

НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНЫ  
ИНСТИТУТ ГЕОФИЗИКИ им. С.И. СУББОТИНА

---

На правах рукописи  
УДК 004.42:550.83

САВЧЕНКО  
АЛЕКСАНДРА СЕРГЕЕВНА

**АВТОМАТИЗИРОВАННАЯ СИСТЕМА КОЛИЧЕСТВЕННОЙ  
ИНТЕРПРЕТАЦИИ ДАННЫХ ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ ПОЛЕЙ**

04.00.22 ГЕОФИЗИКА

диссертация на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:  
**Старостенко Виталий Иванович**  
академик НАН Украины, профессор,  
доктор физико-математических наук

К И Е В – 2016 г.

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
РАЗДЕЛ 1. АВТОМАТИЗИРОВАННЫЙ ВВОД В КОМПЬЮТЕР ИЗОБРАЖЕНИЙ ГЕОЛОГО-ГЕОФИЗИЧЕСКИХ КАРТ.....	12
1.1.    Программа SpaceMap.....	13
1.2.    Программный комплекс Isohypse.....	21
РАЗДЕЛ 2. ВЫЧИСЛЕНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ДЛЯ МОНОКЛИНАЛЕЙ И СКЛАДЧАТЫХ СТРУКТУР.....	41
РАЗДЕЛ 3. АНАЛИТИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ КОМПОНЕНТ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ОТ ПРОИЗВОЛЬНО РАСПОЛОЖЕННОГО ПЛОСКОГО ТРЕУГОЛЬНИКА.....	48
РАЗДЕЛ 4. ВОССТАНОВЛЕНИЕ ГАРМОНИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ ПО МАГНИТНОМУ ПОЛЮ $\Delta T$ И СВЯЗЬ ЭТОЙ ФУНКЦИИ С ФУНКЦИЕЙ $\Delta S$ В. Н. СТРАХОВА .....	72
РАЗДЕЛ 5. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ.....	77
5.1.    Трехмерная плотностная модель земной коры Ингульского мегаблока Украинского щита.....	77
5.2.    Трехмерная плотностная и магнитная модели литосферы Центральной части Карельского кратона.....	92
5.3.    Трехмерная плотностная модель осадочной толщи Турчанской впадины (Западные Карпаты).....	111
5.4.    Использование функции $\Delta S$ В. Н. Страхова при интерпретации магнитного поля Криворожской структуры.....	123
ВЫВОДЫ.....	128
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	132

## ВВЕДЕНИЕ

Построение трехмерных геолого-геофизических моделей реальных геологических структур – один из наиболее эффективных современных методов количественной интерпретации данных потенциальных полей (гравиметрии, магнитометрии и геотермии). Для практического использования метода необходимо располагать следующими технологичными программами, записанными в одном из современных алгоритмических языков:

- 1) автоматического ввода в компьютер геологической и геофизической информации в виде изображений реальных карт (без их предварительной ручной обработки);
- 2) решения прямых задач гравиметрии, магнитометрии и геотермии для трехмерных тел сложной формы;
- 3) объединения всех необходимых программ в систему автоматизированной количественной интерпретации данных потенциальных полей.

Решению трех основных перечисленных задач, а также результатам практического применения системы при изучении реальных геологических структур территории Украины, а также ближнего и дальнего зарубежья, посвящена настоящая диссертация.

Выполненные исследования в идейном плане являются продолжением более ранних разработок многих авторов [1–7] и, как правило, развивают и обобщают известные как алгоритмы, так и программы.

Структура диссертации следует последовательности работы геофизика с автоматизированной системой.

Вначале излагаются алгоритмы и особенности программ ввода в компьютер изображений реальных геофизических и геологических карт. Затем приводится общая теория и алгоритмы вычисления всех компонент магнитного поля от тел сложной формы, поверхность которых образована

совокупностью плоских произвольно расположенных в пространстве треугольников. Учитывая, что в настоящее время точность измерения магнитного поля существенно возросла и для его количественной интерпретации используются все компоненты поля, рассмотрена также возможность восстановления гармонических функций по магнитному полю  $\Delta T$ , а также связь этой функции с функцией  $\Delta S$  В. Н. Страхова.

Решения прямой задачи гравиметрии и стационарной задачи геотермии не рассматриваются, а для этих целей используются известные технологичные программы, составленные по алгоритмам [8–10].

Фрагменты системы, а также она в целом, опробованы на тестовых задачах и моделях, что свидетельствует о ее надежной и эффективной работе.

Специальный раздел диссертации посвящен результатам практического применения системы при количественном изучении различных реальных геологических структур, находящихся как на территории Украины, так и за ее пределами, а именно Ингульский мегаблок Украинского щита, центральная часть Карельского кратона, Турчанская впадина (западные Карпаты). В этом же разделе работы приведены результаты использования функции  $\Delta S$  В. Н. Страхова при интерпретации магнитного поля Криворожской структуры.

Все поставленные перед работой задачи решены.

**Актуальность исследований.** Трехмерное численное моделирование геологических структур давно стало одним из мощных способов количественной интерпретации данных гравиметрии, магнитометрии и теплового поля.

Успех процесса интерпретации геолого-геофизических данных в существенной мере зависит от технологичности компьютерных программ, с помощью которых можно быстро и четко представить информацию о среде, комбинировать ее с другими данными, экспортировать в существующие программные продукты и т.п. Важно, чтобы они облегчали ввод в компьютер необходимой информации для решения различных задач, возникающих в

науках о Земле, а также облегчали визуализацию полученных результатов в различных проекциях. Для этих целей существуют хорошо известные программные продукты, такие как MapInfo ([www.mapinfo.com](http://www.mapinfo.com)), CorelDraw ([www.coreldraw.com](http://www.coreldraw.com)), Surfer и Voxler ([www.goldensoftware.com](http://www.goldensoftware.com)), ArcGis ([www.esri.com](http://www.esri.com)), Oasis Montaj ([www.geosoft.com](http://www.geosoft.com)) и др., а также создаются новые специализированные программы, ориентированные на специфику задач геофизики (работы А. В. Петрова, D. Gao, С. Г. Бычкова, А. И. Якимчика, В. И. Аронова, А. С. Долгаля и др.).

Совершенствование известных и создание технологичных и удобных новых автоматизированных систем интерпретации данных потенциальных полей – по-прежнему современная актуальная задача геофизики, поскольку это позволяет более полно и объективно, а также технически проще, выполнять количественную интерпретацию геолого-геофизических данных путем построения трехмерных численных моделей изучаемых геологических структур.

***Связь работы с научными программами, планами, темами.*** Работа выполнялась согласно научным темам Института геофизики им. С. И. Субботина НАН Украины: «Комплексное геолого-геофизическое изучение глубинного строения юго-западной окраины Восточно-Европейской платформы (ВЕП) с целью расширения минерально-сырьевой базы Украины» (2007-2010), № р/н 0106U000911; «Глубинное строение и геодинамика сквозных широтных зон разломов для оценки перспектив поиска полезных ископаемых» (2007-2011) № р/н 0107U002193; «Особенности строения литосферы и характера сейсмичности крупных геологических провинций юго-западного сегмента ВЕП: Украинского щита, Воронежского кристаллического массива и разделяющей их Днепровско-Донецкой впадины» (2010-2011) № р/н 0110U004270; «Построение трехмерной геофизической модели литосферы шельфа, континентального склона и глубоководной впадины Черного моря с целью прогноза в украинском секторе площадей, перспективных на поиски нефти и газа»

(договор между Национальной акционерной компанией “ Нефтегаз Украины” и Обществом с ограниченной ответственностью “Володар” № 34-12 от 20 сентября 2011 г.); «Прогнозирование нефтегазоперспективных структур фундамента Днепровско-Донецкой впадины по данным трехмерного геофизического моделирования геологической среды» (договор между Национальной акционерной компанией “Нефтегаз Украины” и Обществом с ограниченной ответственностью “Володар” № 40-30 от 3 мая 2012 г.); «Построение трехмерной геолого-геофизической модели южной окраины ВЕП и ее обрамления с целью расширения минерально-сырьевой базы Украины» (2011-2015) № р/н 0111U000236; «Глубинное строение и геодинамическое развитие Ингульского мегаблока Украинского щита в связи с поисками стратегических видов полезных ископаемых» (2013-2015) № р/н 0113U002502; «Комплексное геофизическое изучение глубинного строения, состава и эволюции земной коры с целью определения углеводного ресурсного потенциала Азово-Черноморского региона» (2013-2015) № р/н 0113U004152; «Геодинамическое развитие литосферы Украины и формирование и размещение месторождений полезных ископаемых» (2012-2016) № р/н 0112U003044.

***Цель и задачи исследований.*** Цель – создание новой автоматизированной системы количественной интерпретации данных потенциальных полей, ее практическая апробация на примере изучения основных геологических структур территории Украины, а также некоторых структур ближнего и дальнего зарубежья.

Основные задачи исследований:

1) построение алгоритмов и программ автоматизированного ввода в компьютер геофизической и геологической информации, представленной в виде существующих карт (без их предварительной ручной обработки) и построение на их основе начального приближения трехмерной геолого-геофизической модели изучаемой структуры;

2) решение прямой задачи магнитометрии для всех компонент магнитного поля для анизотропных моноклиналей и складчатых структур;

3) изучение возможности восстановления гармонических функций по магнитному полю  $\Delta T$  и установление связи этой функции с функцией  $\Delta S$  В. Н. Страхова;

4) примеры практического использования автоматизированной системы при изучении Ингульского мегаблока Украинского щита, центральной части Карельского кратона, Турчанской впадины (западные Карпаты) и применения функции  $\Delta S$  В. Н. Страхова при интерпретации магнитного поля Криворожской структуры.

**Объект исследований** – вопросы теории и методики создания и использования алгоритмов и программ автоматизированной системы.

**Предмет исследований** – реальные геологические объекты территории Украины и зарубежья.

**Методы исследований.**

1) теория алгоритмов и программ, обеспечивающих автоматический ввод в компьютер изображений геофизической и геологической информации в виде карт и ее обработка;

2) теория, алгоритмы и программы решения прямых задач магнитометрии для всех компонент магнитного поля для моноклиналей сложной формы и складчатых структур;

3) восстановления гармонических функций по магнитному полю  $\Delta T$  и связь этой функции с функцией  $\Delta S$  В. Н. Страхова;

4) апробация фрагментов создаваемой автоматизированной системы на модельных тестовых примерах;

5) разработка рациональной методики практического применения автоматизированной системы при построении геолого-геофизических моделей реальных геологических структур.

**Научная новизна полученных результатов.** Созданная автоматизированная система интерпретации данных потенциальных полей является новой и оригинальной. С ее помощью:

1) автоматизировано вводятся в компьютер изображения реальных геологических и геофизических карт без предварительной ручной обработки с целью получения их в численном виде;

2) по численным моделям исходных карт в интерактивном режиме строятся начальные приближения трехмерных геолого-геофизических моделей изучаемых геологических структур;

3) реализуется методика построения магнитных моделей геологических структур с учетом закономерностей, установленных В. Н. Завойским о связи магнитной анизотропии со структурой пород;

4) восстановлена гармоническая функция по магнитному полю  $\Delta T$ , а также установлена связь этой функции с функцией  $\Delta S$  В. Н. Страхова;

5) построена трехмерная плотностная модель земной коры Ингульского мегаблока Украинского щита, трехмерная плотностная и магнитная модели центральной части Карельского кратона, а также плотностная модель осадочной толщи Турчанской впадины (западные Карпаты);

6) рассмотрено применение функции  $\Delta S$  В. Н. Страхова при интерпретации магнитного поля Криворожской структуры.

**Достоверность полученных результатов** обеспечивается применением математически строгих решений; подтверждением теоретических положений результатами экспериментальных расчетов на тестовых примерах; численным гравитационным и магнитным моделированием геологических структур при интерпретации результатов геофизических наблюдений.

**Практическое значение полученных результатов.** Созданная система ориентирована на практическое использование как в научных, так и в производственных геофизических организациях.

Построенные модели реальных геологических структур могут быть использованы при решении практических задач геологии, тектоники, а также поисков полезных ископаемых.

***Личный вклад соискателя.*** Автор является активным соавтором алгоритмов и программ ввода в компьютер изображений карт в созданной автоматизированной системе, а также построенных геолого-геофизических моделей реальных геологических структур. Кроме того, автором:

- решена прямая задача магнитометрии для всех компонент магнитного поля для произвольно расположенного в пространстве плоского треугольника [11];

- изучена связь между магнитным полем  $\Delta T$  и функцией  $\Delta S$  В. Н. Страхова [12];

- разработана методика практического использования функции  $\Delta S$  при интерпретации наблюдаемого магнитного поля  $\Delta T$  [12];

- установлены удобные и экономичные приемы автоматического включения в автоматизированную систему известных программ, созданных ранее (решения прямой задачи гравиметрии и стационарной задачи геотермии) [13-16];

- построены трехмерные плотностная и магнитная модели литосферы центральной части Карельского кратона [17, 18].

***Апробация результатов работы.*** Основные положения и результаты диссертации докладывались и прошли апробацию на: 35-й сессии Международного семинара им. Д. Г. Успенского «Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей» (Ухта, Россия, 2008); 14-й Международной конференции «Связь поверхностных структур земной коры с глубинными» (Петрозаводск, Россия, 2008); 1-й Международной конференции «Актуальные проблемы электромагнитных зондирующих систем» (Киев, Украина, 2009); XVI Международная конференция «Структура, свойства, динамика и минерагения литосферы Восточно-Европейской платформы»

(Воронеж, Россия, 2010); An International conference on Geodynamical phenomena: from observations and experiments to theory and modelling (Kiev, Ukraine, 2010); International workshop “Artificial intelligence in the Earth’s magnetic field study. Intermagnet Russian segment” (Uglich, Russia, 2011); 39-й сессии Международного семинара им. Д.Г. Успенского «Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей» (Воронеж, Россия, 2012); 40-й сессии Международного семинара им. Д. Г. Успенского «Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей» (Москва, Россия, 2013); Всероссийской конференции, посвященной 100-летию со дня рождения академика Н. Н. Пузырева «Геофизические методы исследования земной коры» (Новосибирск, Россия, 2014); Bulgarian geological society, National Conference with International Participation “Geosciences 2014” (Sofia, Bulgary, 2014); 7<sup>th</sup> BgGS National Conference With International Participation “GEOPHYSICS 2015” (Sofia, Bulgary, 2015).

