним теплообміном верхнього шару земної кори з морською водою.

§ 8.5 Процес нагрівання океанічної літосфери в зоні субдукції

Розуміння процесів нагрівання океанічних літосферних плит (слебів), по мірі їх занурення в мантію в зонах субдукції, є важливим моментом для реалізації багатьох проблем геодинаміки і тектоніки плит. Дійсно, степінь нагрівання слебів при зануренні в мантію визначає ступінь їх від'ємної плавучості і таким чином є основним критерієм процесу занурення океанічної літосфери в мантію в зоні субдукції. Зони субдукції є найважливішими активними зонами Землі, в яких виділяється 90-95 % сейсмічної енергії і сконцентрована основна частина найбільш активних вулканів. В цих зонах, в силу від'ємної плавучості слебів, виникає головний рушійний механізм тектоніки плит - тягнуча сила слебів, що опускаються. Таким чином, термомеханічні процеси, які відбуваються в зонах субдукції, багато в чому визначають теплову і тектонічну еволюцію Землі. Не випадково, процеси в зонах субдукції, тривалий час привертають пильну увагу геофізиків. Якщо раніше ці ключові для розуміння глобальної геодинаміки процеси вивчалися, в основному, в рамках якісних допущень і гіпотез, то останнім часом, завдяки потужному розвитку обчислювальної техніки і накопиченню відповідної геоінформації, з'явилася можливість математичного моделювання цих процесів. Так, на основі чисельної реалізації двомірних теплових моделей, було проведено дослідження багатьох різноманітних геодинамічних, геофізичних і петрологічних процесів, що відбуваються в зонах субдукції [245, 294, 298, 327, 330]. Однак згідно сучасному огляду зон субдукції, приведену в роботі Stern [327], основна увага дослідників приділяється тепловим процесам в зоні субдукції у порівняно неглибоких шарах мантії (приблизно до 300 км в глибину), що в основному пов'язане з різноманітними дослідженнями в зоні мантійного клину (mantle wedge zone). Це стосується, наприклад, робіт Peacock et al. [298], Kincaid et al. [245], де на основі двомірних теплових моделей побудовані неглибокі температурні розподіли в слебах різного типу. З іншого боку, в цілях визначення, наприклад, від'ємної плавучості слебів, актуальним є розуміння на кількісному рівні процесів нагрівання океанічної літосфери різних типів на різних стадіях занурення в мантію (в тому числі на великих

глибинах). Далі на основі варіаційної скінчено-елементної методики, розробленої для тривимірних нестационарних теплових задач, в наближенні шаруватих оболонок, яка докладно описана в § 3.7, буде проведено моделювання цього процесу. При побудові моделі нагрівання океанічної літосфери в процесі її занурення в мантію в зоні субдукції будемо розглядати океанічну літосферу трьох типів згідно огляду Stern [327]: молодшу тонку, товщиною 60 км (чилійського типу), середню, товщиною 80 км і стару товсту, товщиною 100 км (маріанського типу). Представимо типову структуру океанічної літосфери у вигляді тришарової оболонки. Верхній шар товщиною в 1 км складається з осадових порід, середній шар товщиною 6 км складається з базальтів і габро, нижній шар складається з олівінів [167, 330]. При цьому будемо враховувати радіогенне тепловиділення порід океанічної кори. Згідно даним огляду [327], припустимо, що молода океанічна літосфера рухається вглиб мантії зі швидкістю 3 см/рік під кутом 30° до горизонталі, середня зі швидкістю 6 см/рік під кутом 60°, стара зі швидкістю 10 см/рік під кутом 90°. Будемо розглядати фрагменти океанічної літосфери у вигляді тривимірної оболонки шириною 1000 км. Початкову температуру розглянутого фрагменту сліба вважатимемо рівною середній температурі океанічної літосфери ~ 600°C. По мірі занурення сліба в мантію, температуру на його верхній і нижній поверхнях будемо задавати, відповідно до температурної діаграми в зоні субдукції, приведеної в роботі Turcotte, Schubert [330] (див. рис. 8.5.1).

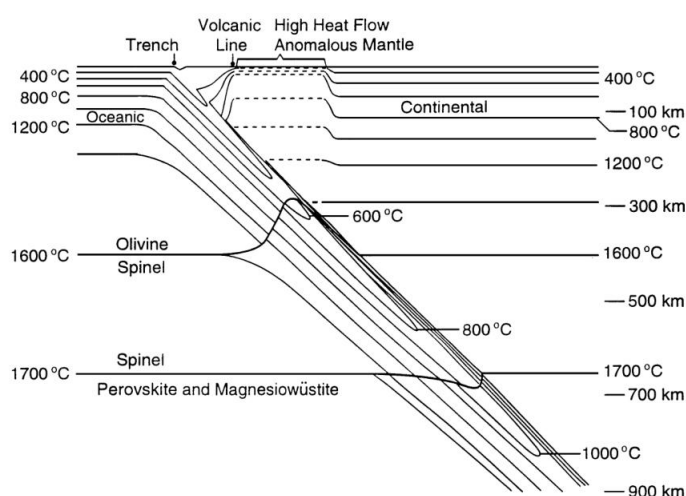


Рис. 8.5.1 Типовий розподіл температурних полів в зоні субдукції, приведений в роботі Turcotte, Schubert [330].

Виберемо середні значення величин теплопровідності, температуропровідності та радіогенної теплогенерації зазначених вище порід океанічної літосфери [50, 171, 330]: осадові породи – $2.00 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{град})$, $1.00 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$, $1.00 \text{ мкВт}/\text{м}^3$; базальти і габро – 2.28 , $8.00 \cdot 10^{-7}$, 0.30 ; олівіни – 4.23 , $1.26 \cdot 10^{-6}$, 0.00 . Для визначення коефіцієнта тепловіддачі мантії на границі зі слобом знову скористаємось співвідношенням для числа Нуссельта (див. § 3.7). Згідно даним робіт [147, 169] число Нуссельта для верхньої мантії варіюється в діапазоні $12 - 20$. З іншого боку, виходячи з діаграми на рис. 3.7.1 можна припустити, що верхня границя нестійкого стану в'язкої рідини, яку можна пов'язати з великомасштабною конвекцією у верхній мантії приблизно відповідає числу Нуссельта ~ 16 . Обираючи це число, коефіцієнт теплопровідності верхньої мантії $\sim 5 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{град})$ і характерну товщину слоба $\sim 100 \text{ км}$, виконаємо оцінку коефіцієнта тепловіддачі верхньої мантії: $\alpha_m \approx 8 \cdot 10^{-4} \text{ Вт}/(\text{м}^2\cdot\text{град})$. Нагадаємо, в § 3.7 було показано, що коефіцієнт тепловіддачі мало залежить від температури і в'язкості. На рис. 8.5.2 - 8.5.4 представлені процеси нагрівання молоді, середньої і старої океанічної літосфери, на різних стадіях занурення в мантію в зонах субдукції.

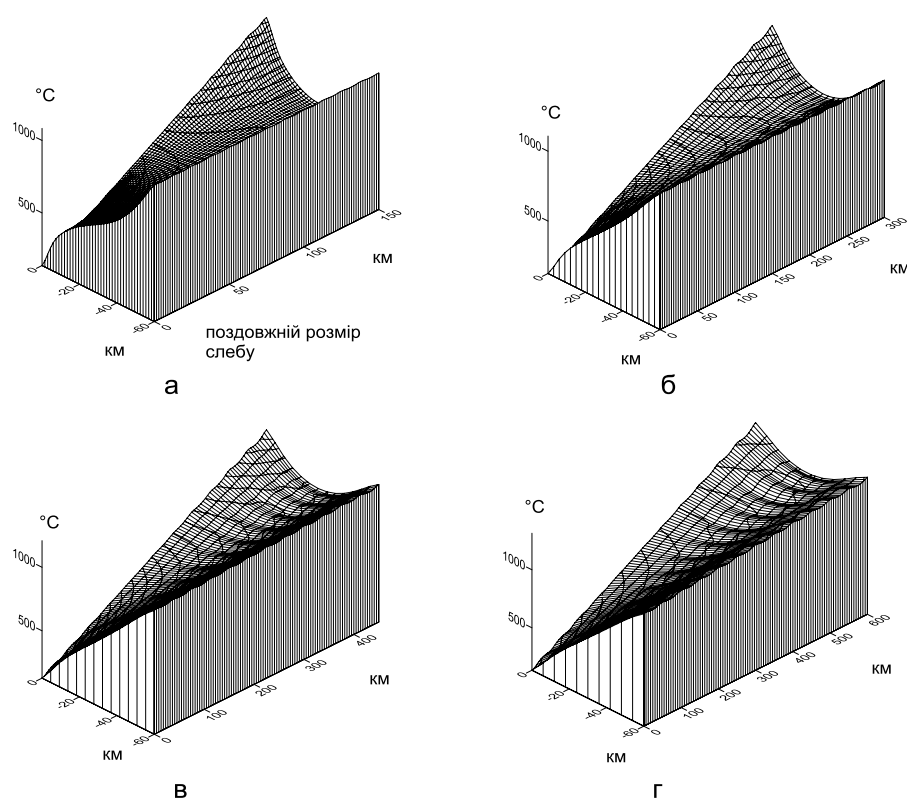


Рис. 8.5.2 а, б, в, г Розподіли температури по товщині молодих океанічних літосферних плит чилійського типу (товщиною 60 км), що рухаються зі швидкістю 6 см/рік під кутом 30° до горизонталі, на різних етапах занурення в мантію в зоні субдукції: а) через 5 млн років; б) через 10 млн років; в) через 15 млн років; г) через 20 млн років.

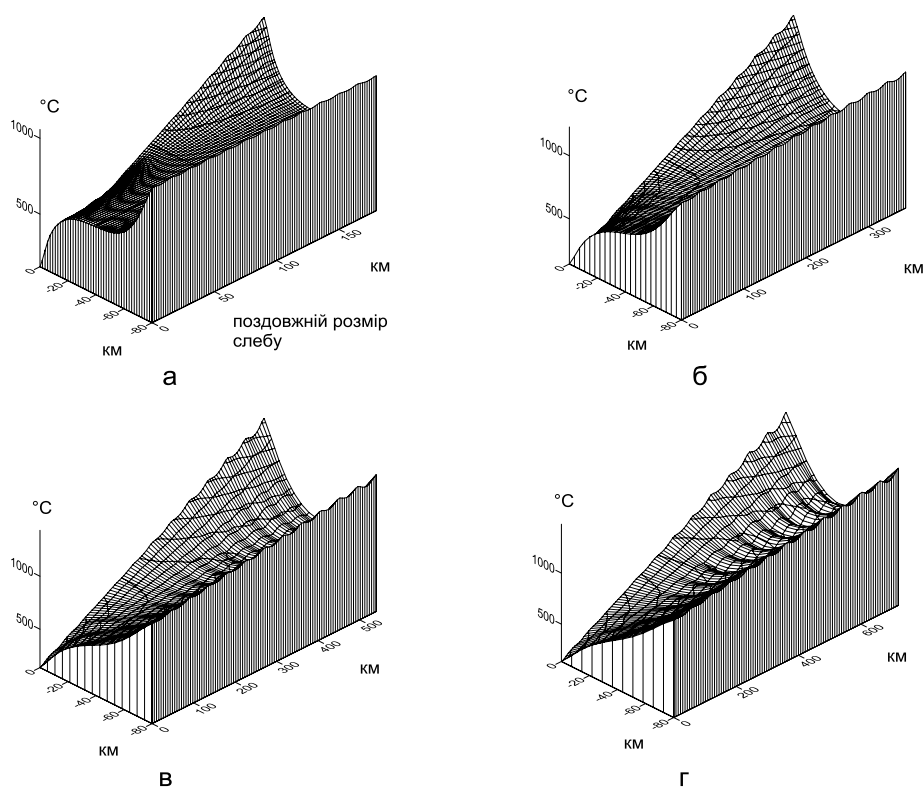
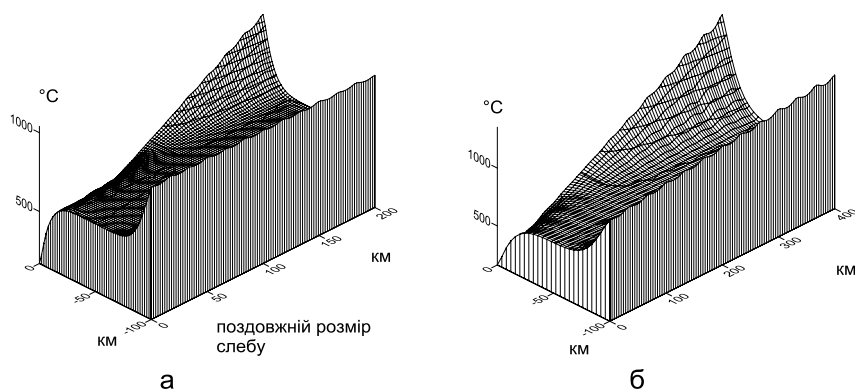


Рис. 8.5.3 а, б, в, г Розподіли температури по товщині океанічних літосферних плит середнього типу (товщиною 80 км), що рухаються зі швидкістю 6 см/рік під кутом 60° до горизонталі, на різних етапах занурення в мантію в зоні субдукції: а) через 3 млн років; б) через 6 млн років; в) через 9 млн років; г) через 12 млн років.



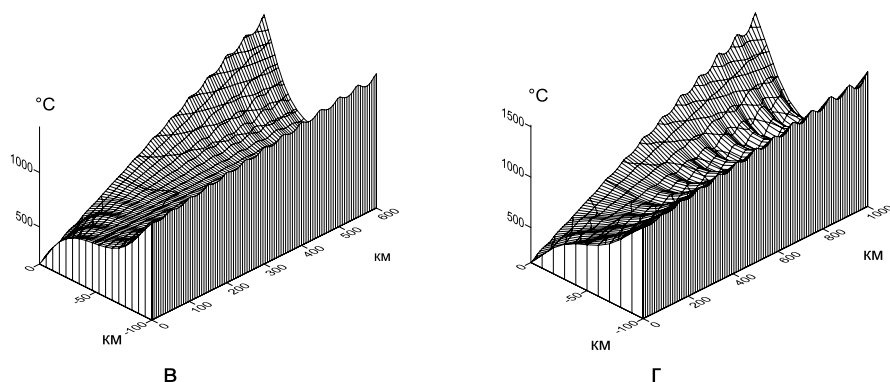


Рис. 8.5.4 а, б, в, г Розподіли температури по товщині старих океанічних літосферних плит маріанського типу (товщиною 100 км), що рухаються зі швидкістю 10 см/рік під кутом 90° до горизонталі, на різних етапах занурення в мантію в зоні субдукції: а) через 2 млн років; б) через 4 млн років; в) через 6 млн років; а) через 10 млн років.

Аналіз рис. 8.5.2 – 8.5.4 показує, що нагрівання океанічних літосферних плит різного типу на різних етапах занурення в мантію в цілому носить подібний характер. Найбільш швидкому нагріванню піддаються зовнішні області плит, в той час як їх серцевини тривалий час зберігаються відносно холодними. Однак, не дивлячись на якісну подібність, у кількісному відношенні, процеси нагрівання плит різних типів, на різних стадіях занурення помітно відрізняються. З рис. 8.5.2 видно, що молоді плити повільно поринають у мантію і відповідно повільно нагріваються. Так через 5 млн років (з початку занурення), параболічні профілі температури в головній частині плити мають досить пологіший характер. Мінімуми відповідають 600°C , а максимуми в приповерхневих зонах досягають 1100°C . Через 10 млн років, відбувається рівномірне прогрівання слєбу приблизно на $\sim 100^\circ\text{C}$. Через 15 млн років відбувається аналогічний процес прогрівання слєбу. Через 20 млн років серединна область плити прогривається до 1000°C , а її зовнішні області до 1400°C . Очевидно за таких умов слєб буде перебувати в розплавленому стані і його подальше занурення припиниться. З рис. 8.5.3 слідує, що зовнішні області океанічних літосферних плит середнього типу прогриваються значно швидше, в той час як більш масивні серединні області тривалий час зберігають холодну температуру. Так через 3 млн років, температура серединної області плити зберігається на рівні 600°C , температура зовнішніх областей прогривається до 1200°C . Через 6

млн років, температура серединної області залишається практично на тому ж рівні, а температура зовнішніх областей піднімається до 1250-1300°C. Через 9 млн років, серединна область прогривається в середньому до 650°C, температура зовнішніх областей перебуває в інтервалі 1300-1400°C. Через 12 млн років, температура серединної області підвищується до 700°C, а температура зовнішніх областей піднімається до 1350-1500°C. З рис. 8.5.4 слідує, що найбільш контрастний розподіл температури спостерігається при зануренні старих океанічних літосферних плит маріанського типу. Старі плити рухаються дуже швидко, при цьому практично вертикально поринаючи в мантію [327]. Це приводить до швидкого розігріву зовнішніх областей плит, однак в силу своєї масивності, внутрішні частини плит зберігають холодну температуру на тривалому етапі своєї еволюції. Так через 2 млн років, плита зберігає свою початкову температуру і тільки невеликі крайові області в головній частині плити прогриваються до 1050°C. Через 4 млн років, температура основної області плити практично не змінюється і тільки зовнішні області прогриваються в інтервалі 1000-1300°C. Через 6 млн років, серединна область плити залишається на рівні 600°C, у той час як зовнішні області досягають 1100-1450°C. Через 10 млн років, усе ще значна внутрішня область плити залишається в діапазоні 600-700°C, а зовнішні області розігриваються до 1200-1600°C. Таким чином, загальний аналіз отриманих результатів показує, що процес нагрівання океанічних літосферних плит при зануренні в мантію в зоні субдукції в цілому носить подібний характер. Найбільш швидкому нагріванню піддаються зовнішні області плит, в той час як їх серцевини тривалий час зберігають відносно холодну температуру. Однак, не дивлячись на подібну якісну картину, в кількісному відношенні, процеси нагрівання плит різних типів на різних стадіях помітно відрізняються. Так молоді плити повільно поринають в мантію і відповідно повільно нагріваються. В той же час невелика товщина цих плит приводить до того, що вони розігриваються до рідкоподібного стану вже на глибинах порядку ~ 300-400 км. Це приводить до втрати їх форми і здатності подальшого занурення. Плити середнього типу значно швидше поринають углиб мантії і швидше розігрива-

ються, однак їх більш масивні внутрішні області значно довше зберігаються холодними. Таким чином, середні океанічні літосферні плити здатні тривалий час зберігати свою форму та від'ємну плавучість і поринати можливо до середніх границь нижньої мантії. Масивні старі плити найбільш швидко поринають углиб мантії, що дозволяє їм на більших глибинах зберігати середню холодну температуру. Таким чином, старі океанічні літосферні плити, маючи величезну від'ємну плавучість, в принципі, здатні досягати нижніх областей мантії і навіть прикордонних областей з рідким ядром. Результати моделювання показують, що ширина океанічної літосфери помітно не впливає на розподіл температури по товщині плити. Враховуючи отримані розподіли температури всередині слібів можна визначити їх ефективну густину, отже від'ємну плавучість на різних етапах занурення в мантію.