**Публикации.** Основные результаты изложены в 15 статьях в профильных журналах, в 12 тезисах и 3 монографиях в соавторстве.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введения, пяти разделов, заключения и списка литературы, который включает 147 публикации. Работа изложена на 147 страницах и содержит 58 рисунков.

Работа выполнена в Институте геофизики им. С.И. Субботина НАНУ под руководством академика НАНУ В. И. Старостенко, который имеет большое влияние на научную деятельность автора, и которому диссертант искренне благодарна. Соискатель выражает огромную благодарность ведущему научному сотруднику отдела глубинных процессов Земли и гравиметрии И. Б. Макаренко за поддержку, ценные советы и помощь при работе над диссертацией. Автор также глубоко благодарна ведущему научному сотруднику отдела геомагнетизма И. К. Пашкевич за совместные исследования и обсуждения вопросов при написании данной работы. На протяжении всего исследовательского периода автор сотрудничала,

пользовалась советами и поддержкой старших научных сотрудников отдела глубинных процессов Земли и гравиметрии О. В. Легостаевой и П. Я. Куприенко. Для автора было очень полезно сотрудничество с ведущим инженером-программистом А. В. Шарыпановым (Институт кибернетики НАНУ), которому также выражается благодарность.

## РАЗДЕЛ 1

### АВТОМАТИЗИРОВАННЫЙ ВВОД В КОМПЬЮТЕР ИЗОБРАЖЕНИЙ ГЕОЛОГО-ГЕОФИЗИЧЕСКИХ КАРТ

Достоинства самых современных теоретических и методических разработок в области геофизики теряются на практике, если нет удобных технологичных приемов работы с конкретным геолого-геофизическим материалом. Поэтому работы в области создания систем автоматизированной обработки и интерпретации геофизических данных выполняются давно и активно [1, 2, 4, 6, 7 и др.]. В кибернетике и вычислительной математике также ведутся интенсивные работы по совершенствованию методов обработки изображений [19–21].

Интерактивные, т.е. позволяющие обмениваться информацией между компьютером и пользователем в процессе работы, программы и программные комплексы разработанной системы предназначены для создания в памяти компьютера трёхмерного описания геолого-геофизических объектов, представленных изолиниями и разломами (функции с разрывами первого рода), а также в виде тел (областей). Описанию принципов работы созданных программных продуктов посвящен данный раздел.

Программа *SpaceMap* создана для использования при выполнении модельных расчетов для консолидированной коры, а именно на кристаллических щитах, поскольку в этом случае в компьютер необходимо вводить изображения карт, основным содержанием которых являются не изолинии, а тела (области) [13]. Попытки описания геологических тел с помощью изолиний приводили к возникновению ошибок в выходном файле и требовали при этом значительного времени.

Комплекс *Isohypse* [15] разработан с целью объединения ранее созданных программных продуктов *MAP* [22] и *GEOPHYSO* [23]. Работа с этими программами предполагала ограничения для обрабатываемого изображения. В программе *MAP* возможна обработка изображений,

содержащих только изолинии. Программа *GEOPHYS0* уже позволяла вводить изображения, содержащие разломы. Но каждое входное изображение для этих программ должно было пройти предварительную ручную обработку, что требовало больших временных затрат. Входным файлом мог быть только черно-белый растр с разрешением 200dpi с изображением рамки, в пределах которой проводится обработка изолиний и разломов исключительно в прямоугольной системе координат. Входными данными для комплекса *Isohypse* могут быть как монохромные (чёрно-белые рисунки разломов и изолиний, выполненные от руки или с помощью графических устройств), так и многоцветные (оригиналы карт) графические файлы с изображением объектов формата *Bitmap*, представленные в прямоугольной или географической системах координат. При этом никакая дополнительная ручная обработка не требуется.

### **1.1. Программа SpaceMap**

Программа создана в виде исполняемого модуля *SpaceMap.exe* как приложение (Win32 Application) в среде программирования Visual C++<sup>®</sup> 6.0 Enterprise Edition для операционной системы Windows XP.

Основное назначение программы – автоматизированная интерактивная обработка изображений геофизических объектов, представленных в виде графических монохромных *Bitmap* файлов, главным содержанием которых является информация об областях, определяемых как связные множества белых пикселей, разделённые чёрными линиями. Под связными множествами понимаются такие, для каждого элемента которых с координатой  $(x, y)$  соседними могут быть только четыре пикселя того же цвета с координатами  $(x-1, y)$ ,  $(x+1, y)$ ,  $(x, y-1)$ ,  $(x, y+1)$ . Для выделения связных множеств белых пикселей используется представление изображения в виде списка особых мест как это определено в [19, с. 68-70]. Программа

кодирует изображение и строит контуры, отделяющие белые пиксели от чёрных.

Разработанный в программе *SpaceMap* способ и порядок построения контуров, а также метод определения вложенности контуров, обеспечивают выделение связанных множеств белых пикселей и исключают необходимость проверки принадлежности каждого белого пикселя конкретному связанному множеству. Эти же приёмы позволяют выделить и связанные множества чёрных пикселей, благодаря чему упрощается поиск мест разрывов чёрных линий.

Процесс обработки изображения заключается в нахождении всех областей, присвоении каждой из них некоторого числового значения геолого-геофизического параметра (индекса), наложения на построенное изображение сетки и определения индексов в ее узлах.

*Эксплуатационные характеристики комплекса.* Значительное количество функций автоматизированной интерактивной обработки изображений геофизических объектов выполняются программой автоматически. К таким функциям относятся следующие:

- поиск рамки, определяющей границы изображения;
- исключение информации, находящейся за пределами рамки;
- поиск областей;
- автоматический поиск разрывов линий, разделяющих области;
- подсвечивание мест редактирования (устранения искажений) исходных данных;
- автоматическое ведение архива имён модифицированных исходных файлов;
- вывод на экран монитора очередной индексируемой области;
- контроль правильности формата вводимых индексов;
- запись на жёсткий диск промежуточных и окончательных данных индексации;
- автоматическое ведение архива характеристик исходных файлов;

- построение сетки;
- определение значений индексов в узлах сетки;
- запись на жёсткий диск выходных данных.

*Входными данными* являются графические изображения геофизических или геологических объектов, которые отстроены от руки, или с помощью любого графического программного пакета, представленные в виде черно-белого растрового изображения с разрешением 200-600 dpi как Bitmap файлы (\*.bmp) и обведенные прямоугольной рамкой без разрывов. Расстояние сторон рамки от соответствующих сторон изображения должно быть не менее 5 мм. Вспомогательная информация может находиться за пределами рамки, но не должна касаться ее. Размеры рамки в километрах должны быть кратными шагам сетки (в километрах) по обеим координатам, что является обязательным условием достижения равномерности сетки по всему изображению.

*Работа с программой* включает в себя: открытие изображения, отображение областей с последующим поиском и устранением разрывов линий, индексацию областей, построение сетки с возможной коррекцией индексов в ее узлах.

При открытии исходного файла (в главном меню приложения пункт Load Bitmap) (рис. 1.1.1), программа автоматически производит поиск прямоугольной рамки и исключает информацию, находящуюся за ее пределами.

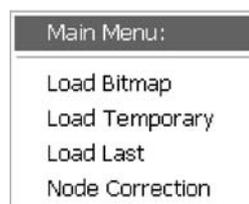


Рис. 1.1.1. Вид главного меню.

Пример исходного изображения на экране монитора представлен на рис. 1.1.2. В заголовке окна указано имя открытого файла (35\_r.bmp) и

состояние, в котором находится программа в данный момент (Task state: General View.) В правой нижней части главного окна указаны некоторые параметры исходного изображения: размер изображения в пикселях; количество бит памяти на один пиксель; размер файла в байтах; разрешение сканирования; масштаб отображения.

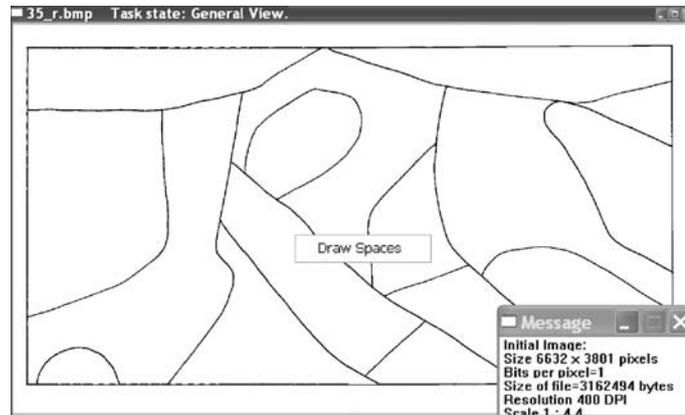


Рис. 1.1.2. Пример исходного изображения.

*Отображение областей* выполняется с помощью пункта всплывающего меню Draw Spaces нажатием правой кнопки мыши на изображении (рис. 1.1.2), в результате чего каждой области присваивается свой номер и цвет (рис. 1.1.3).

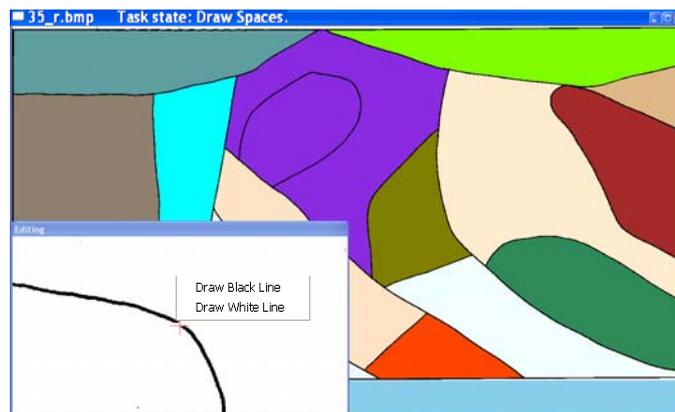


Рис. 1.1.3. Раскрашенный файл областей.

Даже при беглом осмотре рисунка видно, что некоторые, разные по смыслу области, определены как одна и как следствие окрашены одним цветом. Нетрудно сделать вывод, что линии, разделяющие эти области,

имеют разрывы. Это говорит о том, что исходные данные содержат искажения, полученные в процессе подготовки (т.е. разрывы линий, разделяющих области).

*Поиск и устранение разрывов линий.* Поиск разрывов линий производится автоматически, но не дает стопроцентной гарантии обнаружения разрывов, поскольку в методе поиска заложен параметр «Длина разрыва», величина которого задана достаточно произвольно и равна 5 пикселям. Кроме того, при недостаточно качественном создании исходных данных возможно ложное появление мест разрывов. Поэтому хотя поиск разрывов производится автоматически, но устраняются они вручную.

Вначале программа ищет разрывы и отображает на экране монитора раскрашенный файл областей и отмечает их мерцанием красного и белого цветов. Для их устранения достаточно поместить курсор вблизи разрыва и нажать сначала Ctrl, а затем левую кнопку мыши. После этого в появившемся окне Editing необходимо выбрать пункт Draw Black Line и, начертив черную линию, разделить область на две, устранив тем самым разрыв (рис. 1.1.3).

Программа автоматически запишет исходное изображение (вместе с результатами редактирования) как новое изображение – модификацию текущего. Например, первая модификация исходного файла: 35\_r\_M01.bmp. Дальнейшая работа ведется с отредактированным изображением. Для этого повторно вызывается меню Draw Spaces. Программа отобразит на экране раскрашенные области и снова будет искать разрывы. Приняв решение, что на изображении устранены все разрывы, можно перейти к следующему этапу обработки – индексации областей.

*Индексацией областей* называется процесс присвоения каждой области некоторого числового значения геолого-геофизического параметра (например, плотность пород данной области), который может быть выполнен оператором в трех режимах: 1) ввод индексов без прерывания рабочего процесса, 2) ввод индексов с прерыванием и восстановлением работы, 3) коррекция индексов. В первом случае после завершения ввода индексов

автоматически формируется файл результата \*.ftr (file of temporary results). Во втором и третьем - для сохранения внесенных изменений необходимо вызвать всплывающее меню, выбрать пункт Save Temporary и тем самым внести изменения в файл результата \*.ftr .

Процесс индексации начинается с вызова всплывающего меню и выбора пункта Indexing. При этом в заголовке окна появится сообщение о состоянии программы Process: Indexing. Программа в интерактивном режиме последовательно закрашивает каждую область в красный цвет, указывая тем самым на необходимость присвоения ей числового значения в соответствии с оригиналом исходных данных. Фрагмент индексации областей представлен на рис. 1.1.4, где голубым цветом окрашены ранее оцифрованные области, красным текущая, синим – базовая (область, вокруг которой выбираются поочередно области для присвоения им индексов).

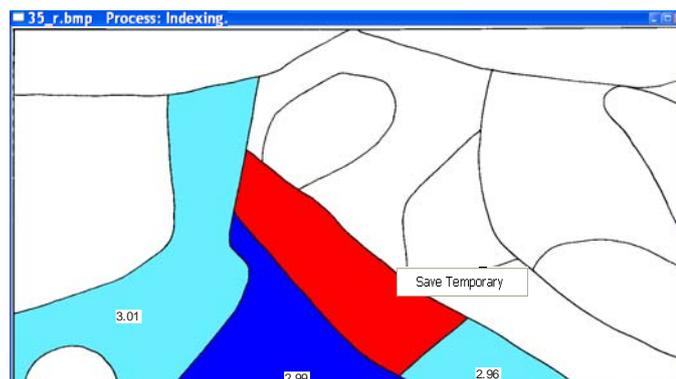


Рис. 1.1.4. Фрагмент индексации областей.

Для продолжения процесса индексации следует выбрать пункт Load Temporary в главном меню (см. рис. 1.1.1) и открыть промежуточный файл \*.ftr. Программа выведет на экран то состояние, при котором она была прервана. После завершения индексации всех областей, на экране отобразится раскрашенный файл областей с введенными значениями индексов (рис. 1.1.5), а в заголовке появится сообщение Indices verification. Результаты индексации программа автоматически записывает в файл с расширением \*.flr (file of last results).

Программой предусмотрено редактирование значений индексов как во время процесса индексации, так и по его завершению. Для этого курсором выбирается необходимая область в окне редактирования. Затем в ней вводится правка с последующим нажатием клавиши Enter (рис. 1.1.5).