§ 8.6 Тепловий процес при передачі магми по розломам

Магматизм є проявом глибинної активності Землі, він тісно пов'язаний з тепловим розвитком Землі і її тектонічною еволюцією. Магма - складний комплекс хімічних елементів, у якому переважає кремній, у нього також входять такі елементи як: Al, Fe, Mg, Mn, Ca, Na, K, O, S, Cl, F. В її складі можуть бути присутніми і деякі дорогоцінні метали. Магми утворюються у верхній мантії або в перегрітих областях літосфери різними шляхами в результаті плавлення гірських порід в умовах високих температур і тисків. Найбільш часто такі процеси відбуваються в астеносфері. Гаряча рідкоподібна магма під дією високих тисків може транспортуватися по глибинних розломах у приповерхневі області літосфери і навіть виходити на поверхню Землі. У вулканічних областях магма, потрапляючи на земну поверхню, виливається у вигляді лави, утворюючи екструзивні тіла. Магматичні маси, які охолоджуються на глибині, утворюють різні за формою і розмірами інтрузивні тіла. Серед вулканічних магм, які виливаються на поверхню, в основному переважають базальти, в той час як серед застиглих глибинних магм переважають граніти [61]. Переміщуючись нагору по розломах, магми переносять у своєму складі різноманітні метали, в тому числі кольорові та дорогоцінні метали [61]. Разом з тим процеси магматизму можуть сприяти процесам накопичення вуглеводневої сировини в магматичних пастках [41, 159]. Таким чином, розуміння процесів магматизму і особливо специфічних питань передачі магми по розломам має не тільки важливе фундаментальне значення для вивчення процесів еволюції Землі, але і важливе прикладне значення. Не випадково геофізики та геологи давно займаються цими проблемами і їм присвячена велика кількість робіт [14, 19, 61, 150, 159, 175, 178, 218]. В той же час через складність і різноманіття проблем магматизму в цей час зберігається багато питань. Зокрема, відсутні надійні геофізичні критерії щодо виникнення процесів магмоутворення і процесів передачі магм по розломам. З цієї точки зору, виникає інтерес у дослідженні теплових режимів, які супроводжують процеси передачі магми по розломним каналам, з урахуванням тепловіддачі магми. Далі на основі варіаційної скінчено-елементної методики

для нестационарних задач теплопровідності, яка докладно описана в § 3.6, буде проведено моделювання теплового процесу передачі магми по розломним каналам. Розглядатимемо базальтову магму, що утворилася в астеносфері і перебуває з нею в умовах конвективного теплообміну. Тоді у початковий момент проходження каналу, магма буде мати температуру рівну температурі астеносфери $\sim 1200^\circ\text{C}$ [167]. Оскільки в діапазоні $1100 - 1000^\circ\text{C}$ у базальтовій магмі відбуваються процеси кристалізації, в цьому температурному діапазоні врахуємо об'ємне тепловиділення кристалізації. Виходячи з того факту, що розломні канали, по яким відбувається передача магми, мають досить протяжну структуру, теплові поля, які виникають у розломних каналах, можна розглядати, як плоскі. При моделюванні розглянемо процеси охолодження базальтової магми в розломних каналах з поздовжніми розмірами 100 м і шириною порядку 10 м. Будемо вважати, що початкова температура магми в каналі співпадає з температурою астеносфери в місці входження магми в канал і за рахунок контакту з гарячою магмою підтримується на постійному рівні. Для оцінки коефіцієнту тепловіддачі в каналі у місці контакту з гарячою магмою знову скористаємось співвідношенням для числа Нуссельта (див. § 3.7). Згідно діаграмі на рис. 3.7.1 виберемо число $Nu \approx 16$, яке відповідає тепловіддачі на верхній границі нестійкої фази конвективного середовища. Обираючи коефіцієнт теплопровідності базальта $\lambda_{\text{баз}} \approx 2.28 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{град})$ і характерну ширину каналу $l \approx 10 \text{ м}$, оцінимо коефіцієнт тепловіддачі в місці контакту з гарячою магмою $\sim 3.65 \text{ Вт}/(\text{м}^2\cdot\text{град})$ (в § 3.7 було показано, що коефіцієнт тепловіддачі для в'язкої рідини практично не залежить від температури і в'язкості). Також врахуємо об'ємне тепловиділення кристалізації базальтової магми у відповідному температурному діапазоні. На рис. 8.6.1 - 8.6.5 представлені розподіли теплових полів у розломних каналах передачі базальтової магми при різних граничних умовах.

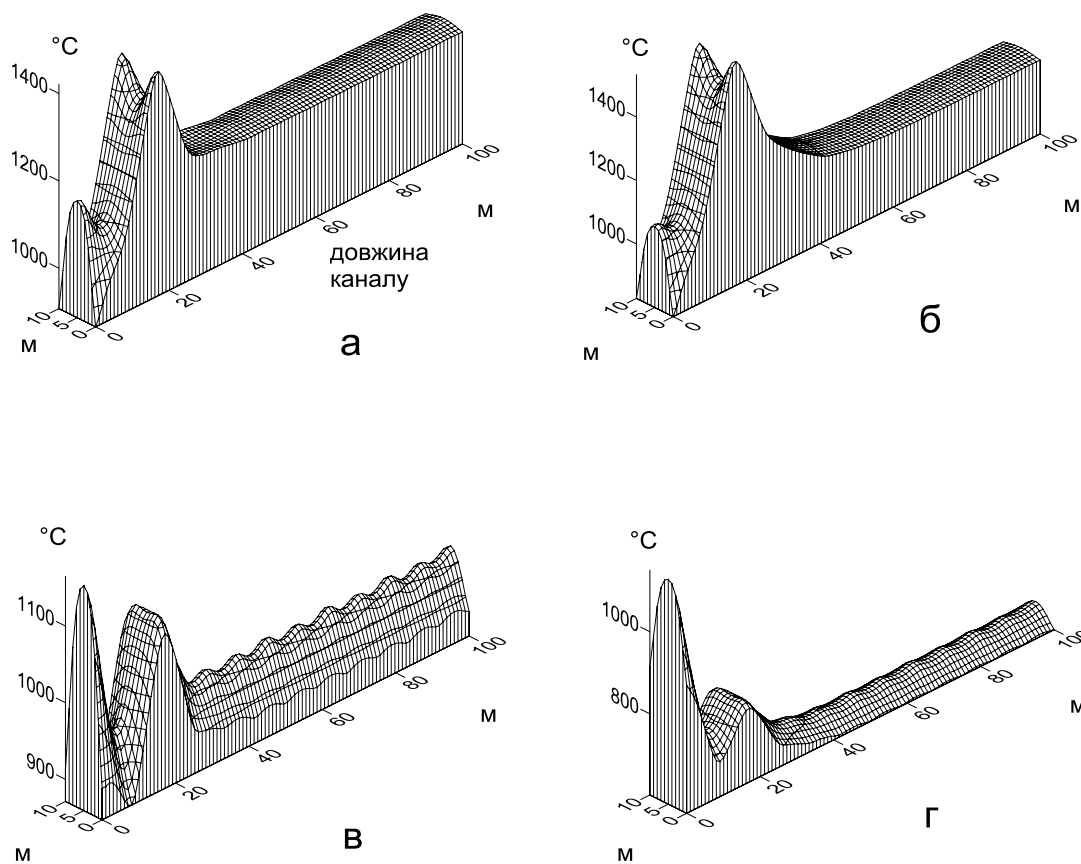
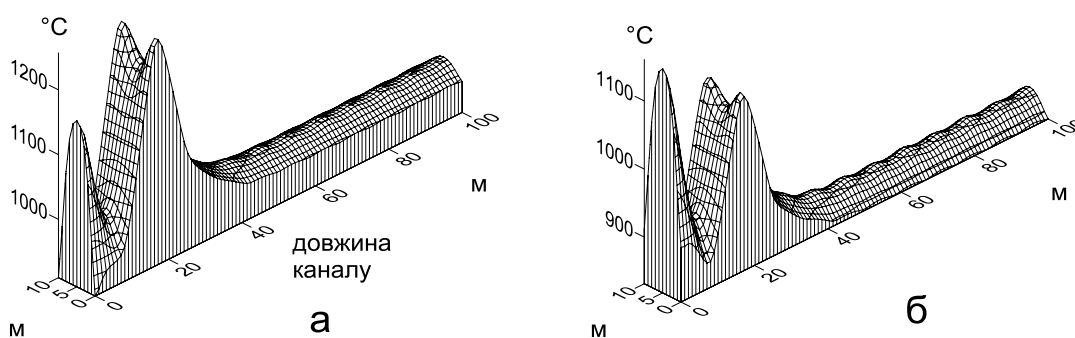


Рис. 8.6.1 а, б, в, г Розподіли температури в каналах шириною 10 м і температурою навколишніх порід 100°C : а) при коефіцієнті тепловіддачі магми з навколишніми породами $\alpha_n = 0.01 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{град})$, через рік після початку руху магми; б) $\alpha_n = 0.01 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{град})$, через 3 роки; в) $\alpha_n = 0.1 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{град})$, через рік; г) $\alpha_n = 0.1 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{град})$, через 3 роки.



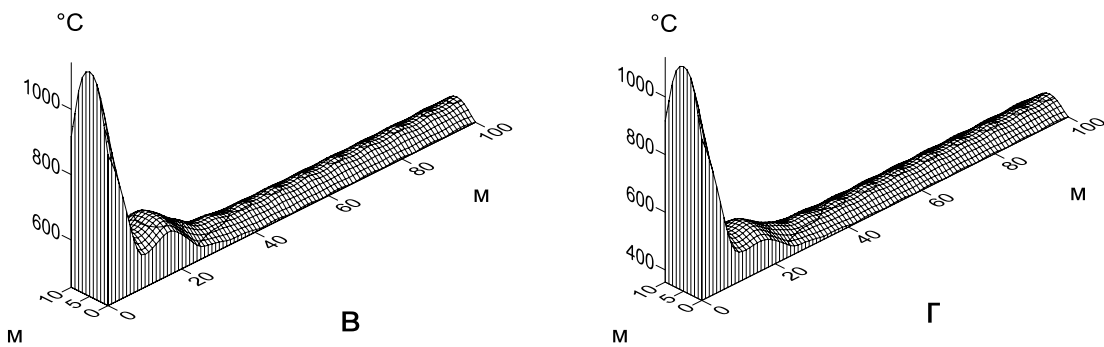


Рис. 8.6.2 а, б, в, г Розподіли температури в каналах шириною 10 м і температурою навколишніх порід 100°C при встановленому тепловому режимі: а) $\alpha_n = 0.03$ Вт/(м²·град); б) $\alpha_n = 0.05$ Вт/(м²·град); в) $\alpha_n = 0.15$ Вт/(м²·град); г) $\alpha_n = 0.2$ Вт/(м²·град).

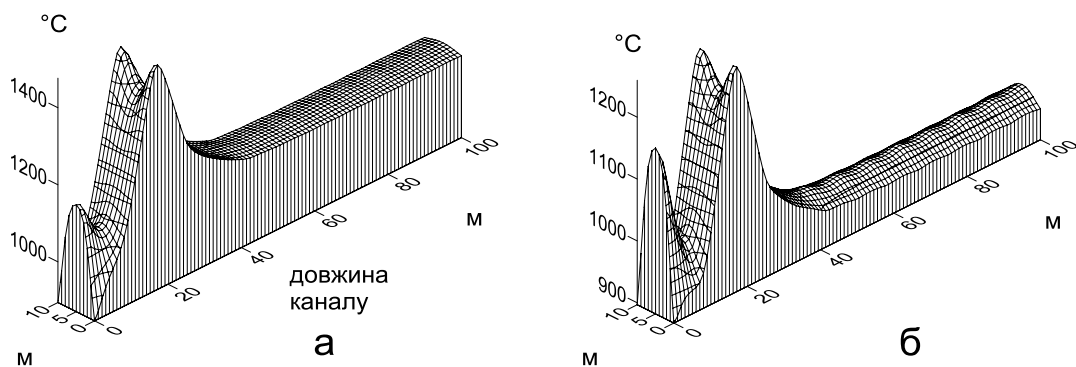


Рис. 8.6.3 а, б Розподіли температури в каналах шириною 10 м і температурою навколишніх порід 50°C при встановленому тепловому режимі: а) $\alpha_n = 0.01$ Вт/(м²·град); б) $\alpha_n = 0.03$ Вт/(м²·град).

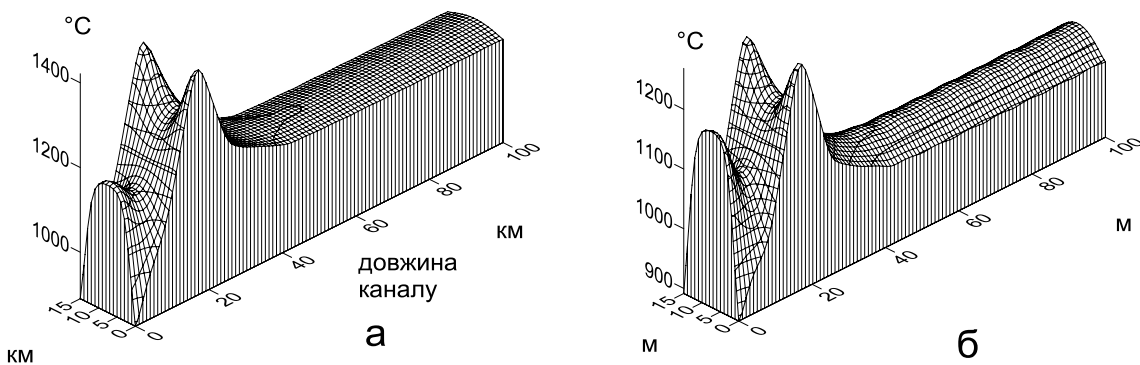


Рис. 8.6.4 а, б Розподіли температури в каналах шириною 15 м і температурою навколишніх порід 100°C при встановленому тепловому режимі: а) $\alpha_n = 0.01$ Вт/(м²·град); б) $\alpha_n = 0.03$ Вт/(м²·град).

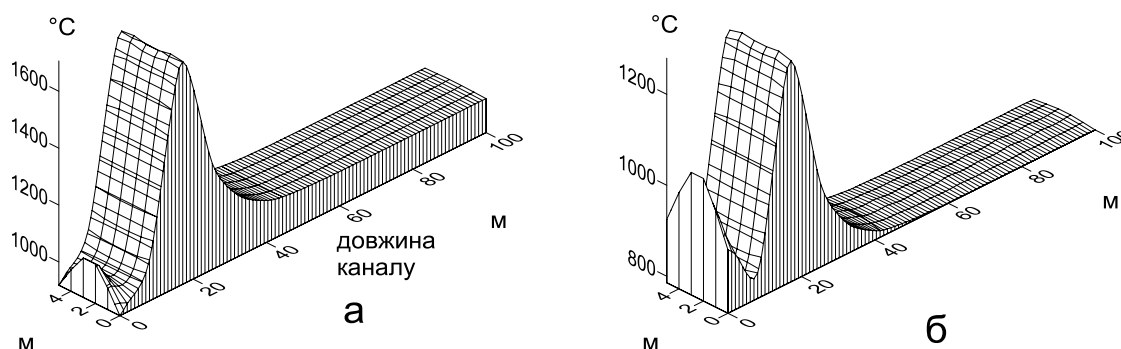


Рис. 8.6.5 а, б Розподіли температури в каналах шириною 5 м і температурою навколишніх порід 100°C при встановленому тепловому режимі: а) $\alpha_n = 0.01$ Вт/(м²·град); б) $\alpha_n = 0.03$ Вт/(м²·град).

З рис. 8.6.1 слідує, що важливим критерієм передачі рідкої базальтової магми по розломним каналам є низький коефіцієнт тепловіддачі магми з навколишніми породами (порядку $\sim 10^{-2}$ Вт/(м²·град)). Розрахунки показують, що встановлений тепловий режим настає через 2 – 3 роки після початку руху магми по каналам. Відзначимо, що на всіх рисунках присутній характерний температурний сплеск у місці заходу гарячої магми в канал, що є крайовим ефектом задачі та не має змістовного навантаження. Аналіз рис. 8.6.2 підтверджує, що величина коефіцієнту тепловіддачі магми на рівні $\sim 10^{-2}$ Вт/(м²·град) забезпечує існування рідкої базальтової магми в каналі. Незначне збільшення цього коефіцієнту приводить до суттєвого охолодження магми в каналі і її кристалізації уздовж стінок каналу, тобто утворенню дайок і силів [167, 330]. Аналіз рис. 8.6.3 показує, що температура навколишніх порід при існуючій досить низькій робочій тепловіддачі магми помітно не впливає на процеси охолодження магми в каналі, отже на її транспортування. З рис. 8.6.4 і 8.6.5 слідує, що ширина каналу також є важливою характеристикою процесу передачі магми по розломам. Збільшення ширини каналу сприяє підтримці більш високої температури магми і таким чином її рідкому

транспортуванню. Відповідно зменшення ширини каналу, при аналогічних умовах теплообміну з навколишнім середовищем, приводить до охолодження магми і її швидкої кристалізації. Аналіз отриманих результатів показує, що розподіл теплових полів у магматичних розломних каналах і пов'язані з ними процеси транспортування магми залежать від: теплофізичних властивостей магми, геометрії розломів, теплофізичних характеристик навколишніх порід та інших факторів. Найважливішими факторами в цьому випадку є: температура кристалізації магми, її в'язкість, ширина каналу передачі магми, низький коефіцієнт тепловіддачі магми з навколишніми породами. Збалансовані температурні режими в каналах шириною порядку десятків метрів настають через 2 – 3 роки з моменту проникнення магми на даній ділянці розлому. Для базальтових магм важливою умовою їх тривалого існування в рідкому стані є достатньо низька величина коефіцієнту тепловіддачі магми з навколишніми породами, яка не перевищує $\sim 0.01 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{град})$. Незначне збільшення цього коефіцієнту приводить до суттєвого охолодження магми в каналі та початку процесів кристалізації уздовж стінок каналу, утворенню дайок і силів. Аналіз також показує, що температура навколишніх порід при існуючому низькому робочому коефіцієнті тепловіддачі суттєво не впливає на процеси охолодження магми і відповідно на її транспортування. Іншим важливим фактором підтримки стабільного високотемпературного режиму магми і відповідно її передачі є достатня ширина каналу. Так для існування довгострокового режиму передачі базальтової магми до поверхні, ширина розломного каналу повинна бути не менше 10 м. Зазначимо, що ці висновки в основному збігаються з висновками роботи Fialko et al. [218], якщо не розглядати такий екзотичний механізм підтримки рідкого стану магми, як розігрів внаслідок дисипативного тертя. З іншого боку, висновки відносно робочого діапазону коефіцієнта тепловіддачі магми з навколишніми породами раніше в літературі не зустрічались і тому несуть в собі елемент новизни.

Висновки дисертації

У висновках дисертації представлено закономірності у різних областях геодинаміки, що отримані в рамках представленої варіаційної скінчено-елементної методики для в'язкопружних і теплових задач. А саме закономірності впливу геометричних і реологічних неоднорідностей в мантії, а також в'язкості рідкого ядра Землі на її обертальні характеристики. Закономірності сучасних геотектонічних процесів і їх вплив на гравітаційне поле. Закономірності формування і розвитку регіональних геоструктур. Закономірності механічної поведінки океанічної літосфери і закономірності внутрішньоплитного складкоутворення. Закономірності теплових процесів у літосфері та земній корі. З іншого боку відзначено, що завдяки використанню представленої методики вдалося провести унікальне комплексне геофізичне дослідження такого важливого з точки зору видобутку нафти і газу промислового регіону України, як ДДЗ.

Визначення параметрів, що описують геодинамічний процес обертання Землі, базуючись на уточнених моделях її внутрішньої будови

Компоненти добової збуреної нутації Землі, які відображують коливання її осі обертання під дією місячно-сонячних гравітаційних впливів в добовому діапазоні хвиль в небесній інерціальній системі відліку, є важливим інструментом для дослідження глобальних геодинамічних процесів, що протікають всередині Землі та здатні змінювати її момент інерції. З іншого боку добові числа Ляви і Шиди 2-го порядку, що відображують глобальні деформаційні властивості Землі в тому ж діапазоні припливних хвиль в земній системі відліку, є важливим інструментом для дослідження і уточнення внутрішньої будови і реології Землі. І незважаючи на те, що розглянуті моделі уточнення внутрішньої будови Землі призводять до порівняно невеликих відхилень (до декількох відсотків) параметрів збуреної нутації Землі та чисел Ляви і Шиди відносно стандартної моделі Землі PREM, ці відхилення дозволяють оцінити наскільки ці уточнення впливають на глобальні обертальні та деформаційні властивості Землі і відповідно на глобальні геодинамічні процеси. В цьому розділі на основі представленої варіаційної скінчено-елементної методики були отримані наступні закономірності впливу геометричних і реологічних неоднорідностей в мантії, а також в'язкості рідкого ядра Землі на її обертальні характеристики:

- 1) В'язкопружність мантії суттєво впливає на компоненти збуреної нутації Землі. Так врахування зон поглинання в нижній мантії і в прикордонному шарі D'', згідно багаторівневої зсувної моделі добротності мантії Дорофєєва-Жаркова [52], призводить до збільшення нутаційних поправок за в'язкопружність мантії приблизно на 10 відсотків для компонентів збуреної нутації в фазі та до 30 відсотків для компонентів у протифазі.
- 2) В'язкість рідкого ядра практично не впливає на компоненти нутацій та добові числа Ляви і Шиди 2-го порядку в фазі, в той же час вона не суттєво впливає на компоненти в протифазі. Добре узгодження результатів тут спостерігається між варіантом, де враховується наявність 100 – кілометрового прикордонного шару поблизу твердого ядра з середньою в'язкістю - 10^{12} Па·с, в іншій частині рідкого ядра при цьому обрана середня величина в'язкості - 10^6 Па·с, і варіантом, де згідно з сучасними даними прийнята величина середньої динамічної в'язкості рідкого ядра - 10^7 Па·с. Отримані результати підтверджують домінуючу гіпотезу про те що ефект в'язкого зчеплення рідкого ядра з мантією та твердим ядром є незначним у порівнянні з іншими діючими ефектами сполучення рідкого ядра з мантією та твердим ядром: зчепленням внаслідок геометричного стиснення рідкого ядра і електро-магнітним зчепленням.
- 3) Врахування розподілу радіальної анізотропії в мантії Землі призводить до відхилення компонентів збуреної нутації та чисел Ляви і Шиди 2-го порядку лише на декілька відсотків відносно аналогічних значень отриманих згідно радіально симетричної моделі Землі PREM.
- 4) Врахування горизонтальних неоднорідностей у верхній мантії Землі, подібних Тібетської аномалії, призводить лише до наступних відхилень чисел Ляви і Шиди 2-го порядку відносно радіально симетричної моделі Землі PREM. Для числа Ляви k відхилення змінюються від 0,07 відсотків для добових припливних хвиль, які віддалені по частоті від поблизудобового резонансу рідкого ядра, до 0,5 відсотків для резонансної хвилі ψ_1 ; для числа Ляви h - відповідно від 0,03 до 0,5 відсотків.

Для числа Шиди l - відхилення не залежать від частоти добових припливних хвиль і складають приблизно 0,2 відсотки.

5) Урахування великомасштабних неоднорідностей в мантії Землі, згідно сейсмічної моделі SPRD6 [238], приводить до наступних відхилень чисел Ляви і Шиди 2-го порядку відносно радіально симетричної моделі Землі PREM. Неоднорідності, які розташовані у нижній мантії (на глибині ~ 1600 км) призводять до максимальних відхилень чисел Ляви $k \sim 7$, $h \sim 5$, чисел Шиди $l \sim 3$ відсотків. Неоднорідності у середній мантії (на глибині ~ 800 км) - до максимальних відхилень чисел Ляви $k \sim 3$, $h \sim 2$ і чисел Шиди $l \sim 1$ відсотків. Неоднорідності мантії у пограничному шарі D" - до максимальних відхилень чисел Ляви $k \sim 3$, $h \sim 4$ і чисел Шиди $l \sim 5$ відсотків.

Дослідження сучасних геотектонічних процесів

Дослідження сучасних геотектонічних процесів (вертикальних і горизонтальних переміщень земної поверхні) має важливе значення, як в теоретичному так і практичному відношенні. Тому що останні безпосередньо відображують динаміку тектонічних процесів у літосфері та земній корі даного регіону. Геодинамічні параметри в свою чергу дозволяють прогнозувати подальшу геотектонічну поведінку цього регіону і можуть бути використані в практичних цілях. Практична цінність отриманих в цьому розділі результатів полягає і в тому, що вони відносяться до такого важливого з точки зору видобутку нафти й газу промислового регіону України, як ДДЗ. На основі в'язкопружних реологічних моделей з урахуванням головних структуро-формуєчих факторів генезису локальних структур ДДЗ та їх неоднорідної будови визначені закономірності їх розвитку, а також особливості їх напружено-деформованого стану на сучасному геологічному етапі. В зоні СА ДДЗ встановлений вплив розломно-блокових рухів на гравітаційне поле. На основі GPS-даних розраховано поле стійких сучасних горизонтальних рухів в регіоні ДДЗ. Нижче приведені закономірності сучасних геотектонічних процесів, що отримані в цьому розділі:

1) Найбільш інтенсивні вертикальні сучасні рухи у несоляних локальних структурах ДДЗ характерні для надрозломних структур і структур короблення, тут відповідні швидкості денної поверхні досягають величин 4 і 2 мм/рік. Аналогічні швидкості для прирозломних і штампових структур не перевищують 1 мм/рік. Разом з тим, вертикальні швидкості денної поверхні залежать від характеру пологості відповідних скидів і підняттяв, зі збільшенням положистості росте амплітуда швидкості. Наявність шарів пористого середовища у розглянутих локальних структурах ДДЗ, приводить до незначного збільшення вертикальних швидкостей денної поверхні. Ці факти можуть бути використаними при аналізі геофізичних даних у місцях імовірного залягання вуглеводнів.

2) У випадку локальних соляних структур ДДЗ I - групи, найбільш інтенсивні сучасні вертикальні рухи характерні для надрозломних соляних структур, де максимальні швидкості денної поверхні можуть досягти величин ~ 5 мм/рік. Потім слідують прирозломні структури та структури короблення. Тут максимальні швидкості денної поверхні можуть досягти величин ~ 2.8 та 2.5 мм/рік відповідно. Найменш інтенсивні вертикальні рухи характерні для штампових структур, їх максимальні швидкості денної поверхні не перевищують величини ~ 1.5 мм/рік. У випадку сучасних рухів локальних соляних структур II - групи максимальна швидкість денної поверхні може сягнути величини ~ 2.0 мм/рік. У випадку сучасних рухів локальних соляних структур III - групи максимальна швидкість денної поверхні не перевищує ~ 0.12 мм/рік. Аналіз показує, що сучасні вертикальні рухи усіх генетичних типів локальних соляних структур ДДЗ характеризуються своїми індивідуальними рисами, які головним чином визначаються особливостями блокових рухів підсольового ложа, тангенційними регіональними напруженнями та особливостями соляного тектогенезу. Ці властивості характерні для усіх груп активно діючих локальних соляних структур ДДЗ і можуть бути використані при виявленні сольових пасток вуглеводневої сировини.

3) Локальні структури ДДЗ на сучасному етапі розвитку відрізняються одна від іншої областями неоднорідності напруженого стану в осадовому чохлі, як по ін-

тенсивності напружень так і розмірами цих областей. Відмітні риси цих областей неоднорідності напруженого стану безпосередньо визначаються структуроформуючими факторами генезису локальних структур ДДЗ - вертикальними блоковими рухами кристалічного фундаменту, регіональними тангенціальними напруженнями і в значній мірі особливостями соляного тектогенезу. Важливий вплив на характеристики областей неоднорідних напружень осадового чохла чинить вік локальних структур. Чим давніше структури – тим більш стерті в них стратиграфічні відмінності й тим менше виражені в них області неоднорідних напружень. Відомо, що механізми міграції нафти і газів у колекторних породах і відповідно умови їх накопичення у пастках тісно пов'язані з областями неоднорідного напруженого стану в осадовому чохлі, які можуть виконувати роль своєрідних насосів. Таким чином, чим більше області неоднорідного розподілу напружень в осадовому чохлі локальних структур тим більш ймовірно знайти тут помітні запаси вуглеводневої сировини.

4) Найбільш інтенсивні зміни гравітаційного поля під впливом сучасних розломно-блокових тектонічних рухів у регіоні ДДЗ характерні для горизонтальних рухів, особливо скидів і насувів (до 60 μ Гал/рік). При вертикальних рухах мікроблоків кристалічного фундаменту – зміни аномального гравітаційного поля значно менші (до 1 μ Гал/рік). В той же час загальна картина розподілу швидкостей змін аномального гравітаційного поля залежить, як від кінематики рухів активних блоків і мікроблоків так і від їх взаємного розташування. Виявлений ступінь кореляції між розломно-блоковими рухами кристалічного фундаменту і відповідними змінами аномального гравітаційного поля дозволяє проводити гравітаційний моніторинг в областях СА ДДЗ з метою виявлення місць накопичення вуглеводневої сировини.

5) Для усього регіону ДДЗ, стійкі сучасні горизонтальні рухи земної кори мають приблизно однакову спрямованість з південного сходу на північний захід. В той же час інтенсивність сучасних горизонтальних рухів у регіоні ДДЗ є неоднорідною. Найбільш інтенсивні горизонтальні рухи в регіоні характерні для південного

сходу ДДЗ і прилеглої до неї частини УЩ. Тут амплітуди швидкостей досягають 3 ~ 3.5 мм/рік. По мірі просування на північний захід інтенсивність сучасних горизонтальних рухів поступово знижується до 1 ~ 1.5 мм/рік. Поряд із цим, у прилеглої до ДДЗ на північному сході, частині ВКМ спостерігається різке зниження інтенсивності сучасних горизонтальних рухів до 0.5 ~ 1 мм/рік. Загальна спрямованість сучасних горизонтальних рухів регіону ДДЗ в північно-західному напрямку підтверджує той факт, що розглянутий регіон разом з іншою українською частиною Східно-Європейської континентальної плити випробовує насування з боку Північно-Кавказько-Кримського складчастого поясу. І таким чином є втягнутим в глобальний тектонічний процес, що обумовлений колізією Аравійської та Африканської плит з Євразійською плитою. З іншого боку, неоднорідність поля горизонтальних швидкостей по амплітуді вказує на неоднорідну по своєму геологічному складу, розломно-блокову структуру земної кори в регіоні ДДЗ і відповідно на неоднозначність горизонтальних рухів елементів цієї структури.

Дослідження геотектонічних процесів регіонального масштабу

Регіональна геотектоніка виділяє і досліджує формування і розвиток характерних для даного регіону геоструктур та геотектонічні процеси, що пов'язані з цими геоструктурами. Висновки регіональної геотектоніки мають важливе значення для геологів і геофізиків, тому що вони виявляють певні механізми тектонічного формування і розвитку конкретних геоструктур. В даному розділі представлені в'язкопружні механізми тектонічного впливу на формування і розвиток ДДЗ і ЗЧЗ. Представлені механізми формування напружено-деформованого стану і аномального гравітаційного поля в зоні вогнища землетрусу. Представлені геотектонічні процеси утворення нахилів земної поверхні в зонах розломно-блокових рухів кристалічного фундаменту і середньомасштабного складкоутворення в осадових басейнах. Представлені в'язкопружні механізми формування геоструктур під впливом різноспрямованих рухів блоків кристалічного фундаменту. Нижче

приведені закономірності геотектонічних процесів регіонального масштабу, які отримані в цьому розділі:

1) На протязі розвитку Дніпровсько-Донецького авлакогену розтяжні субгоризонтальні рухи сприяли більш ефективному просіданню блоків його центральної частини, ніж це могло бути викликане з боку рухів бічного стиснення. З іншого боку аналіз механічної поведінки розрізу консолідованої кори на місці розташування ДДЗ у дорифейський період показує, що одні лише субгоризонтальні стиснення не могли привести до осідання блоків дорифейського фундаменту, і таким чином до рифтоутворення. В той же час субгоризонтальні розтяги в даному місці цілком могли сприяти рифтоутворенню.

2) Наявність сильного горизонтального стиснення з боку УЩ і ВКМ, починаючи з рифейського періоду і закінчуючи сучасним етапом розвитку ДДЗ, не могла привести до суттєвого збільшення напруженого стану в областях нижній та середній консолідованої земної кори, які підпали під найбільші зміни на протязі розвитку ДДЗ. Таким чином, одні лише субгоризонтальні напруження не могли привести до занурення блоків дорифейського фундаменту ДДЗ.

3) З моменту підходу до нижніх границь земної кори ЗЧЗ других астенолітів близько 60 млн років тому і по сучасний геологічний період, згідно результатам моделювання, можна зробити наступні висновки: а) розтяжна на консолідовану кору дія з боку астеноліту, що піднявся і розтікся у період після приходу других астенолітів (у палеогені), цілком могла привести до утворення вузького та глибокого рову, який можна вважати початком зародження рифта; б) ця ж розтяжна дія астеноліту за період між приходами других і третіх астенолітів (близько 35 млн років) могла привести до занурення кристалічного фундаменту ЗЧЗ до відповідного на цьому етапі згідно даним осадонакопичення рівня; в) субгоризонтальні стиснення регіонального характеру не могли здійснити суттєвого впливу на загальну динаміку занурення ЗЧЗ, однак в період після приходу третіх астенолітів вони могли сприяти підняттю її периферійних областей.

4) На ділянці земної кори в зоні вогнища землетрусу можуть бути виявлені деякі загальні характерні риси напружено-деформованого стану і розподілу аномального гравітаційного поля. У випадку монолітного складу геологічних порід, що складають земну кору, можна виділити деякі характерні картини розподілу зсувних переміщень, напружень і аномального гравітаційного поля, які мало залежать від товщини кори, її геологічного складу і лінійних розмірів вогнища землетрусу. В той же час, збільшення тріщинуватості порід, що складають земну кору, призводить не тільки до різких кількісних змін в картинах розподілу зазначених полів, але і до їх якісних змін. Для таких картин характерна поява нерегулярних областей максимумів та мінімумів, кількість яких зростає по мірі збільшення тріщинуватості порід.

5) Картина розподілу швидкостей зміни нахилів у осадовому шарі в околицях розломно-блокових рухів кристалічного фундаменту має подібний характер. Тут максимуми швидкості зміни нахилів розташовуються приблизно над зоною активного розлому, по мірі віддалення від неї відбувається поступове затухання. Разом з тим абсолютні значення і форми розподілу швидкості зміни нахилів залежать від швидкості та напрямку руху блоків кристалічного фундаменту, потужності, складу і солєності надрозломних осадових товщ. Збільшення швидкості та пологості руху блоків кристалічного фундаменту, зменшення потужності шару надрозломних осадових порід призводять до збільшення абсолютних значень швидкості зміни нахилів. Наявність кам'яної солі у надрозломному осадовому шарі у вигляді соляних штоків або соляних подушок приводить не тільки до збільшення абсолютних значень швидкості зміни нахилів, але і до переміщення області максимальних значень швидкості відносно лінії активного розлому. Ці результати можуть бути використані для аналізу тектонічних процесів при розв'язанні різних практичних задач.

б) Процес середньомасштабного складкоутворення в осадових басейнах залежить від напрямку дії геотектонічних сил, потужності осадового шару, а також від складу і солєності осадових товщ. Відхилення стискаючих геотектонічних зу-

силь від горизонталі, приводить до локалізації процесу складкоутворення в околиці області стиснення і зменшенню швидкості росту складок. Збільшення товщини осадового шару при аналогічних умовах навантаження призводить до більш інтенсивного процесу складкоутворення в локальній структурі, при цьому загальний вплив жорсткісних властивостей осадових порід на цей процес зменшується. Зменшення індивідуальних жорсткісних характеристик осадових шарів, збільшення їх соленисності також приводить до інтенсифікації процесу складкоутворення. Наявність соляних штоків призводить до різкого росту складок в околиці цих утворень. У всіх випадках осадових товщ інтенсивність процесу складкоутворення знижується з ростом глибини.

7) Процес формування геоструктур суттєво залежить від напрямку рухів блоків, а також від потужності, складу і пухкості осадових товщ. Вертикальні рухи активних блоків призводять до пропорційних локальних змін рівнів земної поверхні. У випадку односпрямованого руху блоків, швидкості підняття і опускань земної поверхні найбільші. У випадку протилежно спрямованих рухів, має місце взаємна компенсація і швидкості рухів земної поверхні зменшуються. Субгоризонтальні рухи активних блоків, на відміну від вертикальних, впливають на більш великі області земної поверхні. При цьому найбільш активний вплив здійснюють насувні та скидові рухи. Зсувні рухи блоків практично не впливають на змінювання рівнів земної поверхні. Відхилення скидних і насувних рухів блоків від горизонтального напрямку призводять до зменшення швидкостей відповідних підняття і опускань. У випадку вертикальних рухів блоків потужність осадового шару, його склад і пухкість мало впливають на швидкості змінювання рівнів земної поверхні. У випадку субгоризонтальних рухів блоків, ослаблення потужності осадового чохла, збільшення його пухкості призводять до зниження швидкостей відповідних опускань і підняття земної поверхні.