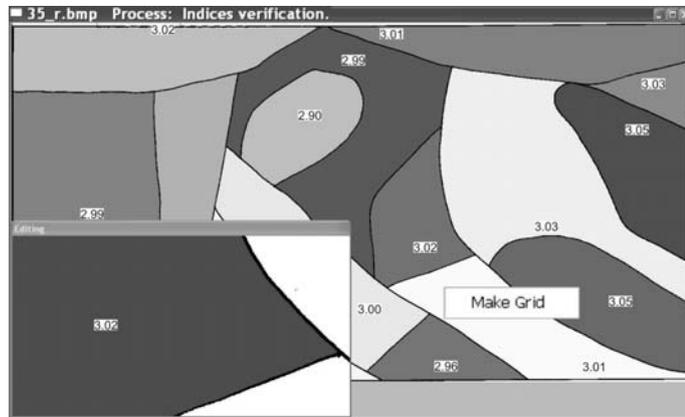


Рис. 1.1.5. Файл областей индексации.

*Построение сетки.* Для построения сетки необходимо выбрать пункт всплывающего меню Make Grid (см. рис. 1.1.5). В появившееся окно с заголовком Data of grid необходимо ввести следующие характеристики изображения: масштаб в км/см исходного изображения (Plotting Scale km/cm), размеры рисунка в см по осям  $X$  и  $Y$  (Overall Sizes cm), шаг сетки в км по осям  $X$  и  $Y$  (Grid Pitch km) (рис. 1.1.6).

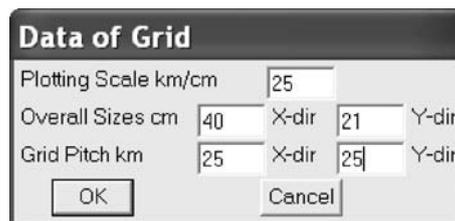


Рис. 1.1.6. Диалоговое окно ввода параметров сетки.

Каждому узлу сетки присваивается значение индекса той области, в которую попадает этот узел (рис. 1.1.7). Начало координат находится в левом верхнем углу рамки изображения и имеет координату  $(0; 0)$ . Ось  $X$  в этой точке направлена горизонтально вправо, а ось  $Y$  - вертикально вниз. После

завершения работы программа автоматически сохраняет результаты в файл \*.dat после утвердительного ответа на вопрос “Save output data?”.

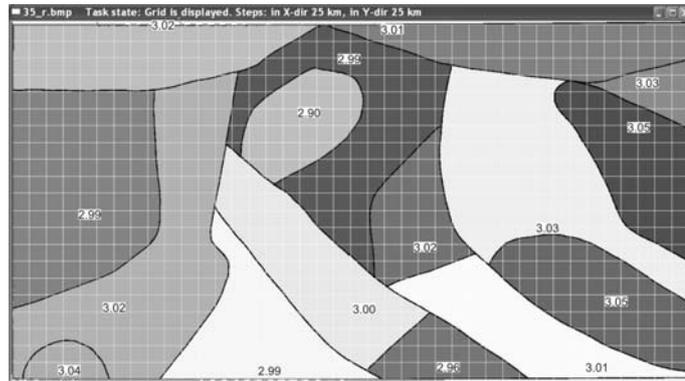


Рис. 1.1.7. Файл областей с их индексами и наложенной сеткой.

*Коррекция индексов в узлах сетки.* Необходимость этой операции возникает в том случае, когда узел попадает на линию, разделяющую две, или даже большее число областей. В качестве примера на рис. 1.1.8 в окне редактирования представлен случай, когда узел сетки, отмеченный перекрестием, находится в точке, расположенной на линии раздела, где соприкасаются две области.

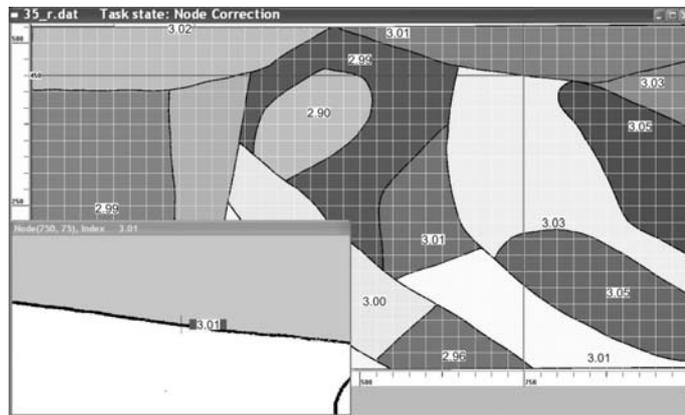


Рис. 1.1.8. Выбор узла, в котором необходима коррекция индекса.

Для удобства нахождения узла, в котором необходимо сделать правку, по периметру окна расположена линейка (значения в км). Начало координат находится в левом нижнем углу изображения. При движении курсора мыши в области линейки программа высвечивает значение координаты при его попадании на деление линейки.

На рис. 1.1.8 показана коррекция узла сетки с координатами (750; 450), которому необходимо присвоить индекс соседней области. Коррекция начинается с запуска программы *SpaceMap* и выбора в главном меню пункта Node Correction (см. рис. 1.1.1). Новое значение индекса может принадлежать только области, которая примыкает к узлу сетки, поэтому для изменения его значения достаточно курсором мыши выбрать соседнюю область. Индекс узла изменит своё значение. После завершения коррекции вызываем всплывающее меню “Save node correction?” и в случае утвердительного ответа программа запишет новый файл выходных данных с внесенными изменениями индексов в узлах сетки.

Выводы.

1. Результаты работы программы *SpaceMap* записываются в файл, который содержит исходные данные, непосредственно необходимые для решения задач геофизики. Результаты эти удобно также использовать при работе с самыми современными компьютерными системами, активно применяемыми при интерпретации геолого-геофизических данных.

2. Применение программы *SpaceMap* позволяет существенно сократить время и физические затраты при вводе геолого-геофизической информации в компьютер. Программа была успешно использована при построении трехмерных плотностных моделей склонов Украинского щита и Воронежского кристаллического массива [24, 25] и др.

3. Большое количество геолого-геофизической информации по-прежнему хранится на бумажных носителях. Программа *SpaceMap* позволяет создавать электронные базы данных.

## 1.2. Программный комплекс *Isohypse*

Программный комплекс *Isohypse* предназначен для ввода в компьютер (создание трехмерного описания) геолого-геофизических объектов, представленных изолиниями и разломами (функции с разрывами первого

рода). Расширенная функциональность комплекса существенно облегчает процесс обработки изображений и позволяет получить точные результаты в более короткие сроки.

Комплекс *Isohypse* создан для работы в среде операционной системы MS Windows XP<sup>®</sup> и является исполнительным модулем с именем Isohypse.exe в среде программирования Visual C++<sup>®</sup> 6.0 Enterprise Edition.

Под трёхмерным описанием понимается представление объекта в трёх пространственных измерениях  $(x, y, Z(x, y))$ , когда при наложении пространственной сетки на изображение объекта для каждого ее узла определяются координаты  $(x, y)$  и значение некоторой функции  $Z(x, y)$ . Значения  $(x, y)$  задаются относительно начала координат (верхний левый угол изображения), функция  $Z(x, y)$  характеризует объект изучения, представленный изолиниями (например: высота над уровнем моря, температура, плотность, магнитная восприимчивость, значения потенциальных геофизических полей и др.), а также разломами.

*Трёхмерное описание объекта* включает в себя следующие этапы:

- считывание в память компьютера входных данных, т.е. изображение объекта или файл его обработки;
- прочерчивание на новом изображении объекта рамки, в пределах которой будет составляться описание объекта;
- ввод в память компьютера описания разломов в виде упорядоченного набора координат точек  $(x, y)$  для каждого разлома;
- ввод в память компьютера описания изолиний в виде упорядоченного набора координат точек  $(x, y)$  каждой изолинии и ее характеристики (значение функции  $Z(x, y)$ );
- ввод параметров сетки, в узлах которой будет определяться функция  $Z(x, y)$ ;
- корректировка неточностей и ошибок ввода изолиний и разломов;
- определение  $Z(x, y)$  в узлах сетки  $(x, y)$ ;

– запись на жёсткий диск выходных данных объекта, используемых в дальнейшем в качестве исходных для решения различных задач геофизики (соответствующими другими программными комплексами) [14, 16].

*Работа программного комплекса* начинается с выбора в главном меню (рис. 1.2.1) пункта, определяющего вид входных данных (новый файл \*.bmp или считать имеющийся файл обработки \*.wtk).



Рис. 1.2.1. Вид главного меню программы.

При выборе нового изображения, программа масштабирует его для отображения на экране целиком (пункт меню Open new File). Если пользователь выбрал файл обработки, на мониторе отображается фрагмент изображения в масштабе 1:1 и результаты предыдущей работы с ним (пункт меню Read work File).

Для нового изображения программа предлагает выбрать систему координат (прямоугольную “Cartesian” или географическую “Geographic”), в которых будет обрабатываться изображение объекта. При работе в прямоугольной системе координат рамка ввода может быть только прямоугольной (рис. 1.2.2), а в географической системе – предусмотрены два возможных вида рамки: прямоугольная (рис. 1.2.3а) и географическая (рис. 1.2.3б).

При выборе **прямоугольной системы** в диалоговом окне необходимо ввести масштаб изображения (км/см) и, используя подсказки меню, вычертить на экране прямоугольную рамку обработки изображения, указав положение ее верхнего левого и нижнего правого углов (рис. 1.2.2). В программе также предусмотрена корректировка размера рамки с помощью всплывающего меню.

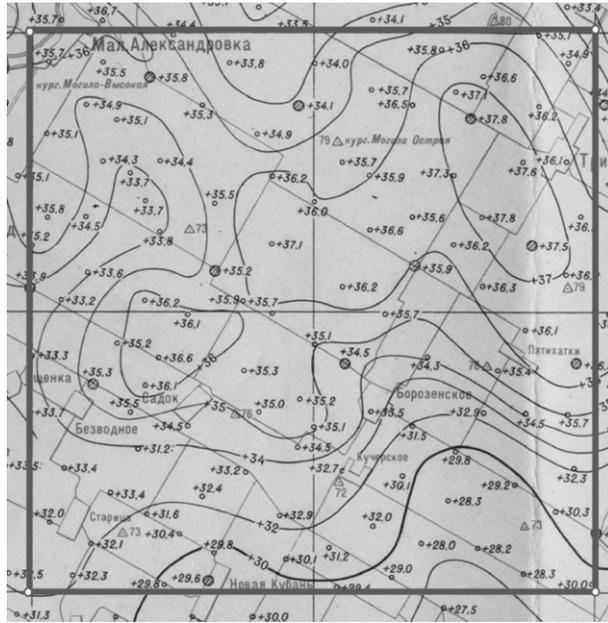
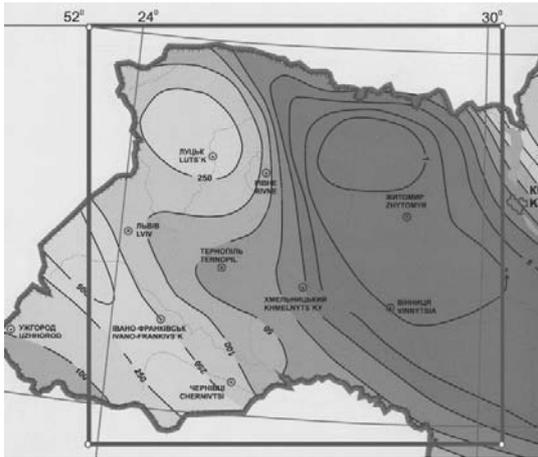


Рис. 1.2.2. Вид рамки при выборе прямоугольной системы координат.

Если выбрана **географическая система**, на экране монитора необходимо указать (курсором мыши) концевые точки двух базовых меридианов, после чего во всплывающих диалоговых окнах задать шаг географической сетки по долготе и широте и параметры базовых меридианов исходного изображения. От точности ввода концевых точек зависит точность описания географической сетки, поэтому базовые меридианы и их концевые точки должны располагаться как можно дальше друг от друга и находиться в узлах географической сетки. На основании этих данных программа строит в памяти компьютера описание всей географической сетки изображения.

Ввод рамки выполняется аналогично заданию рамки при работе в прямоугольной системе координат (рис. 1.2.3а), а при выборе географической рамки – ограничивается меридианами и параллелями с указанием их широты и долготы (рис. 1.2.3б).

а)



б)

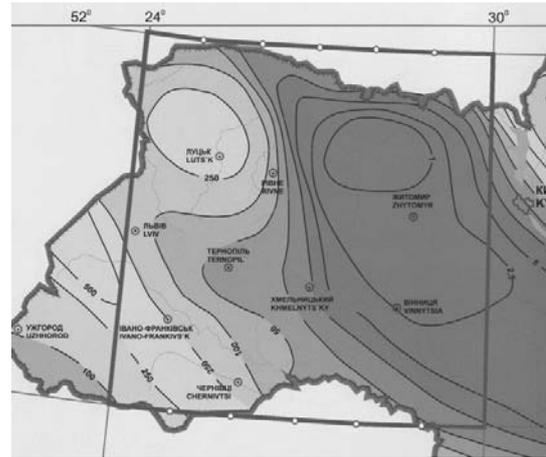
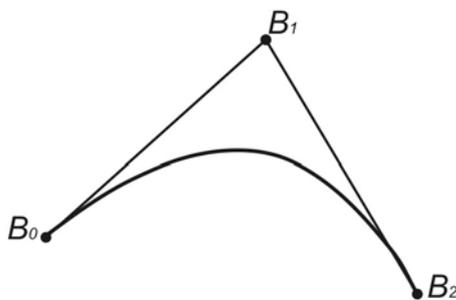


Рис. 1.2.3. Варианты ввода рамки при выборе географической системы координат: а – прямоугольная рамка; б – географическая рамка.

*Ввод описания объектов* производится с помощью кривых Безье [20, с. 296-298] и выполняется одинаково при работе в различных системах координат.

Использование при вводе объектов кривых Безье позволяет проще имитировать поверхности геофизических объектов. Кривые Безье записываются в памяти компьютера в виде математических формул, поэтому рисунки, полученные с их помощью, обеспечивают возможность масштабирования без потери качества изображения.