Дослідження плитних та внутрішньоплитних геотектонічних процесів

Дослідження плитних і внутрішньоплитних геотектонічних процесів має важливе значення для реалізації багатьох проблем сучасної геодинаміки і тектоніки плит. Зокрема мова йде про зони субдукції, що є найважливішими активними зонами Землі, в яких виділяється 90-95 % сейсмічної енергії і сконцентрована основна частина найбільш активних вулканів. В цих зонах, в силу від'ємної плавучості слєбів, виникає головний рушійний механізм тектоніки плит - тягнуча сила слєбів, що опускаються. В даному розділі на основі тривимірної пружної моделі отримані закономірності згінного деформування океанічної літосфери при різних умовах навантаження. На основі сучасної комплексної тривимірної в'язкопружної геофізичної моделі деформування слєбів з урахування дифузійного кріпу в мантії, що представлена в роботі OzBench et al. [297], отримані закономірності механічної поведінки неоднорідних океанічних літосферних плит в зоні субдукції, а також закономірності деформування слєбів різного типу, згідно огляду представленому в роботі Stern [327], на різних стадіях занурення в мантію. На основі тривимірної в'язкопружної геофізичної моделі встановлені закономірності великомасштабного складкоутворення в осадовому шарі земної кори. Проведене порівняння цих результатів з природними аналогами в Центральнo-Азіатському орогенному поясі. Нижче приведені закономірності плитних та внутрішньоплитних геотектонічних процесів, які отримані в цьому розділі:

1) Вплив гідростатичного (ізостатичного) виштовхування літосферної плити приводить до значного зменшення її прогину. В той же час наявність розломів на місці дії навантаження призводить до суттєвого збільшення прогину океанічної літосферної плити. Розподіл напружень згину всередині плити має нерівномірний характер, саме в центрі прикладання навантажень напруження досягають найбільших значень. При зануренні в зоні субдукції, максимум напружень згину приходить на область перегину океанічної літосферної плити. Зменшення радіусу кривизни плити при однакових умовах навантаження приводить до пропорційного збільшення напружень згину всередині плити. Ефективна пружність (жорст-

кість) реальних океанічних літосферних плит приблизно вдвічі менша їх чисто пружних аналогів.

2) При зануренні у в'язку мантию в зоні субдукції океанічні літосферні плити випробовують деформування згину. При цьому процес деформування згину залежить як від товщини, так і ширини плити і носить нелінійний характер. По мірі збільшення ширини, літосферні плити піддаються більш сильним деформаціям згину, втрачаючи при цьому свою початкову форму. В той же час, збільшення товщини плити сприяє росту її запасу міцності, а тому здатності зберігати початкову форму. Розрахунки показали, що помірно товсті і досить широкі океанічні літосферні плити при зануренні у мантию, в процесі деформування згину, здатні приймати вигнуту форму у вигляді букви "S". Результат "S"-подібної механічної поведінки широкої океанічної літосферної плити в зоні субдукції, отриманий на основі трьох інших чисельних підходів (кодів): FEM-BEM [292], Underworld [289], E-Script [230] також представлений в роботі OzBench et al. [297]. Дослідження механічної поведінки слєба в залежності від його ширини на основі модифікованої моделі Underworld [289] (на базі двошарової в'язкопластично-в'язкої пластини) і порівняння з природними аналогами також представлено в роботі Schellart et al. [311]. Результати цього дослідження узгоджуються з висновками представленими вище. Отже, результати механічної поведінки слєбів, що отримані на основі представленої вище в'язкопружної скінченно-елементної методики (в рамках тривимірної комплексної в'язкопружної реологічної моделі), узгоджуються з сучасними результатами інших авторів.

3) Океанічна літосфера в залежності від типу (чільйського, середнього, маріанського) Stern [327] і стадії занурення в мантию в зоні субдукції, випробовує розтяжне та згінне деформування різного ступеню інтенсивності. На ранніх стадіях занурення молода океанічна літосфера випробовує більш сильне згінне деформування у порівнянні з більш старою і товстою літосферою. Однак на подальших стадіях занурення більш стара і швидка океанічна літосфера демонструє більш інтенсивний процес згінного деформування. При переході глибини, яка відповідає зоні

прогресивної стадії ізоморфізму “олівін - вадслеїт”, середній холодний шар зануреної літосфери зміцнюється, що приводить до зниження інтенсивності процесів її згінного деформування. Розтяжне деформування океанічної літосфери всіх типів на усіх етапах занурення має лінійний профіль по довжині слєбу. На пізніх стадіях занурення ступінь інтенсивності згінного та розтяжного деформування океанічної літосфери визначається швидкістю її занурення.

4) Швидкості росту і форми великомасштабних складок залежать від ступеню тріщинуватості осадових порід, напрямків дії стискаючих геотектонічних зусиль, а також від форм і розмірів площ зминання осадових порід. Так збільшення ступеню тріщинуватості осадових порід призводить до зниження швидкості росту складок. Відхилення напрямку стискаючих геотектонічних зусиль від горизонтального приводить до зменшення швидкості росту складок. Процеси утворення антиклінорій і синклінорій в осадовому шарі земної кори, а також швидкості цих процесів суттєво залежать від форм і розмірів площ зминання осадових порід. Так процес утворення антиклінорій є характерним для площ зминання великих розмірів. По мірі зменшення розміру площі у напрямку дії стискаючих сил до деякої характерної величини, відбувається зниження швидкості росту антиклінорії до нуля і якісний перехід в процес утворення синклінорій. При цьому швидкість росту синклінорії по мірі подальшого зменшення розміру площі зростає від нуля до деякої максимальної величини, а потім зменшується до нуля. У випадку процесу утворення антиклінорій, розміри площ зминання осадових порід в напрямку поперечному до дії геотектонічних сил не оказують помітного впливу на швидкість протікання процесу. Однак у випадку утворення синклінорій зменшення поперечних розмірів площ зминання осадових порід зменшує швидкість протікання процесу. Що стосується якісного переходу процесу утворення антиклінорій в процес утворення синклінорій при досягненні критичного розміру площі зминання в напрямку дії стискаючих горизонтальних геотектонічних сил (який визначається сумарною жорсткістю порід осадового шару і підстилаючих його консолидованих порід, що піддаються деформуванню), то прояви цього механізму можна просте-

жити на прикладі чергування широких гірських ланцюгів і менш широких гірських долин у Центрально-Азіатському орогенному поясі. Цей пояс сформувався в умовах горизонтального внутрішньоплитного стискання в меридіональному напрямку завдяки колізії Індостанської і Євразійської континентальних плит, яка почалася в пізньому еоцені (біля 50 млн років тому) [175].

Дослідження теплових процесів у літосфері та земній корі

Дослідження теплових процесів у літосфері та земній корі має надзвичайно важливе значення для реалізації багатьох сучасних проблем у геодинаміці, геофізиці та геології. Тому що саме тепла енергія, яка переноситься з областей нижньої мантії у літосферу та земну кору є джерелом усіх геотектонічних процесів. В даному розділі на основі нестационарної теплової моделі з урахуванням радіогенного тепловиділення порід і конвективного теплообміну з навколишнім середовищем, визначені особливості середнього фонового температурного поля для трьох складових мегаблоків ДДЗ (Чернігівського, Полтавського і Харківського) та особливості теплового поля в околицях локальних температурних аномалій в зоні СА ДДЗ. На базі представленої теплової моделі визначені теплові стадії активного рифтового розвитку ДДЗ і ЗЧЗ та їх наслідки на формування земної кори. На базі тривимірної теплової моделі з урахуванням конвективного теплообміну з боку мантії визначено нагрівання океанічної літосфери різного типу в зоні субдукції. На основі теплової моделі з урахуванням механізмів тепловіддачі магми з навколишніми породами визначені головні теплові критерії передачі магми по розломам. Нижче приведені закономірності теплових процесів у літосфері та земній корі, що отримані в цьому розділі:

1) Для усіх трьох складових мегаблоків ДДЗ помітні відмінності середнього фонового температурного поля спостерігаються в нижній та середній частинах земної кори, у верхній частині кори, починаючи приблизно з 10 км, температурні поля відрізняються несуттєво, в той же час, внесок радіоактивних джерел, починаючи з глибин порядку 6 км, становить приблизно третю частину загального серед-

нього фонового температурного поля. Температурні умови в гранітизованих шарах нижньої кори демонструють збільшення ймовірності утворення похідних прогресивної стадії гранулітової фації метаморфізму в південно-східному напрямку, що узгоджується з загальним зростанням потужності порід базальтового шару в цьому напрямку.

2) Характер розподілу теплового поля в околицях локальних температурних аномалій в зонах СА ДДЗ залежить від потужності цих аномалій, їх стабільності та місця розташування відносно горизонтів земної кори. При умові стійкості температурних аномалій в часі, їх розміри помітно не впливають на результуючий розподіл температурного поля. Процеси прогрівання земної кори в околицях локальних температурних аномалій відбуваються дуже повільно (порядку декількох мільйонів років). Тому, в умовах СА ДДЗ, прогрівання верхніх шарів земної кори може бути досягнуто тільки в місцях, де джерела локальних температурних аномалій розташовані відносно близько до земної поверхні. В цих місцях відбувається інтенсивний розігрів навколишніх областей, який очевидно призводить до активізації процесів гідротепломасопереносу в середовищі осадових порід і може стимулювати процеси переносу і накопичення вуглеводнів.

3) На нинішньому етапі розвитку, центральна частина ДДЗ (Полтавський мегаблок) має досить розвинену рифтову структуру - утонену земну кору, що складається в осьовій частині з 10 км - порід осадового шару, 8 км - гранітизованих порід і 15 км - порід базальтового шару. Результати чисельного аналізу показують, що протягом активного рифтового етапу розвитку в герцинський період, принаймні, центральна частина ДДЗ, піддавалася впливу серії потужних астенолітів з температурою аномальної мантії на границі М порядку 1200°C. Астеноліти з меншою температурою аномальної мантії порядку 1000°C на границі М не могли привести до нинішнього стану розвитку земної кори основної частини ДДЗ. Порівняння показує, що отримана модель теплового розвитку ДДЗ у герцинський період добре узгоджується з тепловою моделлю Кутаса Р. І. [86] і має незначні

розходження в приповерхневому шарі кори в період Девону з моделлю, що приведена в роботі Чекунова А. В. [176].

4) Після підходу до нижніх границь консолідованої кори ЗЧЗ других астенолітів у палеогені (близько 60 млн років тому) на місці утворення ЗЧЗ виникли температурні умови, що сприяли інтенсивним процесам еклогітизації в нижніх шарах консолідованої кори. По мірі занурення кристалічних блоків ЗЧЗ, температурні умови також сприяли процесам активної базифікації в гранітизованих породах, що могло привести до різкого скорочення потужності цих порід. З іншого боку, в процесі утворення басейну осадових порід (у палеогені-неогені), температурні умови сприяли процесам активного метаморфізму в осадових породах ЗЧЗ.

5) Процес нагрівання океанічних літосферних плит при зануренні у мантию в зоні субдукції в цілому носить подібний характер. Найбільш швидкому нагріванню піддаються зовнішні області плит, в той час як їх серцевини тривалий час зберігають відносно холодну температуру. Однак, незважаючи на подібну якісну картину, в кількісному відношенні, процеси нагрівання плит різних типів на різних стадіях помітно відрізняються. Так молоді плити повільно поринають в мантию і відповідно повільно нагріваються. В той же час невелика товщина цих плит призводить до того, що вони розігріваються до рідкоподібного стану вже на глибинах порядку $\sim 300-400$ км. Це приводить до втрати їх форми і здатності подальшого занурення. Плити середнього типу значно швидше поринають углиб мантиї і тому швидше розігріваються, однак їх більш масивні внутрішні області значно довше зберігаються холодними. Таким чином, середні океанічні літосферні плити здатні тривалий час зберігати свою форму та від'ємну плавучість і відповідно глибоко поринати, можливо до середніх границь нижньої мантиї. Масивні старі плити найбільш швидко поринають углиб мантиї, що дозволяє їм на більших глибинах зберігати середню холодну температуру. Таким чином, старі океанічні літосферні плити, маючи величезну від'ємну плавучість, в принципі, здатні досягати областей нижньої мантиї і навіть прикордонних областей з рідким ядром. Результати моделювання показують, що ширина океанічної літосфери помітно не впливає на

розподіл температури по товщині плити. Враховуючи отримані розподіли температури всередині слібів можна визначити їх ефективну густину, отже від'ємну плавучість на різних етапах занурення в мантію.

б) Розподіли теплових полів у магматичних розломних каналах і пов'язані з ними процеси транспортування магми залежать від: теплофізичних властивостей магми, геометрії розломів, теплофізичних характеристик навколишніх порід та інших факторів. Найважливішими факторами в цьому випадку є: температура кристалізації магми, її в'язкість, ширина каналу передачі магми, низький коефіцієнт тепловіддачі магми з навколишніми породами. Збалансовані температурні режими в каналах шириною порядку десятків метрів настають через 2 – 3 роки з моменту проникнення магми на даній ділянці розлому. Для базальтових магм важливою умовою їх тривалого існування в рідкому стані є достатньо низька величина коефіцієнту тепловіддачі магми з навколишніми породами, яка не перевищує $\sim 10^{-2}$ Вт/(м²·град). Незначне збільшення цього коефіцієнту призводить до суттєвого охолодження магми в каналі та початку процесів кристалізації уздовж стінок каналу, утворенню дайок і силів. Аналіз також показує, що температура навколишніх порід при існуючому низькому робочому коефіцієнті тепловіддачі суттєво не впливає на процеси охолодження магми і відповідно на її транспортування. Іншим важливим фактором підтримки стабільного високотемпературного режиму магми і відповідно її передачі є достатня ширина каналу. Так для існування довгострокового режиму передачі базальтової магми до поверхні, ширина розломного каналу повинна бути не менше 10 м. Зазначимо, що ці висновки в основному збігаються з висновками роботи Fialko et al. [218], якщо не розглядати такий екзотичний механізм підтримки рідкого стану магми, як розігрів внаслідок дисипативного тертя. З іншого боку, висновки відносно робочого діапазону коефіцієнта тепловіддачі магми з навколишніми породами раніше в літературі не зустрічались і тому несуть в собі елемент новизни. Таким чином, отримані результати визначають головні теплові критерії передачі базальтових магм по розломам у на-

прямку поверхні і можуть знайти як теоретичне, так практичне застосування у відповідних областях геофізики та геології.

Комплексне геофізичне дослідження регіону ДДЗ.

На основі представленої варіаційної скінчено-елементної методики з урахуванням сучасних уявлень о реології земної кори і сучасної геоінформації проведення унікальне комплексне геофізичне дослідження такого важливого у відношенні видобутку вуглеводневої сировини промислового регіону України, як ДДЗ. На базі проведених досліджень встановлено наступні геотектонічні та теплові закономірності:

1) Визначальна роль у формуванні та розвитку Дніпровсько-Донецького авлакогену належить саме серії потужних мантійних діапірів, що піднімалися і розтікалися від центральної осі авлакогену вбік його периферій у герцинський період (380 - 360 млн. років тому). На протязі подальшого розвитку Дніпровсько-Донецького авлакогену розтяжні субгоризонтальні (діапірові) рухи також сприяли більш ефективному просіданню кристалічних блоків його центральної частини, ніж це могло бути викликано з боку рухів бічного стиснення УЩ і ВКМ. З іншого боку наявність сильного горизонтального стиснення з боку УЩ і ВКМ, починаючи з рифейського періоду і закінчуючи сучасним етапом розвитку ДДЗ, не могла привести до суттєвого збільшення напруженого стану в областях нижній та середній частинах консолідованої земної кори, які підпали під найбільші зміни на протязі розвитку ДДЗ. Результати моделювання також показують, що протягом активного рифтового етапу розвитку в герцинський період, принаймні, земна кора центральної частини ДДЗ, піддавалася тепловому впливу серії потужних астенолітів з температурою аномальної мантії на границі М не нижче 1200°C. Чисельний аналіз показав, що астеноліти з температурою аномальної мантії (порядку 1000°C на границі М) не могли привести до нинішнього стану розвитку земної кори основної частини ДДЗ. Порівняння показує, що отримана модель теплового розвитку ДДЗ у герцинський період добре узгоджується з тепловою моделлю Кутаса Р. І.

[86] і має незначні розходження в приповерхневому шарі кори в період Девону з моделлю, яка приведена в роботі Чекунова А. В. [176].

2) Найбільш інтенсивні сучасні вертикальні рухи земної поверхні у несоляних генетичних локальних структурах ДДЗ характерні для надрозломних структур і структур короблення, їх профілі швидкості денної поверхні мають яскраво виражений хвилеподібний характер. Аналогічні профілі швидкості для прирозломних і штампових структур не тільки менші по амплітуді, але мають і більш положистий характер. У випадку соляних структур I - групи, найбільш інтенсивні вертикальні рухи характерні для надрозломних соляних структур, де максимальні швидкості денної поверхні можуть досягти величин ~ 5 мм/рік. Потім слідує прирозломні структури та структури короблення. Тут максимальні швидкості денної поверхні можуть досягти величин ~ 2.8 та 2.5 мм/рік відповідно. Найменш інтенсивні вертикальні рухи характерні для штампових структур, їх максимальні швидкості денної поверхні не перевищують величини ~ 1.5 мм/рік. У випадку сучасних рухів локальних соляних структур II - групи максимальна швидкість денної поверхні може сягнути величини ~ 2.0 мм/рік. У випадку сучасних рухів локальних соляних структур III - групи максимальна швидкість денної поверхні може досягти ~ 0.12 мм/рік. З іншого боку інтенсивність сучасних рухів відповідних локальних соляних структур залежить від кінематики цих блокових рухів, структури і потужності надрозломних сольових товщ. Ці властивості характерні для всіх груп активно діючих локальних соляних структур ДДЗ і можуть бути використані при виявленні сольових пасток вуглеводневої сировини.

3) Локальні структури ДДЗ на сучасному етапі розвитку відрізняються одна від іншої областями неоднорідності напруженого стану в осадовому чохлі, як по інтенсивності напружень так і розмірами цих областей. Відмітні риси цих областей неоднорідності напруженого стану безпосередньо визначаються структуроформуючими факторами генезису локальних структур ДДЗ - вертикальними блоковими рухами кристалічного фундаменту, регіональними тангенціальними напруженнями і в значній мірі особливостями соляного тектогенезу. Важливий

вплив на характеристики областей неоднорідних напружень осадового чохла чинить вік локальних структур. Чим давніше структури – тим більш стерті в них стратиграфічні відмінності й тим менше виражені в них області неоднорідних напружень. Відомо, що механізми міграції нафти і газів у колекторних породах і відповідно умови їх накопичення у пастках тісно пов'язані з областями неоднорідного напруженого стану в осадовому чохлі, які можуть виконувати роль своєрідних насосів. Таким чином, в областях вираженого неоднорідного розподілу напружень в осадовому чохлі локальних структур більше ймовірно знайти запаси вуглеводневої сировини.

4) Найбільш інтенсивні зміни гравітаційного поля під впливом сучасних розломно-блокових тектонічних рухів у регіоні ДДЗ характерні для горизонтальних рухів, особливо скидів і насувів (до 60 μ Гал/рік). При вертикальних рухах мікроблоків кристалічного фундаменту – зміни аномального гравітаційного поля значно менші (до 1 μ Гал/рік). В той же час загальна картина розподілу швидкостей змін аномального гравітаційного поля залежить, як від кінематики рухів активних блоків і мікроблоків так і від їх взаємного розташування. Виявлений ступінь кореляції між розломно-блоковими рухами кристалічного фундаменту і відповідними змінами аномального гравітаційного поля дозволяє проводити гравітаційний моніторинг в областях СА ДДЗ з метою виявлення місць накопичення вуглеводневої сировини.

5) Для усього регіону ДДЗ, стійкі сучасні горизонтальні рухи земної кори мають приблизно однакову спрямованість з південного сходу на північний захід. В той же час інтенсивність сучасних горизонтальних рухів у регіоні ДДЗ є неоднорідною. Найбільш інтенсивні горизонтальні рухи в регіоні характерні для південного сходу ДДЗ і прилеглої до неї частини УЩ. Тут амплітуди швидкостей досягають 3 ~ 3.5 мм/рік. По мірі просування на північний захід інтенсивність сучасних горизонтальних рухів поступово знижується до 1 ~ 1.5 мм/рік. Поряд із цим, у прилеглої до ДДЗ на північному сході, частині ВКМ спостерігається різке зниження інтенсивності сучасних горизонтальних рухів до 0.5 ~ 1 мм/рік. Загальна спрямова-

ність сучасних горизонтальних рухів регіону ДДЗ в північно-західному напрямку підтверджує той факт, що розглянутий регіон разом з іншою українською частиною Східно-Європейської континентальної плити випробовує насування з боку Північно-Кавказько-Кримського складчастого поясу. І таким чином є втягнутим в глобальний тектонічний процес, обумовлений колізією Аравійської та Африканської плит з Євразійською плитою.

б) Для трьох складових мегаблоків ДДЗ (Чернігівського, Полтавського, Харківського) помітні відмінності середнього фонового температурного поля спостерігаються в нижній та середній частинах кори, у верхній частині кори, починаючи приблизно з 10 км, температурні поля відрізняються несуттєво, в той же час, внесок радіоактивних джерел, починаючи з глибин порядку 6 км, становить приблизно третю частину загального середнього фонового температурного поля. Температурні умови в гранітизованих шарах нижньої кори демонструють збільшення ймовірності утворення похідних прогресивної стадії гранулітової фації метаморфізму в південно-східному напрямку, що узгоджується з загальним зростанням потужності порід базальтового шару в цьому напрямку.

7) Характер розподілу теплового поля в околицях локальних температурних аномалій в зонах СА ДДЗ залежить від потужності цих аномалій, їх стабільності та місця розташування відносно горизонтів земної кори. При умові стійкості температурних аномалій в часі, їх розміри помітно не впливають на результуючий розподіл температурного поля. Процеси прогрівання земної кори в околицях локальних температурних аномалій відбуваються дуже повільно (порядку декількох мільйонів років). Тому, в умовах СА ДДЗ, прогрівання верхніх шарів земної кори може бути досягнуто тільки в місцях, де джерела локальних температурних аномалій розташовані відносно близько до земної поверхні. В цих місцях відбувається інтенсивний розігрів навколишніх областей, який може призводити до активізації процесів гідротепломасопереносу в середовищі осадових порід і стимулювати процеси переносу і накопичення вуглеводнів.

Список літератури

1. Абовский Н. П. Вариационные принципы теории упругости и теории оболочек / Н. П. Абовский, Н. П. Андреев, А. П. Деруга – М.: Наука, 1978. – 288с.
2. Айзенберг Д. Е. Геология и нефтегазоносность Днепровско-Донецкой впадины. Стратиграфия / Д. Е. Айзенберг, О. И. Берченко, Н. Е. Бражникова – Киев: Наук. думка, 1988. – 147с.
3. Алексидзе М. А. Решение некоторых основных задач гравиметрии / Алексидзе М. А. – Тбилиси: Мецниереба, 1985. – 412с.
4. Андреев В. И. Моделирование геологических образований методами пространственной гравиметрии / Андреев В. И. – М.: Недра, 1992. – 224с.
5. Андреева Р. И. О типах локальных поднятий юго-восточной части Днепровского грабена в связи с поисками нефти и газа / Р. И. Андреева, М. В. Чирвинская // Геология нефти и газа. – 1967. – N 9. – С. 23 - 27.
6. Артюшков Е. В. Геодинамика / Артюшков Е. В. – М.: Наука, 1979. – 216с.
7. Артюшков Е. В. Об изменении теплового режима земной коры, связанного с подходом к её нижней границе аномальной мантии / Е. В. Артюшков, С. Ф. Бацанин // Физика Земли – 1984, N 12. – С. 3 – 9.
8. Артюшков Е. В. Физическая тектоника / Артюшков Е. В. – М.: Наука, 1993. – 456с.
9. Арясова О. В. Тепловое поле на северо-востоке Украины / О. В. Арясова, В. В. Гордиенко, И. В. Гордиенко // Доп. НАН України. – 2011. – вип. 5. – С. 113 – 117.
10. Балавдзе Б. К. Наклоны и деформации земной коры в районе Ингурской ГЭС / Б. К. Балавдзе, В. Г. Абашидзе – Тбилиси : Мецниереба, 1985. – 116 с.
11. Балавдзе Б. К. Метод изучения структуры земной коры по аномалиям силы тяжести / Б. К. Балавдзе // Геофиз. Сб. АН УССР – 1971. – вип. 42. – С. 7 – 14.
12. Баленко В. Г. Наклономерные наблюдения в г. Карло-Либкнехтовске по программе изучения эффекта полости / В. Г. Баленко, А. М. Кутный, А. Н. Нови-

- кова // Вращ. и прил. деформ. Земли. – 1979. – вып. 11, К. : Наук. думка. – С. 18 – 23.
13. Баленко В. Г. Исследование наклонов земной поверхности по профилю Киев - Артемовск / Баленко В. Г. – К.: Наук. думка, 1980. – 174 с.
 14. Балеста С. Т. Земная кора и магматические очаги областей современного вулканизма / Балеста С. Т. – М.: Наука, 1981. – 134с.
 15. Балк П. И. Использование априорной информации о топологических особенностях источников поля при решении обратной задачи гравиметрии в рамках монтажного подхода / П. И. Балк // Физика Земли - 1993. – N 5 – С. 59 – 71.
 16. Балуховский Н. Ф. О тектонической природе Днепровско-Донецкой нефтегазоносной / Н. Ф. Балуховский // Закономерности образования и размещения промышленных месторождений нефти и газа. – Киев: Наук. думка, 1975. – С. 186 – 192.
 17. Бате К. Численные методы анализа и метод конечных элементов / К. Бате, Е. Вилсон – М.: Стройиздат, 1982. – 447с.
 18. Беннет К. О. Гидродинамика, теплообмен и массообмен / К. О. Беннет, Д. Е. Майерс – М.: Недра, 1966. – 726с.
 19. Богатиков О. А. Магматическая эволюция островных дуг / О. А. Богатиков, А. А. Цветкова – М.: Наука, 1990. – 312с.
 20. Бондарь А. Т. Термоупругое равновесие многослойных ортотропных оболочек / А. Т. Бондарь // Механика композитных материалов. – Рига, 1988. – N. 4. – С. 691 – 697.
 21. Булах Е. Г. Алгоритмическое и программное решение задачи построения аналитической модели гравитационного поля / Е. Г. Булах, И. В. Шиншин // Геофиз. журн. - 2000. – 22, N. 2. – С. 107 – 114.
 22. Булах Е. Г. Прямые и обратные задачи гравиметрии и магнитометрии / Булах Е. Г. – К.: Наук. думка, 2010. – 463с.
 23. Буллен К. Е. Плотность Земли / Буллен К. Е. – М.: Мир, 1978. – 442с.

24. Верховцев В. Новітні вертикальні рухи земної кори території України, їх взаємовідношення з лінійними та кільцевими структурами / В. Верховцев // Енергетика Землі, її геолого-екологічні прояви, науково-практичне використання. - К: КНУ, 2006. – С. 129 – 137.
25. Воларович М. П. Справочник по физическим свойствам минералов и горных пород при высоких термодинамических параметрах / М. П. Воларович – М : Недра, 1978. – 237 с.
26. Воробьев Б. С. Схематизированная классификация локальных поднятий по форме и соотношению структурных планов / Б. С. Воробьев // Вопросы развития газовой промышленности УССР. – М.: Недра, 1966. – С. 23 – 27.
27. Гавриш В. К. Разломы Днепровско-Донецкой впадины и их влияние на формирование структур, благоприятных для скопления нефтегазовых залежей / В. К. Гавриш // Условия формирования и закономерности размещения нефтяных и газовых месторождений на Украине. – Киев: Наук. думка, 1967. – С. 176. – 182.
28. Гавриш В. К. Геология и нефтегазоносность Днепровско-Донецкой впадины. Глубинное строение и геотектоническое развитие / В. К. Гавриш, Г. Д. Забелло, Л. М. Рябчун – Киев: Наук. думка, 1989. – 208с.
29. Гавриш В. К. О связи рифтообразования и вулканизма / В. К. Гавриш, А. И. Рябчун // Вулканизм и рудные формации Днепровско-Донецкой впадины и Донбасса Киев: Наук. думка, 1997. – С. 23 – 34.
30. Галлагер Р. Метод конечных элементов. Основы. Пер. с англ. /. Галлагер Р. – М.: Мир, 1984. – 428с.
31. Галушко П. Я. Результаты исследования напряжений в массивах горных пород Львовско-Волынского и Донецкого угольных бассейнов / П. Я. Галушко, Я. И. Куренков, Ю. К. Френзе, М. А. Халимовский // Напряжённое состояние земной коры (по измерениям в массивах горных пород). - М.: Наука, 1973. – С. 120 – 127.

32. Гзовский М. В. Математика в геотектонике / Гзовский М. В. – М.: Недра, 1971. – 240 с.
33. Гзовский М. В. Основы тектонофизики / Гзовский М. В. – М.: Наука, 1975. – 536 с.
34. Годунов С. К. Введение в теорию разностных схем / Годунов С. К., Рябенский В. С. – М.: Физматгиз, 1962. – 340с.
35. Гордиенко В. В. Процесс рифтогенеза на примере герцинского Днепровско-Донецкого рифта / В. В. Гордиенко, О. В. Усенко // Геофиз. журн. - 2002. – 24, N 4 – С. 42 – 59.
36. Тепловое поле территории Украины / [Гордиенко В. В., Гордиенко И. В., Завгородняя О. В. и др.]. – К.: Знание Украины, 2002. – 170 с.
37. Гордиенко В. В. Глубинный процесс рифтогенеза на примере альпийского рифта Западно-Черноморской впадины / В. В. Гордиенко // Геофиз. журн. – 2003. – 25, N 2. – С. 8 – 14.
38. Днепровско-Донецкая впадина (геофизика, глубинные процессы) / [Гордиенко В. В., Гордиенко И. В., Завгородняя О. В. и др.]. – К.: Корвин пресс, 2006. – 142 с.
39. Гордиенко В. В. Глубинные процессы в тектоносфере Украины / Гордиенко В. В., Усенко О. В. – К.: Ин-т геофизики им. С. И. Субботина НАН Украины, 2003. – 147с.
40. Гордиенко В. В. Современная активизация Днепровско-Донецкой впадины / В. В. Гордиенко, И. В. Гордиенко, И. М. Логвинов, В. Н. Тарасов // Современное состояние наук о Земле. – М.: Изд. Геолог. факультет МГУ, 2011. С. 472 – 476.
41. Гордиенко В. В. Активизация тектоносферы и месторождения углеводородов / В. В. Гордиенко // Геофиз. журн.. – 2011. – 33, N 3. - С. 75 – 101.
42. Гофманн-Велленгоф Б. Глобальна система визначення місцеположення (GPS): Теорія і практика / Гофманн-Велленгоф Б., Ліхтенеггер Г., Коллінз Д. – Київ: Наукова думка, 1996. – 391с.

43. Грачёв А. Ф. Основные проблемы новейшей тектоники и геодинамики/ А. Ф. Грачёв // Физика Земли – 1996. – N 12. - С. 5 – 36.
44. Григорьев А. С. О кинематических характеристиках движения дневной поверхности и напряженном состоянии осадочного чехла в зонах над разломами фундамента / А. С. Григорьев, А. В. Михайлова, З. Е. Шахмурадова // Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1979, N 1. – С. 3 – 20.
45. Григорьев А. С. Вопросы интерпретации современных движений земной поверхности, обусловленных движениями фундамента осадочного чехла / А. С. Григорьев, И. М. Волович, А. В. Михайлова // Современные движения земной коры. Морфоструктуры, разломы, сейсмичность - М: Наука, 1987. – С. 9 – 16.
46. Гузь А. Н. Методы возмущений в пространственных задачах теории упругости / А. Н. Гузь, Ю. Н. Немиш – Киев: Вища школа, 1982. – 350с.
47. Гуменюк Б. П. О динамическом поведении вязкоупругих тел при гармоническом нагружении / Б. П. Гуменюк, В. Г. Карнаухов // Прикл. механика – 1980. – 16, N 7. – С. 89 – 95.
48. Гуменюк Б. П. О диссипативном разогреве вязкоупругой призмы при гармоническом растяжении-сжатии / Б. П. Гуменюк // Прикл. механика – 1984. – 20, N 1. – С. 120 – 122.
49. Гуменюк Б. П. Численное исследование термомеханического поведения вязкоупругих тел при плоском гармоническом нагружении / Б. П. Гуменюк, В. Г. Карнаухов, В. И. Козлов // Прикл. механика – 1985. – 21, N 1. – С. 10 – 16.
50. Дортман Н. Б. Физические свойства горных пород и полезных ископаемых (петрофизика). Справочник геофизика / Дортман Н. Б. – М: Недра, 1976. – 527с.
51. Дэвис В. М. Геоморфологические очерки / Дэвис В. М. – М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1962. – 455с.
52. Жарков В. Н. Внутреннее строение Земли и планет / Жарков В. Н. – М.: Наука, 1983. – 416с.

53. Жаров В. Е. Теория нутации неупругой Земли / В. Е. Жаров, С. Л. Пасынок // Астрон. журн. – 2001. – 78, N 11. – С. 1 – 15.
54. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике / Зенкевич О. – М.: Мир, 1975. – 541с.
55. Зенкевич О. Конечные элементы и аппроксимация / О. Зенкевич, К. Морган – М.: Мир, 1986. – 318с.
56. Ильюшин А. А. Основы математической теории термовязкоупругости / А. А. Ильюшин, Б. Е. Победря – М.: Наука, 1970. – 280с.
57. Ильюшин А. А. Механика сплошной среды / Ильюшин А. А. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1978. – 287с.
58. Истомин А. Н. Научно-теоретическое обоснование выявления крупных месторождений углеводородов в зонах сжатия (на примере Днепровско-Донецкой впадины) / А. Н. Истомин // Питання розвитку газової пром-сті України - 1999. – Вип. 27. – С. 63 – 80.
59. Истомин А. Н. Геодинамические условия формирования Днепровско-Донецкой впадины / А. Н. Истомин, Н. И. Евдошук // Геофиз. журн. – 2002. – 24, N 6. – С. 143 – 155.
60. Кабышев Б. П. Генетическая классификация локальных положительных структур ДДВ / Б. П. Кабышев // Материалы по геологии нефтегазоносности Украины. – М.: Недра, 1971. – С. 103 – 120.
61. Кадик А. А. Физико-химические условия эволюции базальтовых магм в приповерхностных очагах / А. А. Кадик, О. А. Луканин, И. В. Лапин – М.: Наука, 1990. – 345с.
62. Карнаухов В. Г. Связанные задачи термовязкоупругости / Карнаухов В. Г. – Киев: Наукова думка, 1982. – 258с.
63. Карнаухов В. Г. Связанные задачи теории вязкоупругих пластин и оболочек / В. Г. Карнаухов, И. Ф. Киричок – Киев: Наукова думка, 1986. – 221с.
64. Карслоу Г. Операционные методы в прикладной математике / Г. Карслоу, Д. Егер – М.: Иностран. литература, 1948. – 294с.

65. Карслоу Г. Теплопроводность твердых тел / Г. Карслоу, Д. Егер – М.: Наука, 1964. – 488с.
66. Карташов Э. М. Метод обобщённого интегрального преобразования при решении уравнения теплопроводности в области с движущимися границами / Э. М. Карташов, И. В. Стомахин // Изв. АН РФ, Энергетика – 1992. – N 5. – С. 138 – 147.
67. Карташов Э. М. Метод функций Грина при решении краевых задач для уравнений параболического типа в нецилиндрических областях / Э. М. Карташов // Докл. АН РФ – 1996. – 351, N 1. – С. 32 – 36.
68. Карташов Э. М. Аналитические методы решения краевых задач нестационарной теплопроводности в областях с движущимися границами (обзор) / Карташов Э. М. // Изв. АН РФ, Энергетика – 1999. – N 5. – С. 3 – 32.
69. Карташов Э. М. Аналитические методы в теории теплопроводности / Карташов Э. М. – М.: Высшая школа, 2001. – 550с.
70. Квасов И. Е. Численное моделирование сейсмических откликов в многослойных геологических средах сеточно-характеристическим методом / И. Е. Квасов, С. А. Панкратов, И. Б. Петров // Математическое моделирование. – 2010, том 22, N 9. – С. 13 – 22.
71. Кинг Л. Морфология Земли (изучение и синтез сведений о рельефе Земли) / Кинг Л. – М.: Прогресс, 1967. – 559с.
72. Киричок И. Ф. Термомеханическое поведение гибких вязко-упругих пластин и оболочек при циклических нагрузках / И. Ф. Киричок, В. Г. Карнаухов // Пробл. прочности – 1979, N 3. – С. 10 – 14.
73. Китык В. И. Типы соляных структур ДДВ / В. И. Китык // Нефть и газ. – 1959, N 3. – С. 25 – 31.
74. Коболев В. П. Геодинамическая модель Черноморской мегавпадины / В. П. Коболев // Геофиз. журн. – 2003. – 25, N 2. – С. 15 – 35.
75. Коваленко А. Д. Избранные труды / Коваленко А. Д. – К.: Наук. думка, 1976. – 762с.