а)



б)

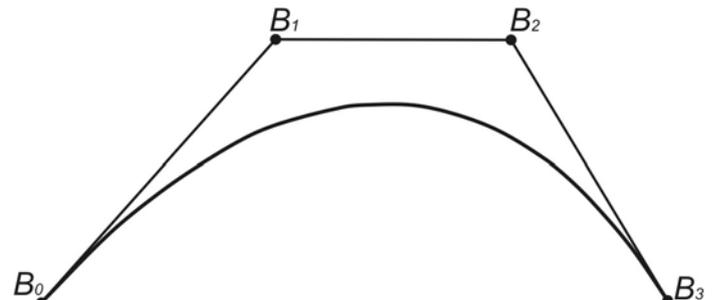


Рис. 1.2.4. Пример построения кривой Безье второго (а) и третьего(б) порядка методом де Кастелье [26]. ( $B_0, B_1, B_2, B_3$  – управляющие точки кривой Безье).

Кривая Безье задается с помощью управляющих точек, изменяя положение которых, можно получить неограниченное количество ее форм (рис. 1.2.4).

Кривая Безье обладает следующими свойствами:

- непрерывность заполнения сегмента между начальной и конечной точками;
- кривая всегда располагается внутри фигуры, образованной линиями, соединяющими управляющие точки;
- при наличии только двух управляющих точек сегмент представляет собой прямую линию;
- степень кривой всегда на единицу меньше количества управляющих точек;
- кривая Безье симметрична, то есть обмен местами между начальной и конечной точками (изменение направления траектории) не влияет на форму кривой;
- изменение координат хотя бы одной из точек ведет к изменению формы всей кривой Безье;
- любой частичный отрезок кривой Безье также является кривой Безье.

Как известно [20, с. 296-298], параметрическое представление кривой Безье имеет вид

$$P(t) = \sum_{i=0}^n B_i J_{n,i}(t), \quad 0 \leq t \leq 1, \quad (1.2.1)$$

где  $B_i$  - точки определяющего многоугольника (управляющие точки), а  $J_{n,i}(t)$  - базисные функции кривой Безье

$$J_{n,i}(t) = \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i}, \quad \binom{n}{i} = \frac{n!}{i!(n-i)!}, \quad (1.2.2)$$

где  $i$  - порядковый номер управляющей точки  $0 \leq i \leq n$ ,

$n$  - степень кривой, определяется как  $n=N-1$ , где  $N$  - количество управляющих точек.

В программе функция, определяющая координаты точек на кривой Безье, содержит внешний цикл изменения параметра  $t$  с некоторым шагом. Внутри этого цикла организованы циклы просмотра управляющих точек массива  $B$  с одновременным вычислением выражений (1.2.2). На каждом шаге внешнего цикла определяются координаты одной точки кривой Безье. Таким образом, количество точек кривой Безье определяется шагом изменения параметра  $t$ .

Такая организация программы позволяет описывать геолого-геофизические объекты с помощью кривых Безье высших порядков.

Работа с программой начинается с выбора во вспомогательном меню объекта ввода (Enter Faults - для разломов или Enter Isolines - для изолиний) (рис. 1.2.5).

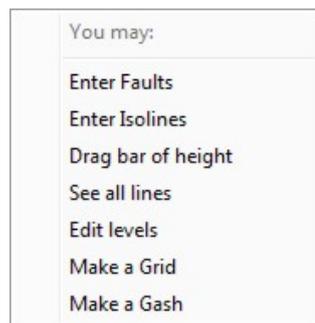


Рис. 1.2.5. Вспомогательное меню программы.

Для ввода объекта вблизи выбранной линии необходимо последовательно поставить ряд управляющих точек (рис. 1.2.4) и завершить этот процесс нажатием правой кнопки мыши. Согласно введенным точкам программа начертит на экране кривую Безье (рис. 1.2.6), перемещая управляющие точки которой, можно изменять ее вид до максимального совпадения с объектом ввода.

Для завершения ввода изолинии необходимо выбрать способ (рис. 1.2.6): Leave Isoline open - оставить изолинию незавершенной, Final Isoline - завершить ввод изолинии, Close Isoline - замкнуть изолинию. В первом случае ввод изолинии может быть продолжен при дальнейшей работе, а во

втором и третьем - программа предложит ввести ее значение в виде десятичного числа с точкой. В программе предусмотрена возможность корректировки формы введенного объекта, а при необходимости и его удаление. Введенные изолинии отображаются голубым цветом, а разломы – красным.

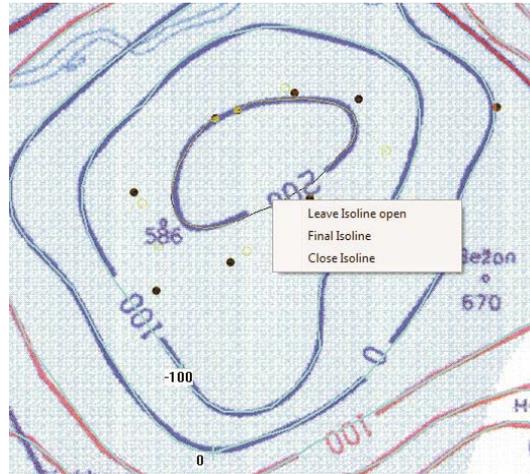


Рис. 1.2.6. Ввод описания изолиний.

Результатом ввода описания объектов является файл с расширением \*.wrk, который программа записывает на жёсткий диск компьютера в тот же каталог, где находится исходный файл \*.bmp. Запись на жёсткий диск производится автоматически при завершении работы программы или, при необходимости, по желанию пользователя. На момент сохранения файл \*.wrk содержит в себе всю информацию и имеет такое же имя, как исходный файл \*.bmp с добавлением суффикса \_Vmm, где элемент \_V – версия файла \*.wrk, а mm – ее порядковый номер.

При выборе \*.wrk-файла в качестве входного, программа отображает на экране фрагмент ранее обработанного изображения. Всплывающее при этом меню (рис. 1.2.5) позволяет продолжить работу, выбрав необходимый его пункт: ввод описания объекта (Enter Faults, Enter Isolines); корректировка присвоенного значения (Edit levels); изменение положения надписи значения (Drag bar of height); построение сетки (Make a grid); прочерчивание линии, вдоль которой можно снять значение исследуемого параметра (Make a Gash).

Также, в любой момент обработки изображения с помощью пункта меню See all lines, можно подсветить все введенные объекты (мигают красным цветом) для просмотра всего изображения и отыскать среди них ещё не введенные и ввести их.

Программа автоматически производит корректировку неточностей и ошибок, допущенных пользователем при вводе изолиний, т.е. просматривает их концевые отрезки и при необходимости изменяет координаты так, чтобы отрезок касался разлома или стороны рамки, но не пересекал их.

Для построения сетки в диалоговом окне необходимо ввести шаг сетки в километрах по осям  $X$  и  $Y$  (рис. 1.2.7а) для изображений в прямоугольной системе координат. При работе в географической системе - вид диалогового окна и задаваемые параметры сетки зависят от введенной рамки. Если рамка прямоугольная – необходимо задать значение шага по долготе и широте в град. мин. сек. (рис. 1.2.7б). Если же рамка географическая - выбрать вариант из предложенных программой (при заданном минимальном шаге в 5 минут) (рис. 1.2.7в).

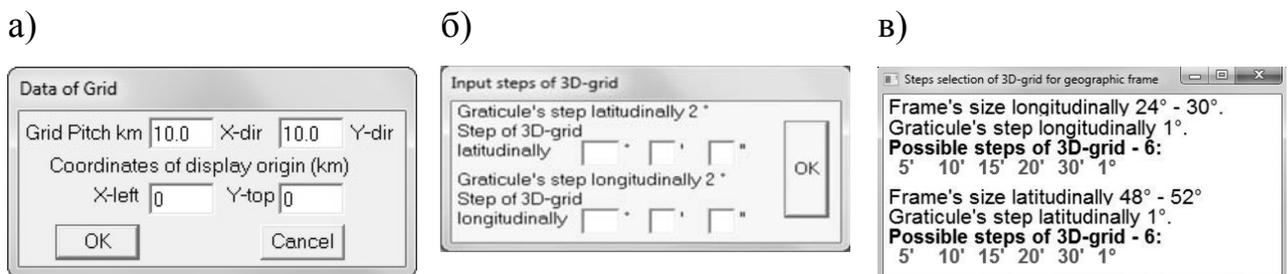


Рис. 1.2.7. Окно задания параметров при наложении сетки - при работе в прямоугольной системе координат (а), при работе в географической системе координат с прямоугольной рамкой (б); при работе в географической системе координат с географической рамкой (в).

Для более точного расчета значений в узлах сетки геолого-геофизического объекта в алгоритм комплекса включено цифровое описание рамки и разломов.

Процедура цифрового описания разлома состоит из следующих шагов:

- условное разделение разлома на правую (верхнюю) и левую (нижнюю) стороны;
- вычисление значений  $Z(x, y)$  на концах разлома для каждой из его сторон (замкнутый разлом имеет начальную и конечную точки с совпадающими координатами);
- для каждой из сторон последовательность имеющихся базовых (полученных при вводе) точек разлома дополняется т.н. опорными точками, соединяющими его с другими разломами или изолиниями; величина функции  $Z(x, y)$  в каждой такой точке, в случае соединения с разломом, вычисляется после завершения расчетов значений для концевых точек сторон всех разломов, а в случае соединения с изолинией – соответствует значению ее параметра;
- проверка полученных значений  $Z(x, y)$  на концах каждой стороны разлома и их уточнение при необходимости;
- вычисление значений  $Z(x, y)$  в каждой базовой точке на основании имеющейся информации на концах разлома, в опорных точках и значений параметров, характеризующих окружающие объекты.

Если значение  $Z(x, y)$  на конце стороны разлома не удалось рассчитать автоматически, предусмотрен его ввод вручную. Введенные вручную значения  $Z(x, y)$  сохраняются в отдельном файле с расширением \*.fsh (его имя совпадает с именем обрабатываемого файла \*.wtk). Эти данные могут быть использованы автоматически при последующих расчетах значений в узлах сетки.

По завершении формирования описания разломов производится контроль корректности полученных значений  $Z(x, y)$ . Важным результатом описанной выше процедуры является определение тех сторон разломов, которые являются границами областей, не содержащих изолиний (пример подобной области показан штриховкой на рис. 1.2.8). Решение этой задачи необходимо для автоматического присвоения узлам, попавшим в эти области, значения «не определено» или «условный 0», что позволяет

повысить быстродействие программы за счет отсутствия расчетов значения функции в каждом таком узле.

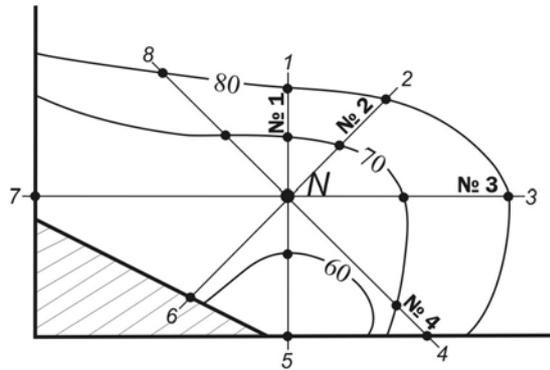


Рис. 1.2.8. Определение значения  $Z(x, y)$  в узле  $N$  с помощью восьми лучей.

Цифровое описание рамки представляет собой упорядоченную последовательность координат и значений функции  $Z(x, y)$  угловых точек рамки и точек опирания изолиний и разломов на ее стороны (начиная из ее левого нижнего угла в направлении по часовой стрелке).

Определение значения геолого-геофизического параметра в каждом узле заданной сетки выполняется разными методами в зависимости от расположения узла:

- 1) если узел находится на изолинии, ему присваивается ее значение;
- 2) если узел попадает на разлом – вычисляется к какой стороне разлома он принадлежит и определяется отрезок его содержащий; значение параметра в этом узле будет рассчитано методом линейной интерполяции между значениями  $Z(x, y)$  на концах этого отрезка;
- 3) если узел лежит на рамке, значение  $Z(x, y)$  в нем определяется линейной интерполяцией между значениями  $Z(x, y)$  в соседних точках или с помощью интерполяции по кривым Безье при равных значениях функции в них;
- 4) в остальных случаях для определения значения  $Z(x, y)$  в узле  $N$  из него проводятся восемь лучей (первый – вертикально вверх, а последующие -

через равные углы по направлению движения часовой стрелки) (рис. 1.2.8), образуя при этом попарно четыре прямые: лучи 1 и 5 (№ 1), 2 и 6 (№ 2), 3 и 7 (№ 3), 8 и 4 (№ 4) (рис. 1.2.8). Последовательно вдоль каждой прямой анализируется величина  $Z(x, y)$  и расстояние от каждой точки до узла. Окончательным значением функции  $Z(x, y)$  в узле принимается среднее арифметическое значение, рассчитанное вдоль четырех исследуемых прямых.

Возможные варианты размещения узла  $N$  на самой исследуемой некоторой прямой  $c$  и способы определения на ней значения  $Z(x, y)$ :

- если узел  $N$  расположен между изолиниями разных значений, то значение в нем будет рассчитано методом линейной интерполяции (например, исследуемая прямая № 1 на рис. 1.2.8).

- в случае, когда узел  $N$  на исследуемой прямой расположен между изолинией с одной стороны и рамкой или разломом с другой (например, исследуемые прямые № 2 и 3 рис. 1.2.8) для расчета значения  $Z(x, y)$  будет использован метод экстраполяции по полиному Лагранжа [27]. При этом берется не более трех пересечений  $C_i$  луча  $c$  с объектами ввода в одном направлении и используется полином Лагранжа не выше второй степени (рис. 1.2.9).

- если же узел расположен на исследуемой прямой  $c$  между разными изолиниями с равными значениями или внутри замкнутой изолинии (например, исследуемая прямая № 4 рис. 1.2.8), то для вычисления  $Z(x, y)$  в нем применяется метод интерполяции по кривой Безье [20, с. 296-298] (рис. 1.2.10).

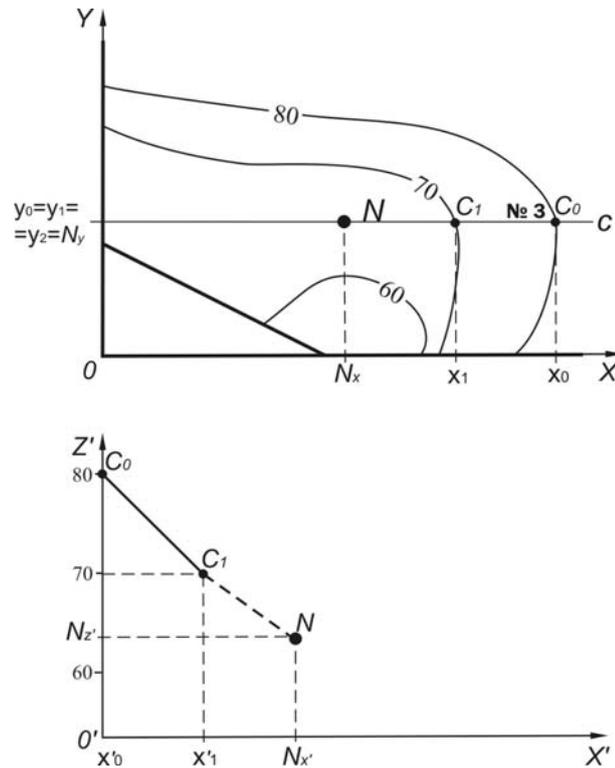


Рис. 1.2.9. Определение значения  $Z(x, y)$  в узле  $N$  с помощью экстраполяции по полиному Лагранжа вдоль исследуемой прямой  $c$ .