76. Коваленко А. Д. О теплообразовании в вязкоупругих оболочках вращения при периодических воздействиях / А. Д. Коваленко, В. Г. Карнаухов // Киев: Наук. думка – 1971. – вып.11. – С. 10 – 25.
77. Козлов В. И. Конечноэлементный метод исследования термомеханического поведения вязкоупругих тел вращения при циклическом нагружении / В. И. Козлов, В. Г. Карнаухов // Прикл. механика – 1983. – 19, N 11. – С. 40 – 45.
78. Козлов В. И. Колебания многослойных ортотропных оболочек вращения с конечной сдвиговой жёсткостью / В. И. Козлов, М. В. Лубков // Труды 15 науч. конф. молодых учёных Ин-та механики АН УССР, Киев 1990. – часть II. - Деп. в ВИНТИ 26. 10. 90, N 3802-В 90, С. 439-445.
79. Козлов В. И. Численное исследование нестационарной температуры диссипативного разогрева анизотропной оболочки вращения при гармоническом нагружении / В. И. Козлов, М. В. Лубков // Труды 16 науч. конф. молодых учёных Ин-та механики АН УССР, Киев 1991. – часть II. - Деп. в ВИНТИ 14. 06. 91, N 2648-В 91, С. 1- 10.
80. Коннор Д. Метод конечных элементов в механике жидкости / Д. Коннор, К. Бреббиа – Л.: Судостроение, 1979. – 204с.
81. Короновский Н.В. Сейсмическая томография / Короновский Н.В. // Соровский общеобразовательный журнал – 2000. – 6, N 11. – С. 63 - 68.
82. Косыгин Ю. А. Типы соляных структур ДДВ / Ю. А. Косыгин, М. И. Бланк // Бюл. Моск. о-ва испытателей природы. Отд. геол. – 1958. – 33. – Вып. 6. – С. 3 – 23.
83. Кристенсен Р. Введение в теорию вязкоупругости / Кристенсен Р. – М. : Мир, 1974. – 338 с.
84. Кукал З. Скорость геологических процессов / Кукал З. – М.: Мир, 1987. – 245с.
85. Куприенко П. Я. Трёхмерная плотностная модель земной коры и верхней мантии Днепровско-Донецкой впадины и Донбасса / П. Я. Куприенко, И. Б. Мака-

- ренко, В. И. Старостенко, О. В. Легостаева // Геофиз. журн. – 2010. – 32, N 6. – С. 175 – 214.
86. Кутас Р. И. Поле тепловых потоков и термическая модель земной коры / Кутас Р. И. – Киев: Наукова думка, 1978. – 140с.
87. Кутас Р. И. Анализ термомеханических моделей эволюции Черноморского осадочного бассейна / Р. И. Кутас // Геофиз. журн. – 2003. – 25, N 2. – С. 36 – 47.
88. Лаврентьев М. А. Методы теории функций комплексного переменного / М. А. Лаврентьев, Б. В. Шабат – М.: Наука, 1973. – 749с.
89. Лейбензон Л. С. Курс теории упругости / Лейбензон Л. С. – М.: Технико-теоретическая литература, 1947. – 464с.
90. Лехницкий С. Г. Теория упругости анизотропного тела / Лехницкий С. Г. – М.: Наука, 1977. – 415с.
91. Логачёв Н. Ф. Геодинамическая активность литосферы, её интегральная оценка и связь с сейсмичностью / Н. Ф. Логачёв, С. И. Шерман, К. Г. Леви // Современная тектоническая активность Земли и сейсмичность – М.: Наука, 1987. – С 97 - 107.
92. Лубков М. В. Определение статических чисел Лява и Шида методом конечных элементов / М. В. Лубков // Геофиз. журн. – 2004. – 26, N 6. – С. 147 – 150.
93. Лубков М. В. О применении комбинированного метода в задачах определения параметров вращения Земли / М. В. Лубков // *Астрономия-2005, Состояние и перспективы развития.* – Труды Гос. астрономического института им. П. К. Штернберга, Москва, 2005. - С. 18.
94. Лубков М. В. Комбинированный метод определения параметров вращения Земли / М. В. Лубков // *Кинемат. физ. небес. тел.* – 2005. – 21, N 5. – С. 389 – 395.
95. Лубков М. В. О влиянии радиальной анизотропии мантии на суточные числа Лява / М. В. Лубков // Геофиз. журн. – 2007. – 29, N 5. – С. 179 – 184.

96. Лубков М. В. Моделирование современных движений некоторых локальных несоляных структур Днепровско-Донецкой впадины / М. В. Лубков // Геофиз. журн. – 2008. – 30, N 2. – С. 123 – 126.
97. Лубков М. В. О влиянии субгоризонтальных напряжений на развитие Днепровско-Донецкой впадины / М. В. Лубков, О. В. Борисюк // Геофиз. журн. – 2008. – 30, N 6. – С. 127 – 132.
98. Лубков М. В. Вплив субгоризонтальних рухів на розвиток Дніпровсько-Донецької западини / М. В. Лубков // Геоінформатика – 2008. – N 4, С. 59 – 62.
99. Лубков М. В. Эволюционирование тепловых полей Днепровско-Донецкой впадины на активной стадии рифтогенеза / М. В. Лубков // Геодинамика – 2008. – N 1 (7). – С. 134 – 140.
100. Лубков М. В. Моделирование фоновых температурных полей ДДВ / М. В. Лубков // Геодинамика – 2009. – N 1 (8). – С. 91 – 96.
101. Лубков М. В. Еволюція теплових полів ДДЗ в період активізації рифта / М. В. Лубков // Зб. наук. праць – Теоретичні та прикладні аспекти геоінформатики – 2009. – С. 87 – 95.
102. Лубков М. В. О влиянии крупномасштабных неоднородностей мантии на суточные числа Лява / М. В. Лубков // Геофиз. журн. – 2011. – 33, N 2. – С. 129 – 134.
103. Лубков М. В. Моделювання напружено-деформованого стану та аномального гравітаційного поля у вогнищі землетрусу / М. В. Лубков // Геоінформатика – 2011. – N 1. – С. 51 – 56.
104. Лубков М. В. Моделювання сучасних рухів локальних соляних структур Дніпровсько-Донецької западини / М. В. Лубков // Геоінформатика – 2011. – N 3. – С. 54 – 60.
105. Лубков М. В. Про механічну поведінку океанічних літосферних плит у зоні субдукції / М. В. Лубков // Геоінформатика – 2012. – 43, N 3, С. 48 – 53.
106. Лубков М. В. Про вплив сучасних розломно-блокових рухів Дніпровсько-Донецької западини на гравітаційне поле / М. В. Лубков // Зб. наук. праць

- “Теоретичні та прикладні аспекти геоінформатики” – 2012, вип. 9, С. 117 – 126.
107. Лубков М. В. Моделювання напружено-деформованого стану в осадовому чохлі локальних структур Дніпровсько-Донецької западини / М. В. Лубков // Геоінформатика – 2012. – N 2. – С. 44 – 50.
108. Лубков М. В. Термомеханическая модель развития Западно-Черноморской впадины / М. В. Лубков // Геофиз. журн. – 2012. – 34, N 1. – С. 190 – 198.
109. Лубков М. В. Моделювання нахилів земної поверхні у зонах активних розломів / М. В. Лубков // Геоінформатика. – 2013. - N 2(46). – С. 48 – 54.
110. Лубков М. В. Сучасні горизонтальні рухи Дніпровсько-Донецької западини / М. В. Лубков // Геоінформатика – 2013. – N 4(48). – С. 52 – 57.
111. Лубков М. В. Процес деформування океанічних літосферних плит у зоні субдукції / М. В. Лубков // Зб. наук. праць “Теоретичні та прикладні аспекти геоінформатики” – 2013. – С. 59 – 72.
112. Лубков М. В. Моделювання теплових процесів у зоні сучасної активізації Дніпровсько-Донецької западини / М. В. Лубков // Геоінформатика – 2014. – N 1(49). – С. 46 – 53.
113. Лубков М. В. Процес великомасштабного складкоутворення в осадовому шарі земної кори / М. В. Лубков // Геоінформатика – 2014. – N 3(51). – С. 57 – 66.
114. Лубков М. В. Процес охолодження океанічної літосфери / М. В. Лубков // Зб. наук. праць “Теоретичні та прикладні аспекти геоінформатики” – 2014, вип. 11, С. 70 – 82.
115. Лубков М. В. Процесс среднемасштабного складкообразования в осадочном слое земной коры / М. В. Лубков // Апробация – 2014. – N 6(21). – С. 113 – 117.
116. Лубков М. В. О влиянии разнонаправленных блоковых движений на формирование геоструктур / М. В. Лубков // Апробация – 2014. – N 8(23). – С. 79 – 83.
117. Лубков М. В. Тепловые условия передачи магмы по разломам / М. В. Лубков // Апробация – 2014. – N 9(24). – С. 98 – 102.

118. Лубков М. В. Процесс нагревания океанической литосферы в зоне субдукции / М. В. Лубков // Апробация – 2014. – N 10(25). – С. 92 - 97.
119. Лубков М. В. Процес формування великомасштабних геоструктур в зоні колізії континентів / М. В. Лубков // Геоінформатика – 2015. – N 2(54). – С. 38 – 45.
120. Лукин А. Е. О роли глубинных и сверхглубинных флюидов в нефтеобразовании / А. Е. Лукин, Ю. М. Пиковскиц // Геол. журн. – 2004. – N 2. – С 21 - 33.
121. Лурье А. И. Теория упругости / Лурье А. И. - М: Наука, 1970. – 940с.
122. Лыков А. В. Теория теплопроводности / Лыков А. В. – М.: Изд-во технико-теоретической лит., 1952. – 392с.
123. Лыков А. В. Теория теплопроводности / Лыков А. В. – М.: Высшая школа, 1967. – 600с.
124. Ляховский В. А. Поведение вязкоупругой среды с микронарушениями при растяжении и сдвиге / В. А. Ляховский, В. П. Мясников // Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли. – 1985. – 4. – С 28 - 35.
125. Мартышко П. С. Об определении плотности в слоистой среде по гравитационным данным / П. С. Мартышко, Д. Е. Кокшаров // Геофиз. журн. - 2005. – N. 4. – С. 678 – 684.
126. Маслов Л. А. Механика литосферы / Маслов Л. А. – Владивосток: ДВО АН СССР, 1987. – 79с.
127. Молоденский С. М. Приливы, нутация и внутреннее строение Земли / Молоденский С. М. – М.: Наука, 1984. – 213с.
128. Молоденский М. С. Избранные труды. Гравитационное поле. Фигура и внутреннее строение Земли / Молоденский М. С. – М.: Наука, 2001. – 569с.
129. Мориц Г. Фигура Земли: Теоретическая геодезия и внутреннее строение Земли / Мориц Г. – Киев: Wickmann, 1994. – 239с.
130. Мориц Г., Мюллер А. Вращение Земли: теория и наблюдения / Г. Мориц, А. Мюллер – К : Наук. думка, 1992. – 512 с.

131. Москвитин В. В. Сопротивление вязкоупругих материалов / Москвитин В. В. - М: Наука, 1972. – 328с.
132. Мотовиловец И. А. Термоупругость. Т.1 / И. А. Мотовиловец, В. И. Козлов - К: Наук. думка, 1987. – 264с.
133. Мячкин В. И. Процессы подготовки землетрясений / Мячкин В. И. - М: Наука, 1978. – 232с.
134. Николаев Н. И. Новейшая тектоника и геодинамика литосферы / Николаев Н. И. – М.: Недра, 1993. – 456с.
135. Новожилов В. В. Теория упругости / Новожилов В. В. – Л.: Судпрогиз, 1958. – 370с.
136. Образцов И. Ф. Метод конечных элементов в задачах строительной механики летательных аппаратов / Образцов И. Ф., Савельев Л. М., Хазанов Х. С. – М.: Высшая школа, 1985. – 329с.
137. Оден Д. Конечные элементы в нелинейной механике сплошных сред / Оден Д. – М.: Мир, 1976. – 464с.
138. Оровецкий Ю. П. Принцип Атлантиди Принцип Атлантиди / Ю. П. Оровецкий // Вісн. НАН України. – 1998. – N 9 - 10. – С. 87 – 95.
139. Осокина Д. Н. Взаимосвязи между смещениями по разрывам и тектоническими полями напряжений различных уровней / Д. Н. Осокина, В. Н. Фридман // Современные движения земной коры. Морфоструктура, разломы, сейсмичность – М.: Наука, 1987. – С 33 - 38.
140. Пелех Б. Л. Теория оболочек с конечной сдвиговой жёсткостью / Пелех Б. Л. – Киев: Наукова думка, 1973. – 248с.
141. Пенк В. Морфологический анализ / Пенк В. – М.: Изд-во геогр. лит-ры, 1961. – 359с.
142. Победря Б. Е. Численный метод решения связанных задач термовязкоупругости / Б. Е. Победря // Изв. АН СССР, МТТ – 1974. – N 3, С. 88 – 93.
143. Работнов Ю. Н. Механика деформируемого твердого тела / Работнов Ю. Н. – М.: Наука, 1988. – 712с.

144. Рахимова И. Ш. Изменения термодинамических параметров верхней мантии и вертикальные движения земной коры / И. Ш. Рахимова, А. Д. Альтман // Современные движения земной коры. Морфоструктура, разломы, сейсмичность – М.: Наука, 1987. – С 39 - 43.
145. Рикардс Р. Б. Метод конечных элементов в теории пластин и оболочек / Рикардс Р. Б. - Рига: Зинатне, 1988. – 284с.
146. Розин Л. А. Вариационные постановки задач для упругих систем / Розин Л. А. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1978. – 224с.
147. Рычкова Е. В. Численная модель тепловой конвекции в верхней мантии Земли под литосферой континентов / Рычкова Е. В., Тычков С. А. // Вычислительные технологии – 1997. – Т. 2, N 5. – С. 66 – 81.
148. Садовский М. А. Деформирование геофизической среды и сейсмический процесс / М. А. Садовский, Л. Г. Болохвитинов, В. Ф. Писаренко - М: Наука, 1987. – 102с.
149. Сахаров А. О. Метод конечных элементов в механике твердых тел / А. О. Сахаров, В. Н. Кислокий, В. В. Киричевский – К.: Вища школа, 1982. – 482с.
150. Светов А. П. Платформенный базальтовый вулканизм карелид Карелии / Светов А. П. – Л.: Наука, 1979. – 208с.
151. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов / Сегерлинд Л. – М: Мир, 1979. – 392с.
152. Седов Л. И. Механика сплошной среды. Том 1 / Седов Л. И. – М: Наука, 1973. – 536с.
153. Сенченков И. К. К задаче об осесимметричных колебаниях вязкоупругого цилиндра конечной длины при кинематическом возбуждении / И. К. Сенченков, Б. П. Гуменюк // Прикл. механика – 1981. – 17, N 9. – С. 111 – 115.
154. Сидоров В. А. Современные движения земной коры осадочных бассейнов / В. А. Сидоров, Ю. А. Кузьмин – М.: Недра, 1989. – 183с.

155. Смелянский В. М. Генетические типы локальных поднятий северо-западной части ДДВ / В. М. Смелянский // Нефтегаз. геология и геофизика. – 1964. – N 6. – С. 13 - 21.
156. Соллогуб В. Б. Литосфера Украины / Соллогуб В. Б. – Киев: Наук. Думка, 1986. – 184с.
157. Сорохтин О. Г. Развитие Земли / О. Г. Сорохтин, С. А. Ушаков – М.: Изд. МГУ, 2002. – 506с.
158. Спиртус В. Б. Особенности крипа и хрупкого разрушения при сдвиговой деформации вязкоупругой повреждённой среды / В. Б. Спиртус, Е. В. Савчук // Геофиз. журн. – 2006. – 28, N 2, С. 123 – 129.
159. Старосельцев В. С. Тектоника базальтовых плато и нефтегазоносность подстилающих отложений / Старосельцев В. С. – М.: Недра, 1989. – 259с.
160. Старостенко В. И. Устойчивые численные методы в задачах гравиметрии / Старостенко В. И. – К.: Наук. думка, 1978. – 228с.
161. Старостенко В. И. Опыт решения сильно неустойчивой обратной линейной задачи гравиметрии / В. И. Старостенко, В. Ф. Пашко, А. Н. Заворотько // Изв. РАН Физика Земли – 1992. – N 8, С. 24 – 44.
162. Стаховский И. Р. Временной и пространственно-временной мультимасштабный анализ сейсмичности в период подготовки Рачинского землетрясения / И. Р. Стаховский // Физика Земли – 2000. – N 4, С. 41 – 48.
163. Стовба С. М. Геодинамічна еволюція Дніпрвсько-Донецької западини та Донбасу / Стовба С. М. - Автореф. Дис. ... д-ра геол. наук. – Київ: ІГФ НАНУ, 2008. – 41с.
164. Страхов В. Н. Об эффективных по быстродействию и точности методах построения линейных аналитических аппроксимациях в геофизике, геоинформатике и гравиметрии / Страхов В. Н. // Геофиз. журн. – 2007. – 29, N 1, С. 56 – 84.
165. Тейлор С. Р. Континентальная кора её состав и эволюция / С. Р. Тейлор, С. М. Мак-Леннан – М.: Мир, 1988. – 383с.

166. Тимошенко С. П. Теория упругости / С. П. Тимошенко, Д. Гудьер – М.: Наука, 1975. – 576с.
167. Тёркот Д. Геодинамика. Геологические приложения физики сплошных сред / Д. Тёркот, Д. Шуберт. – М.: Мир, 1985. – 730с.
168. Трофименко С. В. Моделирование пространственно-временной цикличности сейсмического процесса на примере Олекмо-Становой зоны / С. В. Трофименко // Наука и образование – 2010. – N 1. – С. 54 – 58.
169. Трубицын В. П. Режимы тепловой конвекции / В. П. Трубицын, В. В. Николайчик // Физика Земли – 1991. – N 6. – С. 3 – 12.
170. Трубицын В. П. Основы тектоники плавающих континентов / В. П. Трубицын // Физика Земли – 2000. – N 9. – С. 4 – 41.
171. Усенко О. В. Тепловой поток и современная активизация Донецкого бассейна (по новым данным) / О. В. Усенко // Геофиз. журн. – 2002. – 24, N 5. – С. 102 – 111.
172. Уфимцев Г. Ф. Очерки теоретической геоморфологии / Уфимцев Г. Ф. – Новосибирск: Наука, 1994. – 123с.
173. Ферри Д. Вязкоупругие свойства полимеров / Ферри Д. – М.: Изд-во иностр. лит., 1963. – 536с.
174. Флетчер К. Численные методы на основе метода Галёркина / Флетчер К. – М.: Мир, 1988. – 352с.
175. Хаин В. Е. Геотектоника с основами геодинамики / В. Е. Хаин, М. Г. Ломизе. – М.: КДУ, 2005. – 560с.
176. Чекунов А. В. Литосфера центральной и восточной Европы. Геотраверсы III, VII, IX / Чекунов А. В. – Киев: Наукова думка, 1993. – 160с.
177. Чирвинская М. В. Основные принципы классификации локальных поднятий ДДВ (авлакогена) / М. В. Чирвинская // Геол. и геохимия нефт. и газ. месторожд. – Киев: Наук. Думка, 1965. – С. 18 – 39.
178. Шарленок Л. Н. Магматогенные кольцевые структуры / Шарленок Л. Н. – Л.: Недра, 1979. – 232с.

179. Шахмурадова З. Е. О напряжённом состоянии и деформациях слоя при вертикальном перемещении его основания / З. Е. Шахмурадова // Изв. АН СССР. Физика Земли – 1973, N 7. – С. 94 – 100.
180. Шебалин Н. В. Сейсмичность как тектонический процесс / Н. В. Шебалин // Современная тектоническая активность Земли и сейсмичность – М.: Наука, 1987. – С. 22 – 37.
181. Шерман С. И. Моделирование механизма образования сейсмоактивных разломов в упруго-вязкой среде / С. И. Шерман, С. А. Борняков, В. Ю. Буддо // Геология и геофизика – 1985. – N 10. – С. 14 – 27.
182. Шерман С. И. Тектонофизический анализ сейсмического процесса в зонах активных разломов литосферы и проблема среднесуточного прогноза землетрясений / С. И. Шерман // Геофиз. журн. – 2005. – 27, N 1. – С. 20 – 38.
183. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя / Шлихтинг Г. – М.: Наука, 1974. – 711с.
184. Эз В. В. Складкообразование в земной коре / Эз В. В. – М.: Недра, 1985. – 240с.
185. Anderson D. L. The frequency dependence of Q in the earth and implications for mantle rheology and Chandler wobble / D. L. Anderson, J. B. Minster // Geophys. J. R. Astr. Soc. - 1979. - 58. P. 431-440.
186. Anderson D. L. Lithosphere, asthenosphere and perisphere / D. L. Anderson // Rev. Geophys. – 1995. – V. 33. – P. 125 – 149.
187. Anderson D. L. Plate tectonics as a far-from-equilibrium self-organized system. Plate tectonics as a far-from-equilibrium self-organized system / D. L. Anderson // AGU Monograph: Plate Boundary Zones, Geodynamic Series. – 2002. – 30. – P. 411 - 425.
- // AGU Monograph: Plate Boundary Zones, Geodynamic Series. – 2002. – 30. – P. 411 - 425.
188. Andrews E. R. Rheologic controls on the dynamics of slab detachment / E. R. Andrews, M. I. Billen // Tectonophysics – 2009. – 464. - P. 60 – 69.

189. Altiner Y. The contribution of GPS data to the detection of the Earth's crust deformations illustrated by GPS campaigns in the Adria region / Y. Altiner // *Geophys. J. Int.* – 2001. – 145, P. 550 – 559.
190. Beaumont C. Himalayan tectonics explained by extrusion of a low viscosity crustal channel coupled to focused surface denudation / C. Beaumont, R. A. Jamieson, M. H. Nguyen, B. Lee // *Nature* – 2001. – 414, P. 738 – 742.
191. Beghein C. Radial anisotropy in seismic reference models of the mantle / C. Beghein, J. Trampert, H. J. van Heijst // *J. Geophys. Res.* – 2006. – 111, B02303, doi: 10.1029/2005JB003728.
192. Blaeic J. D. Plasticity and hydrolytic weakening of quartz single crystals / J. D. Blaeic, J. M. Christie // *J. Geophys. Res.* – 1984. – 89, P. 4223 – 39.
193. Borja R. I. Computational modeling of deformation bands in granular media. Part 1. Geological and mathematical framework / R. I. Borja, A. Aydin // *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* – 2004. – 192, P. 1227 – 1258.
194. Bruyninx C. “The EUREF Permanent Network: a multi-disciplinary network serving surveyors as well as scientists” / C. Bruyninx // *Geoinformatics* – 2004. – 7, P. 32 – 35.
195. Bunge H. P. The origin of large scale structure in mantle convection: effects of plate motions and viscosity structure / H. P. Bunge, M. A. Richards // *Geophys. Res. Lett.* – 1996. – 23, N 21 – P. 2987 - 2990.
196. Burke K. Plume generation zones at margins of large low shear velocity provinces on the core-mantle boundary / K. Burke, B. Steinberger, T. H. Torsvik, M. A. Smeethurst // *Earth and Planetary Science Letters* – 2008. – 265, P. 49 - 60.
197. Capitanio F. Dynamic models of downgoing plate-buoyancy driven subduction: subduction motions and energy dissipation / F. Capitanio, G. Morra, S. Goes // *Earth and Planetary Science Letters* – 2007. – 446, P. 308 – 311.
198. Chemenda A. I. Evolutionary model of the Himalaya-Tibet system: geopoem based on new modeling geological and geophysical data / A. I. Chemenda, J. P. Burg, M. Mattuer // *Earth and Planetary Science Letters* – 2000. – 174, P. 397 – 409.

199. Chen X. Influence of the equilibrium ocean pole tide on the gravity field / X. Chen, B. Ducarme, H. Sun // *Marees terrestres bulletin d'informalions* – 2007. – 143, P. 11443 – 451.
200. Choi E. Thermomechanics of mid-ocean ridge segmentation / E. Choi, L. Lavier, M. Gurnis // *Physics of the Earth and Planetary Interiors* – 2008. – 171, P. 374 - 387.
201. Christensen U. R. Layered convection induced by phase changes / U. R. Christensen, D. A. Yen // *J. Geoph. Res.* –1985. – 90, P. – 10291 - 300.
202. Christensen U. R. Time dependent convection with non-Newtonian viscosity / U. R. Christensen, D. A. Yen // *J. Geoph. Res.* –1989. – 94, P. – 814 - 820.
203. Clauser C. Thermal conductivity of rocks and minerals / C. Clauser, E. Huenges // *Rock Physics and Phase Relations. AGU Reference Shelf 3.* (ed. Ahrens T. J.), American Geophysical Union –1995. – P. – 105 - 126.
204. Connolly J. A. D. Computation of phase equilibria by linear programming: a tool for geodynamic modeling and an application / J. A. D. Connolly // *Earth and Planetary Science Letters* – 2005. – 236, P. 524 – 541.
205. Crochet M. J. On “thermoreologically simple” solids / M. J. Crochet, P. M. Naghdi // *Thermoinelasticity Proc. IUTAM Symp. Wien, New York* –1970. – P. – 59 - 86.
206. Currie J. B. Development of folds in sedimentary strata / J. B. Currie, H. W. Patnode, R. P. Trump // *Geol. Soc. Amer. Bull.* –1962. – 73(6), P. – 655 - 673.
207. Damon M. Interactive visualization of 3D mantle convection / M. Damon, M. C. Kameyama, M. Knox // *Visual Geosciences* – 2008. – 13. – P. 49 – 57.
208. Davies J. H. Slab breakoff: a model of lithospheric detachment and its test in the magmatism and deformation of collisional orogens / J. H. Davies, F. von Blanckenburg // *Earth and Planetary Science Letters* – 1995. – 129, P. 85 – 102.
209. Dehant V. Integration of the gravitational motion equations for an elliptical uniformly rotating Earth with an inelastic mantle / V. Dehant // *Phys. Earth planet. Inter.* – 1987. – 49. – P. 242 - 258.

210. Dehant V. Tidal parameters for an inelastic Earth / V. Dehant // *Phys. Earth planet. Inter.* – 1987. – 49. – P. 97 - 116.
211. Dehant V., Defraigne P. New transfer functions for nutations of a non-rigid Earth / V. Dehant, P. Defraigne // *J. Geophys. Res.* – 1997. – 102, P. 27659 - 27688.
212. Delinage C. A search on the gravity/height ratio induced by surface loading: theoretical investigation and numerical applications / C. Delinage, J. Hinderer, J. P. Boy // *Marees terrestres bulletin d'informalions* – 2007. – 143, P. 11451 – 459.
213. DeMets C. Current plate motions / C. DeMets, R. Gordon, D. F. Argus, S. Stein // *Geophys. J. Intern.* – 1990. – 101, P. 425 – 478.
214. Dziewonski A. M. Preliminary reference earth mode / A. M. Dziewonski, D. L. Anderson // *Phys. Earth planet. Inter.* – 1981. – 25, P. 297 - 356.
215. Dziewonski A. M. Mapping the lower mantle: determination of lateral heterogeneity in P velocity up to degree and order 6 / A. M. Dziewonski // *J. Geophys. Res.* – 1984. – 89. - P. 5929 - 5952.
216. Dziewonski A. M. Lateral heterogeneity in the lowermost / A. M. Dziewonski, X. F. Liu, W. J. Su In: Crossley D. J. (Ed), *Earth's Deep Interior*. Gordon and Breach, 1997. – P. 11 – 50.
217. El-Fiky G. Elastic and inelastic strains in the Japanese Islands deduced from GPS dense array / G. El-Fiky // *Earth Planets Space* – 2000. – 52, P. 1107 – 1112.
218. Fialko Y. A. Thermodynamics of lateral dike propagation: Implications for crustal accretion at slow spreading mid-ocean ridges / Y. A. Fialko, A. M. Rubin // *J. Geophys. Res.* – 1999. – 103(B2), P. 2501 – 2510.
219. Frehner M. Comparison of finite difference and finite element methods for simulating two-dimensional scattering of elastic waves / M. Frehner, S. M. Schmalholz, E. H. Saenger, H Steeb // *Phys. of the Earth and Planet. Inter.* –2008. – 1171, P. 112 – 121.
220. Gasperini P. Effects of lateral viscosity variations on postglacial rebound / P. Gasperini, D. A. Yen, R. Sabadini // *Geophys. Res. Letters* – 1999. – 26(2), P. 271 – 274.

221. Gerbault M. Do faults trigger folding of the lithosphere? / M. Gerbault, E. B. Burrov, A. N. Poliakov, M. Daignieres // *Geophys. Res. Letters* – 1990. – 17, P. 5 – 8.
222. Gerya T. V. Two-dimensional numerical modeling of pressure-temperature-time paths for the exhumation of some granulite facies terrains in the Precambrian / T. V. Gerya, L. L. Perchuk, D. D. Van Reenein, C. A. Smit // *J. of Geodynamics* – 2000. – 29, P. 17 – 35.
223. Gerya T. V. Thermomechanical modeling of slab detachment / T. V. Gerya, D. A. Yuen, W. V. Maresch // *Earth and Planetary Science Letters* – 2004. – 226, P. 101 – 116.
224. Gerya T. V. Intrusion of ultramafic magmatic bodies into the continental crust: Numerical simulation / T. V. Gerya, J. P. Burg // *Phys. of the Earth and Planet. Inter.* – 2007. – 160, P. 124 – 142.
225. Gerya T. Introduction to numerical geodynamics / Gerya T. – Cambridge University Press, 2010. – 345p.
226. Getino J. A Hamiltonian theory for an elastic Earth: first order analytical integration / J. Getino, J. M. Ferrandiz // *Celest. Mech.* – 1991. – 51. – P. 35 – 65.
227. Getino J. Accurate analytical nutation series / J. Getino, J. M. Ferrandiz // *Mon. Not. R. astr. Soc.* – 1999. – 306. – P. L 45 – L 49.
228. Goes S. Lithospheric cooling trends and deviations in oceanic PP-P and SS-S differential traveltimes / S. Goes, C. M. Eakin, J. Ritsema // *J. Geophys Res.* – 2013. – 118, P. 996 – 1007.
229. Goslin J. Slow-ridge / hotspot interactions from global gravity, seismic tomography and $^{87}\text{Sr} / ^{86}\text{Sr}$ isotope data / J. Goslin, J. L. Thiriot, O. Noel, J. Francheteau // *Geophysical J. Int.* – 1998. – 135. – P. 700 - 717.
230. Gross L. Interface modeling in incompressible media using level sets in Escript / L. Gross, L. Bourgouin, A. Jane Hale, H. B. Muhlhaus // *Physics of the Earth and Planetary Interiors* – 2007. – 163, P. 23 – 34.
231. Hager B. H. A simple global model of plate dynamics and mantle convection / B. H. Hager, R. J. O'Connell // *J. Geophys. Res.* – 1981. – 86, P. 4843 – 4867.

232. Hall C. E. Catastrophic initiation of subduction following forced convergence across fractures zones / C. E. Hall, M. Gurnis, M. Sdrolias, L. L. Lavier // *Earth and Planetary Science Letters* – 2003. – 212, P. 15 – 30.
233. Hansen J. S. A Mindlin shell element which satisfies rigid body requirements / Hansen J. S., Heppler G. R. // *AIAA J.* – 1985. – V. 22, N 2. – P. 288 – 295.
234. van der Hilst R. D. Evidence for deep mantle circulation from global tomography / R. D. van der Hilst, S. Widiyantoro, E. R. Engdahl // *Nature*. – 1997. – 386. – P. 578 - 584.
235. Helffrich G. R., Wood B. J. The Earth's mantle / G. R. Helffrich, B. J. Wood // *Nature*. – 2001. – 412. – P. 501 - 507.
236. Hernlund J. W. Modeling mantle convection in the spherical annulus / J. W. Hernlund, P. J. Tackley // *Phys. of the Earth and Planet. Inter.* – 2008. – 171, P. 33 – 48.
237. Huang C. L. A new nutation model of a non-rigid earth with ocean and atmosphere / C. L. Huang, W. J. Jin, X. H. Liao // *Geophys. J. Int.* - 2001. – 146. – p. 126 – 133.
238. Ishii M. Even-degree lateral variations in the Earth's mantle constrained by free oscillations and the free-air gravity anomaly / M. Ishii, J. Tromp // *Geophys. J. Int.* - 2001. – 145. – p. 77 – 96.
239. Johnson H. P. Variation of sea floor depth with age: A test of models based on drilling results / Johnson H. P., Carlson R. L. // *Geophys. Res. Letters* – 1992. – V. 19. – P. 1971 – 1974.
240. Kameyama M. Thermal-mechanical effects of low-temperature plasticity (the Deierls mechanism) on the deformation of a viscoelastic shear zone / M. Kameyama, D. A. Yen, S. Karato // *Earth and planetary Science Letters*. – 1999. – 168 - P. 159-172.
241. Kameyama M. Multigrid-based simulation code for mantle convection in spherical shell using Yin-Yang grid / M. Kameyama, A. Kageyama, T. Saito // *Phys. of the Earth and Planet. Inter.* – 2008. – 171, P. 7 – 19.
242. Karato S. Deformation of earth materials: An introduction to the rheology of solid earth / Karato S. – Cambridge: Cambridge University press, 2008. – 463p.

243. Kaus B. J. P. From passive continental margin to mountain belt: Insights from analytical and numerical models and application to Taiwan / B. J. P. Kaus, C. Steedman, T. W. Becker // *Phys. of the Earth and planet. Inter.* – 2008. – 171 - P. 235 - 251.
244. van Keken P. E. A comparison of methods for the modeling of thermochemical convection / P. E. van Keken, S. King, H Schmeling // *J. Geophys. Res.* – 1997. - 102 (B6) - P. 22477-495.
245. Kincaid C. Thermal and dynamical evolution of the upper mantle in subduction zones / C. Kincaid, I. S. Sacks // *J. Geophys. Res.* – 1997. - 102 (B6) - P. 12295-12315.
246. Kinoshita H. Theory of the rotation of the rigid Earth / H. Kinoshita // *Celest. Mech.* – 1977. – 15. – P. 277 – 326.
247. Khazaradze G. Tectonic deformation in western Washington from GPS measurements / G. Khazaradze, A. Qamar, H. Dragert // *Geophys. Res. Lett.* – 1999. – 26, P. 3153 – 3156.
248. Kodlec B. Interactive 3-D computation of fault surfaces using level sets / B. Kodlec, G. Dorn, H. Tubo, D. Yuen // *Visual Geosciences* – 2008. – 13, P. 133 – 138.
249. Krasinsky G. A. Rotation of the deformable Earth with the viscous fluid core / Krasinsky G. A. – St. Petersburg: Communications of the IAA RAS, N 157, 2003. – 79p.
250. Krasna H. Tidal Love and Shida numbers estimated by geodetic VLBI / H. Krasna, J. Bohm, H. Schuh // *J. of Geodynamics* - 2013. – V. 70. – P. 21 - 27.
251. Leeds A. P. Variations of upper mantle structure under the Pacific Ocean / A. P. Leeds, L. Knopoff, E. G. Kausel // *Science* – 1974. – V. 186. – P. 141 – 143.
252. Levin V. Seismic evidence for catastrophic slab loss beneath Kamchatka / V. Levin, N. Shapiro, J. Park, M. Ritzwoller // *Nature* – 2002. – 418. – P. 763 –767.
253. Li V. C. Pre seismic rupture progression and great earthquake instabilities at plate boundaries / V. C. Li, J. R. Rice // *J. Geophys. Res.* – 1983. – 88, P. 4231 – 4246.

254. Linage C. A search on the gravity/ height ratio induced by surface loading; theoretical investigation and numerical applications / C. Linage, J. Hinderer, J. Paul Boy // BIM. – 2007. – 143, P. 11451 – 11459.
255. Lister C. R. B. Heat flow maintained in ocean basins of great age: Investigations in the north-equatorial west Pacific / C. R. B. Lister, J. G. Sclater, E. E. Davis, H. Villinger // *Geophys. J. Int.* – 1990. – V.102. - P. 603 – 630.
256. Lubkov M. V. The definition of the forced nutations by the finite element method / M. V. Lubkov // *JOURNEES – 2003 / Astrometry, Geodynamics and Solar System Dynamics: from Milliarcseconds to Microarcseconds.* – Saint Petersburg, 2003, Book of Abstracts – P. 46.
257. Lubkov M. V. The definition of the forced nutations by the finite element method / M. V. Lubkov // *Proc. of the inter. conference JOURNEES – 2003 / Eds A. Finkilstein, N. Capitaine.* – Saint Petersburg: изд-во Инст. прикл. астрон. РАН, 2003. – P. 213 - 214.
258. Lubkov M. V. The evaluation of the effects of visco-elastic mantle on luni-solar nutations / M. V. Lubkov // *Astronomy in Ukraine – Past, Present and Future, Kiev, 2004, Abstract Book* – P. 151.
259. Lubkov M. V. The evaluation of the effects of visco-elastic mantle on luni-solar nutations / M. V. Lubkov // *Kinemat. and Phys. of Celestial Bodies* – 2005. – 5. – P. 355 –358.
260. Lubkov M. V. About application of coupled finite element method at the earth orientation parameters / M. V. Lubkov // *Astronomy and space physics at Kyiv University, Kyiv, 2005, Book of Abstracts* – P. 55.
261. Lubkov M. V. Evaluation of outer core viscosity influence on the earth forced nutation / M. V. Lubkov // *Modern Problems of Astronomy, Odessa, 2007, Abstracts* – P 25.
262. Lubkov M. V. About influence of lateral heterogeneities in the earth upper mantle on the Love numbers for diurnal tides / M. V. Lubkov // *Modern Problems of Astronomy, Odessa, 2007, Abstracts* – P 25.