При использовании последних двух методов вычисления значения  $Z(x, y)$ , а именно метода экстраполяции по полиному Лагранжа и метода интерполяции по кривой Безье, система координат  $OXYZ$  преобразуется в систему координат  $O'X'Z'$  (рис. 1.2.9, рис. 1.2.10). Начало координат  $O'$  в новой системе совпадает с точкой  $(x_0, y_0)$  последнего пересечения исследуемой прямой  $c$  с объектом ввода на плоскости  $OXY$ .

При экстраполяции по полиному Лагранжа координата  $Nx'$  точки экстраполяции рассчитывается согласно (1.2.3), а значение  $Z(x, y)$  в узле находится по формуле  $Z(x, y) = Nz' = g(Nx')$ ,

$$\text{где } g(x') = \begin{cases} z_i, x' = x'_i \\ L_{n-1}(x'), x' \neq x'_i \end{cases}, L_{n-1}(x') - \text{полином Лагранжа степени } n-1.$$

Для определения значения  $Z(x, y)$  в узле сетки с помощью интерполяции по кривой Безье, вдоль прямой  $c$  по обе стороны от узла  $N$  находятся по две точки пересечения ее с объектами ввода (рис. 1.2.10). Координаты узла  $N$  и

точек пересечения  $C_0 - C_3$  прямой с изолиниями переводятся в систему координат  $O'X'Z'$  согласно описанным выше правилам.

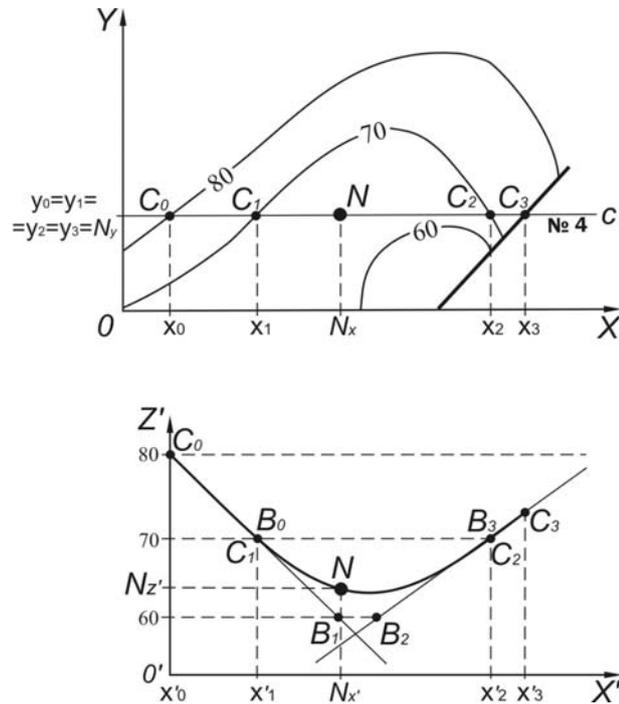


Рис. 1.2.10. Определение значения  $Z(x, y)$  в узле  $N$  с помощью интерполяции по кривой Безье.

Анализируя величину параметра в точках пересечения, определяется значение, которое могла бы иметь следующая изолиния, т.е. верхний (нижний) предел параметра в данной области локального экстремума. Через пары точек  $C_0, C_1$  и  $C_2, C_3$  (рис. 1.2.10) строятся две прямые и определяется значение параметра в точке их пересечения.

Учитывая свойство кривой Безье располагаться внутри многоугольника, образованного ее управляющими точками (рис. 1.2.4), получаем простые правила для их нахождения:

- начальная и конечная управляющие точки  $B_0(x'_0, z'_0)$  и  $B_3(x'_3, z'_3)$  совпадают с точками  $C_1$  и  $C_2$  (рис. 1.2.10);

- если значение параметра в точке пересечения прямых  $C_0C_1$  и  $C_2C_3$  больше предельного значения параметра для локального максимума или меньше значения параметра для локального минимума, то образуются две дополнительные управляющие точки ( $B_1(x'_1, z'_1)$  и  $B_2(x'_2, z'_2)$ ), полученные на

пересечении прямых  $C_0C_1$  и  $C_2C_3$  с прямой, соответствующей предельному значению параметра для данной области локального экстремума; всего управляющих точек четыре, а порядок кривой Безье равен трем (рис. 1.2.10);

- в случае, когда значение параметра в точке пересечения прямых  $C_0C_1$  и  $C_2C_3$  не больше предельного значения параметра для локального максимума или не меньше значения параметра для локального минимума и является единственно возможной дополнительной управляющей точкой; при этом управляющих точек три, а порядок кривой Безье равен двум.

Согласно формуле (1.2.1) параметрическое представление координат точек кривой Безье примет вид:

$$x'(t) = \sum_{i=0}^n x'_i J_{n,i}(t) \quad (1.2.4)$$

$$z'(t) = \sum_{i=0}^n z'_i J_{n,i}(t) \quad (1.2.5)$$

где  $0 \leq t \leq 1$ ,  $x'_i, z'_i$  - координаты управляющих точек  $B_i$  в плоскости  $O'X'Z'$ .

Значение параметра  $t_{int}$  подбирается по формуле (1.2.4) итеративно, методом деления отрезка пополам, пока  $|N_x - x'(t_{int})| > 0,5$  (половина ширины экранного пиксела), а затем однократно вычисляется  $N_z := z'(t_{int})$  по формуле (1.2.5).

Полученные *результаты работы программного комплекса Isohypse* сохраняются автоматически на жёстком диске в текстовом файле с расширением \*.dat и именем, совпадающем с именем последнего сохраненного файла \*.wtk. Выходными данными комплекса является упорядоченный перечень данных  $(x, y, Z(x, y))$  по регулярной сети.

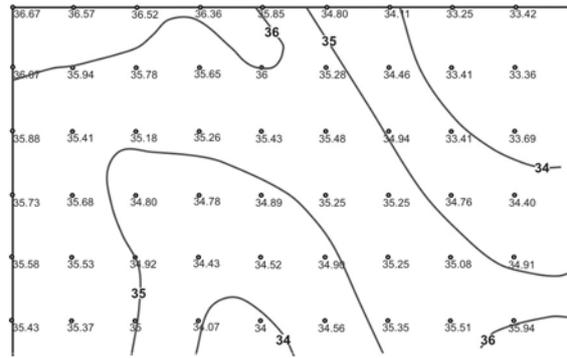
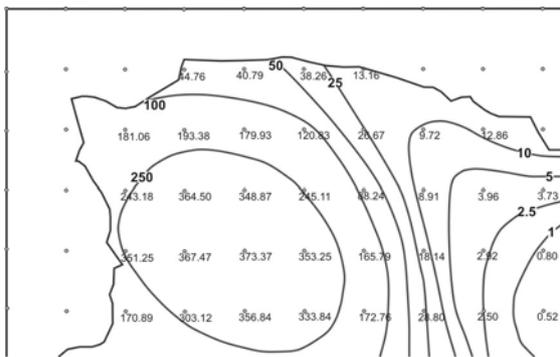


Рис. 1.2.11. Результат построения сетки в прямоугольной системе координат.

Результаты построения сетки отображается программой на экране монитора в виде фрагмента в масштабе 1:1, на котором изображены узлы сетки и надписаны рассчитанные в них значения функции  $Z(x, y)$  (рис. 1.2.11, 1.2.12). С помощью скроллинга пользователь может просмотреть любой фрагмент изображения, а также при необходимости изменить значение любого узла сетки. Результаты корректировки сохраняются в выходном файле \*.dat.

а)



б)

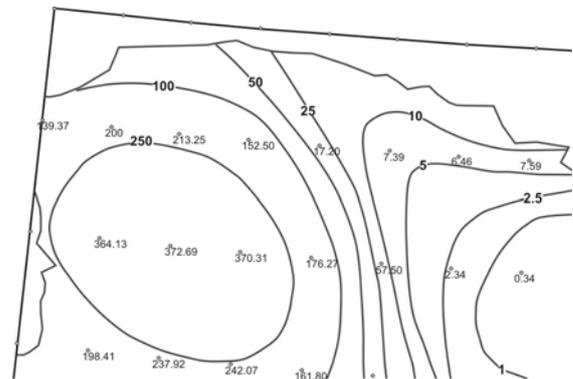


Рис. 1.2.12. Результат построения сетки в географической системе координат: а – прямоугольная рамка, б – географическая рамка.

*Построение линии произвольного направления, вдоль которой необходимо снять значения параметра в точках пересечения с изолиниями, можно выполнить, выбрав пункт меню Make a Gash (рис. 1.2.5). При этом на*

экране отображается исходное изображение (с введенными на данный момент изолиниями и разломами), на котором левой кнопкой мыши необходимо указать последовательно положение точек (узловые точки), через которые пройдет линия снятия значений (рис. 1.2.13а). Программа записывает полученный результат в текстовый файл (рис. 1.2.13б) с расширением \*.fga и содержит следующую информацию: количество точек, в которых снято значение изолинии, их координаты, значение параметра изолинии в них и расстояние от точки пересечения до начальной точки линии.

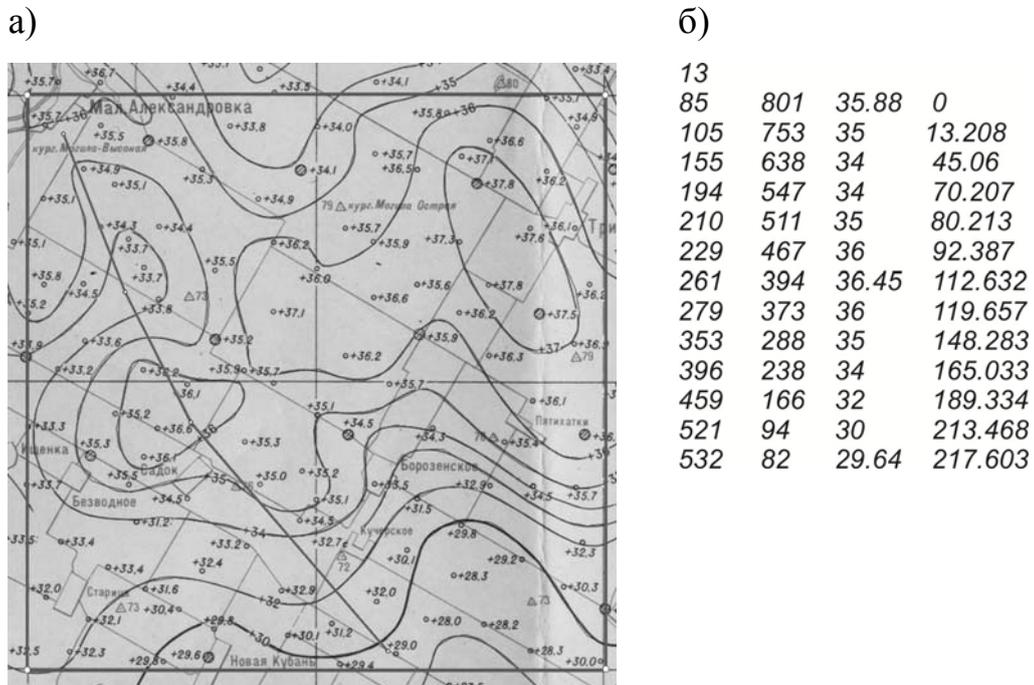


Рис. 1.2.13. Изображение линии, вдоль которой необходимо снять значения изолиний (а) и вид полученного файла \*.fga (б).

Дополнительные возможности программного комплекса *Isohypse* позволяют учитывать специфические требования, которые предъявляются при обработке некоторых изображений геолого-геофизических объектов.

В программе введено понятие изолинии специального типа. Необходимость ввода данного понятия возникает в случае отсутствия информации на определенных участках карты или же в случае, когда всем

узлам сетки, находящимся внутри замкнутой изолинии, необходимо присвоить значение этой изолинии, а не рассчитанные выше описанными способами значения (напр. равнинная местность, постоянная плотность определенной области и т.д.).

Поскольку в геологических и геофизических объектах изолинии не пересекаются, понятие замкнутой изолинии может быть расширено. Под таковой понимается не только изолиния с замкнутыми концами, но и изолинии, концы которых находятся на разломе или на рамке в разных комбинациях и при этом данная изолиния в древе вложенности контуров не имеет вложенных контуров. Программа автоматически находит замкнутые изолинии, векторное представление которых заменяется представлением их в виде уголков [19], что позволяет довольно легко (вычислительно) строить древо вложенности контуров.

Возможность присвоить любой замкнутой изолинии специальный тип появляется на этапе наложения сетки и выполняется одинаково при работе в различных системах координат. После задания шага сетки с помощью диалогового окна предлагается указать изолинии на изображении, которым будет присвоен специальный тип.

Изолинии специального типа ограничивают продолжение лучей в процессе сбора исходных данных для расчета значения  $Z(x, y)$  в узле. Если какой-либо узел сетки лежит внутри контура изолинии специального типа, этому узлу присваивается ее значение.

Для каждого узла сетки, в соответствии с масштабом изображения и шагом, определяется значение геолого-геофизического параметра. Наложение сетки в программах *MAP* и *GEOPHYS0* [14, 16, 22, 23] было невозможно и для этого использовалась дополнительная программа. Впервые этот этап был включен в тело программы *SpaceMap* [13], которая предназначена для автоматизированной интерактивной обработки изображений геофизических объектов, главным содержанием которых

является информация о замкнутых областях. В программном комплексе *Isohypse* принцип наложения сетки принципиально иной и был описан выше.

Также предусмотрена возможность из уже созданного описания изображения, представленного в прямоугольной или географической системах координат, вырезать и сохранить данные в любой прямоугольной (географической) рамке.

*Опыт практического использования комплекса.* Программный комплекс *Isohypse* широко-апробирован и хорошо себя зарекомендовал при построении объединенной трехмерной плотностной модели Украинского щита и Днепровско-Донецкой впадины (ДДВ), Кировоградского рудного района, а также при построении двумерных плотностных разрезов вдоль и вкrest широтных зон УЩ и ДДВ [28-30].

При использовании программного комплекса *Isohypse*, были построены трехмерные плотностные модели осадочных бассейнов Карпатско-Паннонского региона [31, 32], Черноморской впадины [33], Ингульского мегаблока [34], центральной части Карельского кратона [17, 18] и др.

Выводы.

1. Главным преимуществом программного комплекса *Isohypse* является возможность обрабатывать как монохромные (чёрно-белые), так и цветные (оригиналы карт) изображения объектов в прямоугольной или географической системах координат.

2. Ввод объектов (разломов или изолиний) производится с помощью кривых Безье, что позволяет проще имитировать поверхности геолого-геофизических объектов.

3. Определение значения  $Z(x, y)$  геолого-геофизического параметра в каждом узле заданной сетки выполняется разными методами: линейной интерполяции, экстраполяции по полиному Лагранжа, интерполяции по кривой Безье. Для более точного его расчета в алгоритм комплекса впервые включено цифровое описание рамки и разломов.

4. В программном комплексе *Isohypse* реализован ряд возможностей, которые обусловлены специфическими требованиями, предъявляемыми к обработке некоторых изображений геофизических объектов: использование изолинии специального типа; возможность вырезать и сохранить данные в любой прямоугольной или географической рамке; получение информации вдоль выбранной линии или последовательности прямых линий для дальнейшего применения при построении двухмерных разрезов

Таким образом программа *SpaceMap* и программный комплекс *Isohypse* стали еще одним шагом в усовершенствовании комплекса автоматизированной интерпретации данных потенциальных полей (GMT-Auto) [14].

## РАЗДЕЛ 2

### ВЫЧИСЛЕНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ДЛЯ МОНОКЛИНАЛЕЙ И СКЛАДЧАТЫХ СТРУКТУР

*Введение.* В современной магниторазведке при проведении значительных объемов аэромагнитной, морской и наземной съемок измеряется величина  $\Delta T$ , т.е. разность модуля суммарного вектора напряженности полного магнитного поля  $T$  и модуля вектора напряженности нормального (или главного) магнитного поля  $T_0$  [35, с. 272; 36, с. 33; 37, с. 39-40]:

$$\Delta T = |T| - |T_0|, \quad (2.1)$$

где

$$T = T_0 + T_a \quad (2.2)$$

и  $T_a$  – вектор напряженности аномального магнитного поля.

Выберем обычную в магниторазведке правую систему прямоугольных координат, в которой ось  $x$  направлена на географический север,  $y$  – на восток и  $z$  – вертикально вниз [35, с. 46]. Запишем в ней значения векторов, входящих в соотношения (2.1) и (2.2), воспользовавшись элементами векторного исчисления [38, с.287-289; 39, с. 7]:

$$T_0 = X_0 i + Y_0 j + Z_0 k, \quad (2.3)$$

$$T_a = X_a i + Y_a j + Z_a k, \quad (2.4)$$

$$T = (X_0 + X_a) i + (Y_0 + Y_a) j + (Z_0 + Z_a) k, \quad (2.5)$$

где  $X_0, Y_0, Z_0$  и  $X_a, Y_a, Z_a$  – компоненты по осям координат  $x, y, z$  векторов напряженности нормального и аномального магнитных полей соответственно;  $i, j, k$  – векторы, образующие декартов базис. Для сокращения записи в равенствах (2.3) – (2.5) и ниже зависимость векторов  $T_0$  и  $T_a$  и их составляющих по осям координат от  $(x, y, z)$  не выписывается.

Формулы (2.3) – (2.5) позволяют для векторов  $T_0, T_a$  и  $T$  записать значения их модулей [39, с. 7]:

$$|\mathbf{T}_0| = T_0 = (X_0^2 + Y_0^2 + Z_0^2)^{1/2}, \quad (2.6)$$

$$|\mathbf{T}_a| = T_a = (X_a^2 + Y_a^2 + Z_a^2)^{1/2}, \quad (2.7)$$

$$|\mathbf{T}| = T = \left[ (X_0 + X_a)^2 + (Y_0 + Y_a)^2 + (Z_0 + Z_a)^2 \right]^{1/2}. \quad (2.8)$$

Подставляя формулы (2.6) и (2.8) в формулу (2.1), получаем значения  $\Delta T$  в явном виде.

Если ввести в рассмотрение магнитные потенциалы нормального и аномального магнитных полей  $U_0$  и  $U_a$ , а  $X_0, Y_0, Z_0$  и  $X_a, Y_a, Z_a$  – суть их частные производные по направлениям  $x, y, z$ , то соотношения (2.6) – (2.8) можно представить следующим образом [39, с. 34]:

$$|\mathbf{T}_0| = |\text{grad } U_0| = T_0 = \left[ \left( \frac{\partial U_0}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial U_0}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial U_0}{\partial z} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (2.9)$$

$$|\mathbf{T}_a| = |\text{grad } U_a| = T_a = \left[ \left( \frac{\partial U_a}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial U_a}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial U_a}{\partial z} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (2.10)$$

$$|\mathbf{T}| = |\text{grad}(U_0 + U_a)| = T = \left[ \left( \frac{\partial(U_0 + U_a)}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial(U_0 + U_a)}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial(U_0 + U_a)}{\partial z} \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (2.11)$$

Следовательно, другими словами, поле  $\Delta T$  есть разность модуля градиента суммы потенциалов нормального и аномального магнитных полей и модуля градиента потенциала нормального магнитного поля.

Обычно при интерпретации поля  $\Delta T$  в магниторазведке принимается, что

$$\Delta T \approx \frac{\partial U_a}{\partial z} = Z_a. \quad (2.12)$$

В основе такой аппроксимации лежит тот факт, что для значительных территорий земной поверхности направление вектора нормального магнитного поля близко к вертикальному [35, с. 272; 40, с. 188-189; 41, с. 222-223; 42, с. 6-7]. Однако аналитические свойства функций  $\Delta T$  и  $Z_a$  разные:

$Z_a$  – функция гармоническая, т.е. удовлетворяет классическому уравнению Лапласа [36, с. 7; 43, с.322]

$$\nabla^2 Z_a = 0, \quad (2.13)$$

функция  $\Delta T$  таковой не является [42, с. 7; 44, с. 4]. Поэтому в общем случае применение к  $\Delta T$  аналитического аппарата, который хорошо развит в геофизике для гармонических функций, теоретически некорректно.

Из изложенного очевидно, что для количественной интерпретации наблюденного поля, а также его составляющих, необходимо располагать формулами, дающими решение прямой задачи магнитометрии по осям координат  $x, y, z$  для компонент аномального магнитного поля  $T_a$ , т.е. величин  $X_a, Y_a, Z_a$ . В качестве единого тела, набором которых удобно аппроксимировать магнитную модель некоторой геологической структуры, выберем произвольный анизотропный многогранник.

*Постановка задачи.* Пусть в выбранной системе координат  $x, y, z$  – координаты точек наблюдения, в которых вычисляется магнитное поле  $T_{выч.}$ ;  $\xi, \eta, \zeta$  – координаты точек трехмерного тела объема  $W$ , создающего магнитное поле  $T_{выч.}$ .

Выражение для магнитного потенциала, обусловленного рассматриваемым телом, известно [39; 42; 45; 46]:

$$U(x, y, z) = \iiint_W \left( \mathbf{I}(\xi, \eta, \zeta), \text{grad}_{x,y,z} \frac{1}{r} \right) d\xi d\eta d\zeta. \quad (2.14)$$

Здесь  $(\cdot, \cdot)$  – символ скалярного произведения векторов;  $r^2 = (\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2$  – квадрат расстояния между точками  $(x, y, z)$  и  $(\xi, \eta, \zeta)$ ;

$$\mathbf{I}(\xi, \eta, \zeta) = I_\xi(\xi, \eta, \zeta)\mathbf{i} + I_\eta(\xi, \eta, \zeta)\mathbf{j} + I_\zeta(\xi, \eta, \zeta)\mathbf{k} \quad (2.15)$$

$\mathbf{I}(\xi, \eta, \zeta)$  – вектор намагниченности тела;  $I_\xi(\xi, \eta, \zeta), I_\eta(\xi, \eta, \zeta), I_\zeta(\xi, \eta, \zeta)$  – составляющие вектора намагниченности  $\mathbf{I}(\xi, \eta, \zeta)$ ;

$$\text{grad}_{x,y,z} \frac{1}{r} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{r} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{r} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{r} \mathbf{k}. \quad (2.16)$$

В (2.15) и (2.16) величины  $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$  – векторы, образующие декартов базис [38, с. 285].

Учитывая равенство

$$\text{grad}_{x,y,z} \frac{1}{r} = -\text{grad}_{\xi,\eta,\zeta} \frac{1}{r}, \quad (2.17)$$

перепишем соотношение (2.14) таким образом:

$$U(x, y, z) = - \int \int \int_W \left( \mathbf{I}(\xi, \eta, \zeta), \text{grad}_{\xi,\eta,\zeta} \frac{1}{r} \right) d\xi d\eta d\zeta. \quad (2.18)$$

Для произвольных дифференцируемых векторного поля  $\mathbf{I}$  и скалярного поля  $\frac{1}{r}$  выполняется равенство [38, с.337, 381; 47, стр. 12]:

$$\left( \text{grad}_{\xi,\eta,\zeta} \frac{1}{r}, \mathbf{I} \right) = \text{div}_{\xi,\eta,\zeta} \left( \frac{1}{r} \mathbf{I} \right) - \frac{1}{r} \text{div}_{\xi,\eta,\zeta} \mathbf{I}, \quad (2.19)$$

где

$$\text{div}_{\xi,\eta,\zeta} \mathbf{I} = \frac{\partial I_\xi}{\partial \xi} + \frac{\partial I_\eta}{\partial \eta} + \frac{\partial I_\zeta}{\partial \zeta} = I_{i,i}, \quad i = \xi, \eta, \zeta, \quad (2.20)$$

– дивергенция векторного поля  $\mathbf{I}(\xi, \eta, \zeta)$ , или, что тоже, плотность его источника, есть тензор второй валентности (ранга), которому геометрически в общем случае соответствует трехосный эллипсоид [38, с. 333; 47, с. 231, 245; 48, с. 84; 49, с. 273; 50]. Для сокращения записи в (2.19) и (2.20) зависимость  $\mathbf{I}$  и его составляющих от  $(\xi, \eta, \zeta)$  не указана.

В формуле (2.20) и ниже используются два правила, обычно применяемые в тензорном исчислении: 1) индекс, отделенный запятой (в данном случае  $i$ ), означает оператор дифференцирования по отделенному индексу (в конкретном случае –  $i$ ) [49, с. 266; 51, с.197-200]; 2) при повторении одного и того же индекса необходимо суммировать по всем значениям этого индекса и не писать знак суммы  $\Sigma$  (правило суммирования А. Эйнштейна [38, с. 296; 51, с. 15-16; 52, с. 28; 53, с. 326-329]). Это же правило касается индекса, отделенного запятой (в записи (2.20) – индекса  $i$ ).

Применяя (2.19) по отношению к (2.18), получим:

$$U(x, y, z) = - \iiint_W \operatorname{div}_{\xi, \eta, \zeta} \left( \frac{1}{r} \mathbf{I} \right) d\xi d\eta d\zeta + \iiint_W \left( \frac{1}{r} \operatorname{div}_{\xi, \eta, \zeta} \mathbf{I} \right) d\xi d\eta d\zeta. \quad (2.21)$$

Использование формулы Остроградского [38, с. 333; 47, с. 10; 54, с. 371] позволяет в выражении (2.21) преобразовать первый интеграл справа, в результате чего приходим к известному соотношению [35, с. 223]:

$$U(x, y, z) = - \iint_S \left( \frac{\mathbf{I}}{r}, \mathbf{n} \right) dS + \iiint_W \left( \frac{1}{r} \operatorname{div}_{\xi, \eta, \zeta} \mathbf{I} \right) d\xi d\eta d\zeta, \quad (2.22)$$

где  $S$  – поверхность тела  $W$ ;  $\mathbf{n}$  – орт внешней нормали к элементу поверхности  $S$ .

Очевидно, что

$$\rho = n_i I_i \quad i = \xi, \eta, \zeta, \quad (2.23)$$

плотность поверхностных, а

$$\sigma = \operatorname{div}_{\xi, \eta, \zeta} \mathbf{I} = I_{i,i} \quad i = \xi, \eta, \zeta, \quad (2.24)$$

плотность объемных масс соответственно. Суммой потенциалов этих масс, как это следует из выражения (2.22), в общем случае определяется магнитный потенциал намагниченного тела  $W$ .

Если внутри тела  $W$  вектор интенсивности намагниченности  $\mathbf{I}$  является величиной постоянной, что имеет место для изотропных и однородных анизотропных тел, то магнитный потенциал, как легко видеть из (2.22), определяется только поверхностными массами:

$$U(x, y, z) = - \iint_S \left( \frac{\mathbf{I}}{r}, \mathbf{n} \right) dS = - \left( \mathbf{I}, \iint_S \frac{\mathbf{n}}{r} dS \right). \quad (2.25)$$

Примем, что тело  $W$  – моноклираль. Как следует из общей теории связи магнитной анизотропии со структурой пород, в основе которой закономерности, установленные В. Н. Завойским, плотность объемных магнитных масс моноклинали, слоистых и складчатых пород обращается в нуль. Поэтому их магнитное поле создается только поверхностными массами. Именно для этого частного, но очень важного случая распределения

магнитных анизотропных масс в перечисленных породах, рассмотрены все решения. Они совпадают с общим случаем для анизотропных однородных тел. Пусть  $W$  – некоторый многогранник, поверхность  $S$  которого состоит из  $Q$  граней  $S_q$ ,  $q = \overline{1, Q}$ , являющихся плоскими многоугольниками. Тогда формулу (2.25) можно переписать следующим образом:

$$U(x, y, z) = - \sum_{q=1}^Q \left( \mathbf{I}, \mathbf{n}_q \right) \iint_{S_q} \frac{dS_q}{r} = - \sum_{q=1}^Q \left[ \left( I_\xi n_{\xi q} + I_\eta n_{\eta q} + I_\zeta n_{\zeta q} \right) \iint_{S_q} \frac{dS_q}{r} \right], \quad (2.26)$$

где  $n_{iq}$ ,  $i = \xi, \eta, \zeta$ , – составляющие орта внешней нормали к элементу поверхности  $dS_q$ .