263. Lubkov M. V. Evaluation of outer core viscosity influence on the earth forced nutation / M. V. Lubkov // *Odessa astr. publ.* – 2007. – vol. 20, part 1. – P. 114 – 117.
264. Lubkov M. V. About influence of lateral heterogeneities in the earth upper mantle on the Love numbers for diurnal tides / M. V. Lubkov // *Odessa astr. publ.* – 2007. – vol. 20, part 1. – P. 117 – 120.
265. Lubkov M. V. About the role of sub horizontal movements in the development of DDH / M. V. Lubkov // *Матеріали наук. конф.: “Геофізичні технології прогнозування та моніторингу геологічного середовища”*, Львів - 2008, С. 32.
266. Lubkov M. V. An evolution of the heat fields of DDH during the active rifting stage / M. V. Lubkov // *Матеріали наук. конф.: “Геофізичні технології прогнозування та моніторингу геологічного середовища”*, Львів - 2008, С. 41.
267. Lubkov M. Modeling of the bending deformations of tectonic plates / M. Lubkov // *The 6th Orlov Conference: The study of the Earth as a planet by methods of geophysics, geodesy and astronomy*, Kiev, 2009, Abstract Book - P. 39.
268. Lubkov M. About influence of radial anisotropy of mantle on the Earth forced nutation / M. Lubkov // *The 6th Orlov Conference: The study of the Earth as a planet by methods of geophysics, geodesy and astronomy*, Kiev, 2009, Abstract Book - P. 53.
269. Lubkov M. Modeling of the bending deformations of tectonic plates / M. Lubkov // *The 6th Orlov Conference Proceedings: The study of the Earth as a planet by methods of geophysics, geodesy and astronomy* – 2010. – Kiev: Akadempriodyka, P. 115 – 122.
270. Lubkov M. About influence of radial anisotropy of mantle on the Earth forced nutation / M. Lubkov // *The 6th Orlov Conference Proceedings: The study of the Earth as a planet by methods of geophysics, geodesy and astronomy* – 2010. – Kiev: Akadempriodyka, P. 163 – 166.
271. Lubkov M. V. About influence of modern DDD block break movements on gravity field [Електронний ресурс]: / M. V. Lubkov // *Тези міжн. конф.*

”Геоінформатика 2012”, Київ - 2012. – 1 електрон, опт. диск (CD-ROM): кольор. ; 12 см. – Систем, вимоги: Pentium-266 ; 32 Mb RAM ; Windows 98/2000/NT/XP – Код – 2628.

272. Lubkov M. V. About mechanical behavior of oceanic lithospheric plates in subduction zone [Електронний ресурс]: / М. V. Lubkov // Тези міжн. конф. ”Геоінформатика 2012”, Київ - 2012. – 1 електрон, опт. диск (CD-ROM): кольор. ; 12 см. – Систем, вимоги: Pentium-266 ; 32 Mb RAM ; Windows 98/2000/NT/XP – Код – 2692.

273. Lubkov M. V. Modeling of the earth tilts changing in the active fault zones [Електронний ресурс]: / М. V. Lubkov // Тези міжн. конф. ”Геоінформатика 2013”, Київ - 2013. – 1 електрон, опт. диск (CD-ROM): кольор. ; 12 см. – Систем, вимоги: Pentium-266 ; 32 Mb RAM ; Windows 98/2000/NT/XP – Код – 4752.

274. Lubkov M. V. Deforming process of oceanic lithospheric plates in subduction zone [Електронний ресурс]: / М. V. Lubkov // Тези міжн. конф. ”Геоінформатика 2013”, Київ - 2013. – 1 електрон, опт. диск (CD-ROM): кольор. ; 12 см. – Систем, вимоги: Pentium-266 ; 32 Mb RAM ; Windows 98/2000/NT/XP – Код – 4656.

275. Lubkov M. V. Process of large scale fold forming in the crust sedimentary layer [Електронний ресурс]: / М. V. Lubkov // Тези міжн. конф. ”Геоінформатика 2014”, Київ - 2014. – 1 електрон, опт. диск (CD-ROM): кольор. ; 12 см. – Систем, вимоги: Pentium-266 ; 32 Mb RAM ; Windows 98/2000/NT/XP – Код – 6134.

276. Lubkov M. V. Cooling process of the oceanic lithosphere [Електронний ресурс]: / М. V. Lubkov // Тези міжн. конф. ”Геоінформатика 2014”, Київ - 2014. – 1 електрон, опт. диск (CD-ROM): кольор. ; 12 см. – Систем, вимоги: Pentium-266 ; 32 Mb RAM ; Windows 98/2000/NT/XP – Код – 6184.

277. Machetel P. Spectral and geophysical consequences of 3-D spherical mantle convection with an endothermic phase-change at the 670 km discontinuity / P. Machetel, C. Thoraval, D. Brunet // Phys. of the Earth and Planet. Inter. – 1995. – 88, P. 43 – 51.

278. Mathews P. M. Forced nutations of the Earth: influence of inner core dynamics. I. Theory / P. M. Mathews, B. A. Buffet, T. A. Herring // *J. Geophys. Res.* – 1991. – 96, N B5. – P. 8219 – 8242.
279. Mathews P. M. Love numbers for diurnal tides: Relation to wobble admittances and resonance expansions / P. M. Mathews, B. A. Buffet, I. I. Shapiro // *J. Geophys. Res.* – 1995. – 100, N B7. – P. 9935 – 9948.
280. Mathews P. M. Tidal station displacement / P. M. Mathews, V. Dehant, J. M. Gips-son // *J. Geophys. Res.* – 1997. – N B9. – P. 20469 - 20477.
281. May D. A. Preconditioned iterative methods for Stokes flow problems arising in computational geodynamics / D. A. May, L. Moresi // *Phys. of the Earth and Planet. Inter.* – 2008. – 171, P. 19 – 33.
282. McCarthy D. D. IERS Conventions / D. D. McCarthy, G. Petit – Sydney: IAU Joint Discussion 16, 2003. - 143p.
283. McKenzie D. P. Some remarks on the development of sedimentary basins / D. P. McKenzie // *Earth and Planet. Sci. Lett.* – 1978. – 40, N 1. – P. 25 – 32.
284. McClusky S. GPS constraints on plate kinematics and dynamics in the eastern Me-diterranean and Caucasus / S. McClusky // *J. Geophys. Res.* – 2000. – 105, P. 5695 – 5719.
285. Melchior P. *The Tides of the Planet Earth*, 2 nd. ed./ . Melchior P. - Pergamon Press, Oxford, 1983. – 641p.
286. Mishin Y. A. Dynamics of double subduction: Numerical modeling / Y. A. Mishin, T. V. Gerya, J. P. Burg // *Phys. of the Earth and Planet. Inter.* – 2008. – 97, P. 83 – 94.
287. Montagner J. P. How to reconcile body-wave and normal-mode reference Earth models / J. P. Montagner, B. L. N. Kennett // *Geophys. J. Int.* – 1996. – 125. - P. 229 - 248.
288. Moresi L. The accuracy of finite element solutions of Stoke's flow with strongly varying viscosity / L. Moresi, S. Zhong, M. Gurnis // *Physics of the Earth and Plane-tary Interiors* – 1996. – 97, P. 83 – 94.

289. Moresi L. A Lagrangian integration point finite element method for large deformation modeling of viscoelastic geomaterials / L. Moresi, F. Dufour, H. B. Muhlhaus // *J. of computational Physics* – 2003. – 184, P. 476 – 497.
290. Moresi L. Computational approaches to studying non-linear dynamics of the crust and mantle / L. Moresi, S. Quenette, V. Lemiale, C. Meriaux, B. Appelbe, H. B. Muhlhaus // *Physics of the Earth and Planetary Interiors* – 2007. – 163, P. 69 – 82.
291. Moritz H. Theories of nutation and polar motion II, Rept. 318. Dept. of Geodet. Sci. and Surveying / Moritz H. - Ohio State Univ., Columbus, 1981. – 176 p.
292. Morra G. A coupled solid-fluid method for modeling subduction / G. Morra, K. Regenauer-Lieb // *Philosophical Magazine* – 2006. – 86, P. 3307 – 3323.
293. Muhehaus H. B. A director theory for visco-elastic folding instabilities in multi-layered rock / H. B. Muhehaus, F. Dufour, L. Moresi, B. Hobbs // *Int. journal of solids and structures* – 2002. – 39(13-14), P. 3675 – 3691.
294. Nikolaeva K. Numerical modeling of crustal growth in intraoceanic volcanic arcs / K. Nikolaeva, T. V. Gerya, J. A. D. Conolly // *Phys. of the Earth and Planet. Inter.* – 2008. – 171, P. 336 – 356.
295. Nunes-Valdez M. Influence of iron on the elastic properties of wadsleyite and ringwoodite / M. Nunes-Valdez, P. da Silveria, R. M. Wentzcovitch // *J. of Geophys. Res.* – 2011. – 116, B12207, doi: 10.1029/2011JB008378, 2011.
296. Oldenburg C. M. Self-organization in convective magma mixing / C. M. Oldenburg, F. J. Spera, D. A. Yen // *Earth-Science Reviews* – 1990. – 29, P. 331 – 348.
297. OzBench M. A model comparison study of large – scale mantle – lithosphere dynamics driven by subduction / M. OzBench, K. Regenauer, D. R. Stegman, G. Morra // *Geophys. J. Intern.* – 2008. – 171, P. 224 – 234.
298. Peacock S. M. Partial melting of subducting oceanic crust / S. M. Peacock, T. Rushmer, A. B. Thompson // *Earth Planet. Sci. Lett.* – 1994. – 121, P. 227 – 244.
299. Pergler T. A hybrid spectral and finite element method for coseismic and post-seismic deformation / T. Pergler, C. Matyska // *Physics of the Earth and Planetary Interiors* – 2007. – 163, P. 122 – 148.

300. Popov A. A. SLIM3D: A tool for three-dimensional thermomechanical modeling of lithospheric deformation with elasto-visco-plastic rheology / A. A. Popov, S. V. Sobolev // *Physics of the Earth and Planetary Interiors* – 2008. – 171, P. 55 – 75.
301. Ranalli G. Nonlinear flexure and equivalent mechanical thickness of the lithosphere / G. Ranalli // *Tectonophysics*. – 1994. – 240, P. 107 – 114.
302. Ranalli G. *Rheology of the Earth*. Second edition / Ranalli G. – London: Chapman & Hall, 1995. – 409p.
303. Ranero C. R. Bending-related faulting and mantle serpentinization at the middle America trench / C. R. Ranero, J. Philipps Morgan, C. Reiclurt // *Nature* – 2003. – 425, P. 367 – 373.
304. Roy den L. H. Trench motion, slab geometry and viscous stresses in subduction systems / L. H. Roy den, L. Husson // *Geophys. J. Intern.* – 2006. – 167, P. 881 – 905.
305. Sailor R. V. Measurements and interpretation of normal mode attenuation / R. V. Sailor, A. M. Dziewonski // *Geophys. J. R. Astr. Soc.* - 1978. - 53. P. 559-581.
306. Sasao T. A simple theory on the dynamical effects of stratified fluid core upon nutational motion of the Earth / T. Sasao, S. Okubo, M. Saito // *Proc. IAU Symp. 78* / Eds E. P. Fedorov, M. L. Smith, P. L. Bender. – Dordrecht: Reidel, 1980. – P. 165 – 183.
307. Sasao T. An excitation mechanism for the free ‘core nutation’ / T. Sasao, J. M. Wahr // *Geophys. J. R. Astr. Soc.* – 1981. – 64, N 3. – P. 729 – 746.
308. Secco R. A. Viscosity of the outer core / R. A. Secco // *Handbook of Physical Constants* / Eds T. J. Ahrens. – Washington: American Geophysical Union, 1995. – P. 218 – 226.
309. Schastok J. A new theoretical series for a more realistic model earth / J. Schastok // *Geophys. J. Int.* – 1997. – 130. - P. 137 – 150.
310. Schapery R. A. Application of thermodynamics to thermomechanical fracture and berifringent phenomena in viscoelastic media / R. A. Schapery // *J. Appl. Phys.* – 1964. – 35, N 4. - P. 1451 – 1465.

311. Schellart W. P. Evolution and diversity of subduction zones controlled by slab width / W. P. Schellart, J. Freeman, D. R. Stegman, L. Moresi // *Nature* – 2007. – 446, P. 308 – 311.
312. Schmeling H. A benchmark comparison of spontaneous subduction models / H. Schmeling, A. Y. Babeyko, A. Enns // *Phys. of the Earth and Planet. Inter.* – 2008. – 171, P. 198 – 223.
313. Schmid D. W. Evolution of large amplitude 3D fold patterns: A FEM study / D. W. Schmid, M. Dabrowski, M. Krotkiewski // *Physics of the Earth and Planetary Interiors* – 2008. – 171, P. 400 – 408.
314. Scholz C. H. Earthquake prediction: a physical basis / C. H. Scholz, L. R. Sykes, Y. P. Aggarwall // *Science* – 1973. – 181. - P. 803 – 810.
315. Schubert G. Numerical models of mantle convection / G. Schubert // *Annual Review of Fluid Mechanics* – 1992. – 24. - P. 359 – 394.
316. Scholz C. H. Earthquakes and friction laws / C. H. Scholz // *Nature* – 1998. – 391. - P. 37 – 42.
317. Sclater J. G. The heat flow through oceanic and continental crust and the heat loss of the Earth / Sclater J. G., Jaupart C., Galson D. // *Rev. Geophys. Space Phys.* – 1980. – V. 18. – P. 269 – 311.
318. Scordelis A. C. Computer analysis of cylindrical shells / A. C. Scordelis, K. S. Lo // *American concrete Institute Journal* – 1964. – 61. – P. 539 – 560.
319. Shirai T. Construction of a new forced nutation theory of the non-rigid Earth / T. Shirai, T. Fukushima // *AJ.* – 2001. – 121, N 1746. – P. 3270 – 3283.
320. Sipkin S. A. Frequency dependence of Q_{ScS} / S. A. Sipkin, T. H. Jordan // *Bull. Seism. Soc. Am.* - 1980. - 70. P. 1071-1102.
321. Shmalholz S. M. Buckling versus folding: importance of viscoelasticity / S. M. Shmalholz, Y. Podladchikov // *Geophys. Res. Letters* – 1995. – 26(17), P. 2641 – 2644.

322. Shmalholz S. M. A spectral /finite difference method/ for simulating large deformations of heterogeneous, viscoelastic materials / S. M. Shmalholz, Y. Podladchikov, D. W. Schmid // *Geophys. J. Int.* – 2001. – 145, P. 199 – 208.
323. Sleep N. H. Hotspots and mantle plumes: some phenomenology / N. H. Sleep // *J. Geophys. Res.* – 1990. – 95, N 5. – P. 6715 - 6736.
324. Smith M. L. The period and Q of the Chandler wobble/ M. L. Smith, F. A. Dahlen // *Geophys. J. R. Astr. Soc.* - 1981. - 64. P. 223-281.
325. Smylie D. E. Viscosity of earth's outer core [Электронный ресурс]: / D. E. Smylie, A. Palmer // arXiv:0709.3333v1[physics.geo-ph]21 Sep 2007.
326. Stegman D. R. Influence of trench width on subduction hinge retreat rates in 3 – D models of slab rollback / D. R. Stegman, J. Freeman, W. P. Schellart, L. Moresi // *Geochemistry Geophysics Geosystems* – 2006. – 7, N 3. - P. 1 – 22.
327. Stern R. J. Subduction zones / R. J. Stern // *Reviews of Geophysics* – 2002. – 40(4), 1012, doi: 10.1029/2001 RG000108, 2002.
328. Tackley P. J. Modeling compressible mantle convection with large viscosity contrasts in a three-dimensional spherical shell the yin-yang grid / P. J. Tackley // *Physics of the Earth and Planetary Interiors* – 2008. – 171, P. 7 -18.
329. Trubitsyn V. Mechanical and thermal effects of floating continents on the global mantle convection / V. Trubitsyn, M. K. Kaban, M. Rothacher // *Physics of the Earth and Planetary Interiors* – 2008. – 171, P. 313 - 323.
330. Turcotte D., Schubert G. *Geodynamics. Second edition* / D. Turcotte, G. Schubert – Cambridge: Cambridge University Press, 2002. – 848p.
331. Virieux J. P-SV wave propagation in heterogeneous media: velocity-stress finite-difference method / J. Virieux // *Geophysics* – 1986. – 51, N 4. – P. 889 – 901.
332. Wahr J. M. The forced nutations of an elliptical, rotating, elastic and oceanless earth / J. M. Wahr // *Geophys. J. R. Astr. Soc.* – 1981. – 64, N 3. – P. 705 – 727.
333. Wahr J. The effects of mantle anelasticity on nutations, earth tides, and tidal variations in rotation rate / J. Wahr, Z. Bergen // *Geophys. J. R. Astr. Soc.* - 1986. - 87. P. 633-668.

334. Wahr J. Predictions of vertical uplift caused by changing polar ice volumes on a viscoelastic earth / J. Wahr, H. DaZhong, A. Trupin // *Geophys. Res. Lett.* – 1995. – 22. - P. 977 – 980.
335. Warren C. J. Modeling tectonic styles and ultra-high pressure (UHP) rock exhumation during the transition from oceanic subduction to continental collision / C. J. Warren, C. Beaumont, R. A. Jamieson // *Earth and Planetary Science Letters* – 2008. – 267, P. 129 – 145.
336. Weeraratne D. Transitions in the style of mantle convection at high Rayleigh numbers / D. Weeraratne, M. Manga // *Earth and Planet. Sci. Lett.* – 1998. – 160. - P. 563 – 568.
337. Woodward R. L. Lateral heterogeneity in the upper mantle and SS – S travel time intervals for SS rays reflected from the Tibetan Plateau and it's surroundings / R. L. Woodward, P. Molnar // *Earth and Planet. Sci. Lett.* – 1995. – 135 – P. 139 – 148.
338. Wortel M. J. R. Geophysics – subdaction and slab detachment in the Mediterranean-Carpathian region / M. J. R. Wortel, W. Spakman // *Science* – 2000. – 290 - P. 1910 – 1917.
339. Wu P. Using commercial finite element packges for the study of earth deformations, sea levels and the state of stress / P. Wu // *Geophys. J. Int.* – 2004. – 158, N 2. – P. 401 – 408.
340. Yen D. A. Strongly chaotic Newtonian and non-Newtonian mantle convection / D. A. Yen, A. V. Malevsky // *Chaotic processes in the geological sciences* – 1992, Springer-Verlag, New York – P. 71 – 88.
341. Yoshioka S. Three-dimensional numerical modeling of detachment of subducted lithosphere / S. Yoshioka, M. J. R. Wortel // *J. Geophys. Res.* – 1995. – 100, N 2. – P. 20233 – 44.
342. Yoshioka S. Slab weakening: thermal and mechanical consequences for slab detachment / S. Yoshioka, D. A. Yuen, T. B. Larsen // *Island Arc* – 1995. – 40 – P. 89 – 103.