Дифференцируя выражение (2.26) по переменным  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , получим формулы для вычисления составляющих полного вектора напряженности магнитного поля  $\mathbf{T}_{\text{выч.}}$ , обусловленного анизотропным, однородным многогранником  $W$  с поверхностью  $S_q$ ,  $q = \overline{1, Q}$ :

$$X(x, y, z) = \frac{\partial U}{\partial x} = - \sum_{q=1}^Q \left[ \left( I_i n_{iq} \right) \iint_{S_q} \frac{(\xi - x)}{r^3} \right] dS_q, \quad (2.27)$$

$$Y(x, y, z) = \frac{\partial U}{\partial y} = - \sum_{q=1}^Q \left[ \left( I_i n_{iq} \right) \iint_{S_q} \frac{(\eta - y)}{r^3} \right] dS_q, \quad (2.28)$$

$$Z(x, y, z) = \frac{\partial U}{\partial z} = - \sum_{q=1}^Q \left[ \left( I_i n_{iq} \right) \iint_{S_q} \frac{(\zeta - z)}{r^3} \right] dS_q, \quad (2.29)$$

где  $(I_i n_{iq})$ ,  $i = \xi, \eta, \zeta$ , – поверхностная плотность магнитных масс (2.23) на грани  $q$ , записанная в соответствии с правилом суммирования А. Эйнштейна.

Будем считать, что горные породы и руды – “идеальные ферромагнетики”. Тогда влияние магнитной анизотропии на намагниченность  $\mathbf{I}$ , которая создается напряженностью намагничивающего поля  $\mathbf{H}$ , описывается соотношением [50; 55]:

$$I_i = \chi_{ij} H_j, \quad i, j = \xi, \eta, \zeta \quad (2.30)$$

где  $\chi_{ij}$  – тензор магнитной восприимчивости.

Поле

$$H_j = T_j + H_j^{(r)} \quad (2.31)$$

где  $T_j$  - однородное в пределах тела магнитное поле и  $H_j^{(r)}$  - размагничивающее поле, создаваемое намагниченностью самого тела.

Для пород с восприимчивостью меньше, чем 0,1 SI, полем  $H_j^{(r)}$ , можно пренебречь. Поэтому примем, что справедливо приближенное равенство:

$$I_i = \chi_{ij} T_j, \quad i, j = \xi, \eta, \zeta \quad (2.32)$$

что упрощает решение задачи.

В изотропных телах, а также в анизотропных однородных телах, как показано выше, дивергенция намагниченности отлична от нуля только на поверхности тел, причем плотность этих магнитных масс описывается соотношением (2.23).

Выводы.

На основании закономерностей, установленных В. Н. Завойским, о связи магнитной анизотропии со структурой пород получены формулы для вычисления составляющих полного вектора напряженности магнитного поля, обусловленного анизотропным однородным многогранником.

### РАЗДЕЛ 3

## АНАЛИТИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ КОМПОНЕНТ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ОТ ПРОИЗВОЛЬНО РАСПОЛОЖЕННОГО ПЛОСКОГО ТРЕУГОЛЬНИКА

1. Поверхность многогранника удобно представить набором плоских треугольников (многоугольных пластин). Этот простой и гибкий прием использовался в геофизике неоднократно [42; 50; 56–59].

Вначале построения выполним для вертикальной составляющей магнитного поля  $Z$ , описываемой формулой (2.29), поскольку эта составляющая применяется на практике наиболее часто. Соответствующие алгоритмы для вычисления горизонтальных составляющих поля  $X$  и  $Y$  строятся аналогично и рассматривается ниже (обычно в литературе эти решения не рассматриваются).

2. Из выражения (2.29) очевидно, что ключевым моментом решения прямой задачи магнитометрии для  $Z$  является вычисление поверхностных интегралов

$$F = \iint_{S_q} \frac{(\zeta - z)}{r^3} dS_q, \quad (3.1)$$

где  $S_q$  – плоский произвольно расположенный треугольник, заданный координатами вершин  $P_1(\xi_1, \eta_1, \zeta_1), P_2(\xi_2, \eta_2, \zeta_2), P_3(\xi_3, \eta_3, \zeta_3)$ . Примем, что эти вершины совпадают с тремя точками, которые одновременно являются узлами аппроксимационной модели, и пусть  $\mathbf{n} = \{n_\xi, n_\eta, n_\zeta\}$  – орт внешней (по отношению к многограннику) нормали к плоскости треугольника.

Из анализа выражений (2.9) и (3.1) следует, что алгоритм вычисления интеграла удобно разделить на две части. В первой – собственно вычисление поверхностного интеграла первого рода, т.е. без учета выбора определенной ориентации на плоскости треугольника [54, с. 274], во второй – вычисление составляющих внешнего орта  $\mathbf{n}$ .

3. Уравнение грани (плоскости), заданной тремя точками, имеет вид [60, с. 149; 61, с. 206]:

$$\det \begin{pmatrix} \xi - \xi_1 & \eta - \eta_1 & \zeta - \zeta_1 \\ \xi_2 - \xi_1 & \eta_2 - \eta_1 & \zeta_2 - \zeta_1 \\ \xi_3 - \xi_1 & \eta_3 - \eta_1 & \zeta_3 - \zeta_1 \end{pmatrix} = 0. \quad (3.2)$$

Для вычисления определителя в (3.2) воспользуемся правилом Сарюса [61, с. 158]. В результате получим общее уравнение плоскости (грани) в каноническом виде [43, с. 83; 60, с. 145; 61, с. 205]:

$$A\xi + B\eta + C\zeta + D = 0, \quad (3.3)$$

причем в конкретном случае значения коэффициентов уравнения (3.3) определяются равенствами

$$\left. \begin{aligned} A &= (\eta_2 - \eta_1)(\zeta_3 - \zeta_1) - (\eta_3 - \eta_1)(\zeta_2 - \zeta_1), \\ B &= (\xi_3 - \xi_1)(\zeta_2 - \zeta_1) - (\xi_2 - \xi_1)(\zeta_3 - \zeta_1), \\ C &= (\xi_2 - \xi_1)(\eta_3 - \eta_1) - (\xi_3 - \xi_1)(\eta_2 - \eta_1) \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

и

$$D = -(\xi_1 A + \eta_1 B + \zeta_1 C). \quad (3.5)$$

Обозначим также

$$M = (A^2 + B^2 + C^2)^{1/2}. \quad (3.6)$$

Тогда справедливы равенства [43, с. 84; 61, с. 205]:

$$\alpha_{\xi 3} = \frac{A}{M}, \alpha_{\eta 3} = \frac{B}{M}, \alpha_{\zeta 3} = \frac{C}{M}$$

4. *Первая часть алгоритма. Вычисление поверхностного интеграла.* В соответствии со свойствами поверхностного интеграла его можно выразить через двойные следующим образом [54, с. 277, 289]:

$$\iint_{S_q} \frac{(\zeta - z)}{r^3} dS_q = \frac{1}{|\cos \gamma|} \iint_{S_{q_{\xi\eta}}} \frac{(\zeta(\xi, \eta) - z)}{r^3} d\xi d\eta, \quad (3.7)$$

$$\iint_{S_q} \frac{(\zeta - z)}{r^3} dS_q = \frac{1}{|\cos \alpha|} \iint_{S_{q_{\eta\zeta}}} \frac{(\zeta - z)}{r^3} d\eta d\zeta, \quad (3.8)$$

$$\iint_{S_q} \frac{(\zeta - z)}{r^3} dS_q = \frac{1}{|\cos\beta|} \iint_{S_{q_{\xi\zeta}}} \frac{(\zeta - z)}{r^3} d\xi d\zeta. \quad (3.9)$$

Из (3.2) следует, что уравнение плоскости треугольника для (3.7) – (3.9) необходимо представить в следующем виде:

$$\zeta = \zeta(\xi, \eta) = -\frac{1}{C}(A\xi + B\eta + D) \quad (3.10)$$

для интеграла (3.7);

$$\xi = \xi(\eta, \zeta) = -\frac{1}{A}(B\eta + C\zeta + D), \quad (3.11)$$

для интеграла (3.8) и

$$\eta = \eta(\xi, \zeta) = -\frac{1}{B}(A\xi + C\zeta + D) \quad (3.12)$$

для интеграла (3.9).

В соотношениях (3.7) – (3.9) величины  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  – углы между нормалью  $\mathbf{n}'$  к плоскости треугольника  $S_q$  и координатными осями  $0\xi$ ,  $0\zeta$ ,  $0\eta$  соответственно, причем,

$$\cos\alpha = \frac{A}{M}, \cos\beta = \frac{B}{M}, \cos\gamma = \frac{C}{M}; \quad (3.13)$$

$S_{q_{\xi\eta}}$ ,  $S_{q_{\eta\zeta}}$ ,  $S_{q_{\xi\zeta}}$  – проекции треугольника  $S_q$  на координатные плоскости.

Подчеркнем, что нормаль  $\mathbf{n}'$  может быть как внешней по отношению к многограннику (в этом случае  $\mathbf{n}' = \mathbf{n}$ ), так и внутренней (тогда  $\mathbf{n}' = -\mathbf{n}$ ), о чем позволяет судить вторая часть алгоритма.

Используя формулы Грина [54, с. 174], которые следуют как частный случай из формулы Стокса [54, с. 298], в правых частях (3.7) – (3.9) каждый из двойных интегралов сведем к криволинейным. Последние берутся по замкнутому контуру  $L$ , который ограничивает проекцию треугольника  $S_q$  (т.е.  $S_{q_{\xi\eta}}$ ,  $S_{q_{\eta\zeta}}$ ,  $S_{q_{\xi\zeta}}$ ) на соответствующую координатную поверхность.

Воспользуемся формулами и техникой вычислений криволинейных интегралов, изложенной в [8]. Для удобства выпишем частные случаи формул Грина, которые непосредственно понадобятся в дальнейшем.

При проекции треугольника  $S_q$  на плоскость  $xOz$  имеют место соотношения [8]:

$$\iint_{S_{q_{\xi\zeta}}} \frac{\partial R(\xi, \zeta)}{\partial \xi} d\zeta d\xi = - \int_L R(\xi(\zeta), \zeta) d\zeta, \quad (3.14)$$

$$\iint_{S_{q_{\xi\zeta}}} \frac{\partial P(\xi, \zeta)}{\partial \zeta} d\zeta d\xi = \int_L P(\xi, \zeta(\xi)) d\xi; \quad (3.15)$$

при проекции  $S_q$  на плоскость  $xOy$  имеем:

$$\iint_{S_{q_{\xi\eta}}} \frac{\partial Q(\xi, \eta)}{\partial \xi} d\xi d\eta = \int_L Q(\xi(\eta), \eta) d\eta, \quad (3.16)$$

$$\iint_{S_{q_{\xi\eta}}} \frac{\partial P(\xi, \eta)}{\partial \eta} d\xi d\eta = - \int_L P(\xi, \eta(\xi)) d\xi. \quad (3.17)$$

Следуя построениям [8], выпишем формулы, справедливые для проекции треугольника  $S_q$  на плоскость  $yOz$ :

$$\iint_{S_{q_{\eta\zeta}}} \frac{\partial R(\eta, \zeta)}{\partial \eta} d\eta d\zeta = \int_L R(\eta(\zeta), \zeta) d\zeta \quad (3.18)$$

и

$$\iint_{S_{q_{\eta\zeta}}} \frac{\partial Q(\eta, \zeta)}{\partial \zeta} d\eta d\zeta = - \int_L Q(\zeta(\eta), \eta) d\eta. \quad (3.19)$$

В формулах (3.14) – (3.19) функции  $P(\xi, \eta, \zeta)$ ,  $Q(\xi, \eta, \zeta)$  и  $R(\xi, \eta, \zeta)$  непрерывны вместе со своими частными производными в областях, содержащих внутри себя проекции треугольника  $S_q$  на соответствующие координатные плоскости;  $L$  – кусочно-гладкий контур, охватывающий проекции треугольника  $S_q$  на координатных плоскостях.

Замечание 1. Обход вершин треугольника  $S_q$  (его проекций  $S_{q_{\xi\eta}}, S_{q_{\xi\zeta}}, S_{q_{\eta\zeta}}$ ) осуществляется против часовой стрелки, если смотреть на треугольник  $S_q$  (его проекции) с положительного конца нормали (положительных концов соответствующих координатных осей). Поэтому в формулах (3.16), (3.17) взят обратный знак по отношению к знаку в формулах (3.7) и (3.8) из работы [8], т.е. предполагается, что в данном случае обзор  $S_{q_{\xi\eta}}$  производится с положительного конца нормали к  $S_{q_{\xi\eta}}$ , которая направлена в ту же сторону, что и ось  $Z$ . Если же направление нормали к  $S_{q_{\xi\eta}}$  окажется противоположным по отношению к направлению оси  $Z$ , то знаки в формулах (3.16), (3.17) необходимо изменить на противоположные, но при этом обход вершин  $S_{q_{\xi\eta}}$  сохранить против часовой стрелки. Аналогичные изменения знаков в формулах (3.14), (3.15) и (3.18), (3.19) будут иметь место, если направление нормалей к  $S_{q_{\xi\zeta}}$  и  $S_{q_{\eta\zeta}}$  противоположны направлениям осей  $y$  и  $x$ . Информация о совпадении направлений внешних нормалей к  $S_{q_{\xi\eta}}, S_{q_{\xi\zeta}}, S_{q_{\eta\zeta}}$  с направлениями осей  $z, x, y$  содержится в величинах углов  $\gamma, \alpha, \beta$  (или им противоположных, если  $\mathbf{n}' = -\mathbf{n}$ ) соответственно. Если углы острые, направления совпадают, если тупые – направления противоположны.

*Интегрирование по контуру  $L$ .* Очевидно, что из всех перечисленных выше возможностей вычисления интеграла  $F$  выбирать из (3.7) – (3.9) следует то соотношение, в котором модуль косинуса некоторого угла ( $\alpha, \beta$  или  $\gamma$ ) принимает наибольшее значение. Пусть таким углом будет  $\gamma$ . Выпишем алгоритм вычисления интеграла (3.7) с помощью соотношения (3.17), используя основные конструкции работы [8].

Контур  $L$  – треугольник  $S_{q_{\xi\eta}}$  с вершинами  $(\xi_i, \eta_i)$ , т.е. каждая сторона его задается уравнением

$$\eta(\xi) = k_i \xi + b_i, \quad i = \overline{1, n}; \quad n = 3 \text{ и } n+1 \equiv 1, \quad (3.20)$$

где

$$k_i = \frac{\eta_{i+1} - \eta_i}{\xi_{i+1} - \xi_i}, \quad b_i = \frac{\eta_i \xi_{i+1} - \eta_{i+1} \xi_i}{\xi_{i+1} - \xi_i} \quad (3.21)$$

Подынтегральное выражение из формулы (3.7) обозначим следующим образом:

$$\frac{\partial P(\xi, \eta)}{\partial \eta} = \frac{\zeta(\xi, \eta) - z}{r^3}, \quad (3.22)$$

где

$$r^2 = (\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta(\xi, \eta) - z)^2 \quad (3.23)$$

и, на основании (3.18),

$$\zeta(\xi, \eta) = A' \xi + B' \eta + D'; \quad A' = -\frac{A}{C}, \quad B' = -\frac{B}{C}, \quad D' = -\frac{D}{C}. \quad (3.24)$$

Тогда

$$P(\xi, \eta) = \int \frac{\partial P(\xi, \eta)}{\partial \eta} d\eta = \int \frac{\zeta(\xi, \eta) - z}{r^3} d\eta. \quad (3.25)$$

В интеграле (3.25) сделаем замену переменных интегрирования  $\eta' = \eta - y$  и выполним некоторые элементарные преобразования. В результате получим

$$P(\xi, \eta) = F'' \int \frac{d\eta'}{\sqrt{(\xi - x)^2 + (F'')^2 + 2F''B'\eta' + B''\eta'^2}^3} + B' \int \frac{\eta' d\eta'}{\sqrt{(\xi - x)^2 + (F'')^2 + 2F''B'\eta' + B''\eta'^2}^3}, \quad (3.26)$$

где  $F' = B'y + D' - z$ ;  $F'' = A'\xi + F'$ ;  $B'' = B'^2 + 1$ .

Интегралы в (3.26) являются табличными (интегралы 2.264.5 и 2.264.6 из справочника [62, с. 97]). Поэтому сразу запишем результат интегрирования в (3.26), вернувшись в итоговом выражении к первоначальной переменной  $\eta$ :

$$P(\xi, \eta) = \frac{F''(\eta - y) - B'(\xi - x)^2}{(B''(\xi - x)^2 + (F'')^2) M}, \quad (3.27)$$

где  $M = \sqrt{(\xi - x)^2 + (F'')^2 + 2B'(\eta - y)F'' + (\eta - y)^2 B''}$ .

Соотношения (3.1), (3.7), (3.17) позволяют окончательно записать:

$$\begin{aligned} F &= \iint_{S_q} \frac{(\zeta - z)}{r^3} dS_q = \frac{1}{|\cos\gamma|} \iint_{S_{q_{\xi\eta}}} \frac{\zeta(\xi, \eta) - z}{r^3} d\xi d\eta = -\frac{1}{|\cos\gamma|} \int_L P(\xi, \eta(\xi)) d\xi = \\ &= -\frac{1}{|\cos\gamma|} \sum_{i=1}^3 \int_{\xi_i}^{\xi_{i+1}} P(\xi, k_i \xi + b_i) d\xi = -\frac{1}{|\cos\gamma|} \sum_{i=1}^3 I'_i, \end{aligned} \quad (3.28)$$

где  $P(\xi, k_i \xi + b_i)$  – представлено формулой (3.27), в которой  $\eta = \eta(\xi) = k_i \xi + b_i$ .

Таким образом в интеграле (3.28) интегрирование по  $L$  заменено интегрированием по трем сторонам треугольника  $S_{q_{\xi\eta}}$ .

После преобразований, интеграл  $I'_i$  можно представить в виде:

$$I'_i = \int_{\xi_i}^{\xi_{i+1}} \frac{(p_2 \xi^2 + q_2 \xi + l_2) d\xi}{(p \xi^2 + q \xi + l) \sqrt{p_1 \xi^2 + q_1 \xi + l_1}} \quad (3.29)$$

где

$$p = 1 + A'^2 + B'^2; \quad q = 2F'A' - 2xB''; \quad l = F'^2 + x^2 B'';$$

$$p_1 = 1 + A'^2 + 2B'A'k_i + k_i^2 B'';$$

$$q_1 = 2(A'F' - x + B'A'(b_i - y) + B'F'k_i + k_i B''(b_i - y));$$

$$l_1 = x^2 + F'^2 + 2B'F'(b_i - y) + B''(b_i - y)^2;$$

$$p_2 = A'k_i - B';$$

$$q_2 = A'(b_i - y) + F'k_i + 2B'x;$$

$$l_2 = F'(b_i - y) - B'x^2;$$

$$k_i = \frac{\eta_{i+1} - \eta_i}{\xi_{i+1} - \xi_i}; \quad b_i = \frac{\eta_i \xi_{i+1} - \eta_{i+1} \xi_i}{\xi_{i+1} - \xi_i}; \quad (3.30)$$

В результате дальнейших преобразований интеграл  $I'_i$  сводится к интегралу Кравцова [8; 63] и к ряду табличных интегралов, т.е.  $I'_i$  можно

вычислить аналитически. Однако это приводит к громоздким выражениям. Поэтому интеграл  $I'_i$  целесообразно вычислять численно с помощью хорошо зарекомендовавшего себя квадратурного процесса, в основе которого – квадратурные формулы Гаусса-Лежандра [64].

Обратим внимание, что числители в формулах (3.8) и (3.9) проще, чем числитель в формуле (3.7). Поэтому окончательные формулы для них (см. Замечание 2) будут проще формулы (3.29).

5. *Вторая часть алгоритма. Вычисление составляющих внешнего орта  $\mathbf{n}$ .* Как следует из соотношений (3.13), координаты единичного вектора нормали к плоскости треугольника задаются соотношениями

$$\frac{A}{M}, \frac{B}{M}, \frac{C}{M} \quad (3.31)$$

или такими же, но со знаком “минус”. Вопрос сводится к определению направления вектора, который будет внешним по отношению к грани многогранника  $W$ .

Пусть некоторая точка  $M^*(\xi^*, \eta^*, \zeta^*)$  – внутренняя. Тогда очевидно, что вектор с координатами  $(\xi_1 - \xi^*, \eta_1 - \eta^*, \zeta_1 - \zeta^*)$  образует острый угол  $\nu$  с ортом внешней нормали, и, соответственно, должно выполняться условие  $\cos \nu > 0$ .

Следовательно, если выполняется условие

$$A(\xi_1 - \xi^*) + B(\eta_1 - \eta^*) + C(\zeta_1 - \zeta^*) > 0, \quad (3.32)$$

то координаты вектора  $\mathbf{n}'$  необходимо выбирать в соответствии с соотношениями (3.31), т.е. в этом случае  $\mathbf{n}' = \mathbf{n}$ . Если условие (3.32) не выполняется, то координаты  $\mathbf{n}$  необходимо выбирать противоположными к (3.31), т.е.  $\mathbf{n}' = -\mathbf{n}$ .

Выбор произвольной внутренней точки в теле можно осуществить с помощью следующего эвристического алгоритма:

1) выбирается произвольная грань (треугольник) многогранника и находится координата точки  $M_3$ , которая является средней произвольного ребра  $M_1M_2$  выбранной грани:

2) выбирается еще одна, отличная от точек  $M_1$  и  $M_2$  вершина  $M_4$  выбранной грани;

3) находится точка  $M_5$  – средняя на отрезке  $M_3M_4$ ;  $M_5$  – является внутренней точкой выбранной грани;

4) на произвольной иной грани выбирается такая произвольная вершина  $M_6$ , которая не совпадает с точками  $M_1, M_2, M_4$ ;

5) ищем точку  $M_7$  – середину отрезка  $M_5M_6$ ; в выпуклом многограннике отрезок  $M_5M_6$  и точка  $M_7$  – расположены внутри многогранника, поэтому точка  $M_7$  – искомая.

Таким образом, с помощью формулы (2.29), а также конкретных выражений из соотношений (3.7) – (3.9), (3.14) – (3.19) и формул (3.27) и (3.30), интегрирование по поверхности многогранника  $W$  сводится к интегрированию по его ребрам. При этом должна учитываться, в соответствии со второй частью алгоритма, ориентация внешней нормали  $\mathbf{n}$  к каждому из треугольников  $S_q, q = \overline{1, Q}$ , для чего используются соотношения (3.31) и (3.32).

Замечание 2. Если окажется, что наибольшие значения имеет модуль косинуса углов  $\alpha$  или  $\beta$ , то, соответственно, необходимо вычислять интегралы (3.8) или (3.9) аналогично тому, как это было сделано для вычисления интеграла (3.7).

Выпишем необходимые соотношения.

Вначале рассмотрим интеграл (3.8), т.е.

$$\iint_{S_{q_{\eta\zeta}}} \frac{(\zeta - z)}{r^3} d\eta d\zeta = \iint_{S_{q_{\eta\zeta}}} \frac{(\zeta - z)}{\sqrt{(\xi(\eta, \zeta) - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2}^3} d\eta d\zeta. \quad (3.33)$$

Обозначим

$$\frac{\partial Q(\eta, \zeta)}{\partial \zeta} = \frac{\zeta - z}{\sqrt{(\xi(\eta, \zeta) - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2}^3}, \quad (3.34)$$

где, в соответствии с (3.11),

$$\xi(\eta, \zeta) = \frac{1}{A}(-B\eta - C\zeta - D) = B'\eta + C'\zeta + D', \quad B' = \frac{-B}{A}, \quad C' = \frac{-C}{A}, \quad D' = \frac{-D}{A}. \quad (3.35)$$

Тогда

$$Q(\eta, \zeta) = \int \frac{(\zeta - z)d\zeta}{\sqrt{(\xi(\eta, \zeta) - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2}}. \quad (3.36)$$

Замена в (3.36) переменных  $\zeta' = \zeta - z$ , элементарные преобразования и использование табличного интеграла 2.264.6 из [62, с. 97] дают:

$$Q(\eta, \zeta) = -\frac{C'B''(\zeta - z) + (B''')^2 + (\eta - y)^2}{(C''(\eta - y)^2 + (B''')^2)M'}, \quad (3.37)$$

где  $M' = \sqrt{(\eta - y)^2 + (B''')^2 + 2C'(\zeta - z)B''' + (\zeta - z)^2 C''}$ ;

$$F' = C'z + D' - x; \quad B'\eta + F' = B'''; \quad C'^2 + 1 = C''.$$

Соотношения (3.1), (3.8), (3.19) позволяют записать

$$F = -\frac{1}{|\cos\alpha|} \sum_{i=1}^3 \frac{\eta_{i+1}}{\eta_i} \int Q(\eta, \zeta(\eta)) d\eta = -\frac{1}{|\cos\alpha|} \sum_{i=1}^3 I_i'', \quad (3.38)$$

где  $Q(\eta, \zeta(\eta))$  – это формула (3.37), в которой

$$\zeta(\eta) = k_i \eta + b_i; \quad k_i = \frac{\zeta_{i+1} - \zeta_i}{\eta_{i+1} - \eta_i}; \quad b_i = \frac{\zeta_i \eta_{i+1} - \zeta_{i+1} \eta_i}{\eta_{i+1} - \eta_i}. \quad (3.39)$$

Интеграл  $I_i''$  в (3.38) преобразуется к окончательному виду, который удобен для выполнения численного интегрирования:

$$I_i'' = \int_{\eta_i}^{\eta_{i+1}} Q(\eta, \zeta(\eta)) d\eta = \int_{\eta_i}^{\eta_{i+1}} \frac{(p_2 \eta^2 + q_2 \eta + r_2) d\eta}{(p\eta^2 + q\eta + r) \sqrt{p_1 \eta^2 + q_1 \eta + r_1}}, \quad (3.40)$$

где

$$\begin{aligned} p &= 1 + C'^2 + B'^2; \quad q = 2F'B' - 2yC''; \quad r = F'^2 + y^2 C''; \\ p_1 &= 1 + B'^2 + 2C'B'k_i + k_i^2 C''; \\ q_1 &= 2(B'F' - y + C'B'(b_i - z) + C'F'k_i + k_i C''(b_i - z)); \\ r_1 &= y^2 + F'^2 + 2C'F'(b_i - z) + C''(b_i - z)^2; \\ p_2 &= 1 + B'^2 + C'B'k_i; \end{aligned} \quad (3.41)$$

$$q_2 = 2B'F' - 2y + C'B'(b_i - z) + C'F'k_i;$$

$$r_2 = F'^2 + y^2 + C'F'(b_i - z).$$

Аналогичные построения для интеграла (3.9) приводят к результату:

$$F = -\frac{1}{|\cos \beta|} \sum_{i=1}^3 I_i''', \quad (3.42)$$

где

$$I_i''' = \int_{\zeta_i}^{\zeta_{i+1}} \frac{(p_2 \zeta^2 + q_2 \zeta + r_2) d\zeta}{(p \zeta^2 + q \zeta + r) \sqrt{p_1 \zeta^2 + q_1 \zeta + r_1}}, \quad (3.43)$$

где

$$A'^2 + 1 = A'';$$

$$p = 1 + C'^2 + A'^2; \quad q = 2F'C' - 2zA''; \quad r = F'^2 + z^2 A'';$$

$$p_1 = 1 + C'^2 + 2C'A'k_i + k_i^2 A'';$$

$$q_1 = 2(C'F' - z + A'C'(b_i - x) + A'F'k_i + k_i A''(b_i - x));$$

$$r_1 = z^2 + F'^2 + 2A'F'(b_i - x) + A''(b_i - x)^2;$$

$$p_2 = A'C' + k_i A''; \quad (3.44)$$

$$q_2 = (b_i - x)A'' - zk_i A'' + A'(F' - zC');$$

$$r_2 = A'F'z - z(b_i - x)A'';$$

$$k_i = \frac{\xi_{i+1} - \xi_i}{\zeta_{i+1} - \zeta_i}; \quad b_i = \frac{\xi_i \zeta_{i+1} - \xi_{i+1} \zeta_i}{\zeta_{i+1} - \zeta_i}.$$

### Вычисления для составляющей магнитного поля X.

На основании равенства (2.27) имеем:

$$\iint_{S_q} \frac{(\xi - x)}{r^3} dS_q = \frac{1}{|\cos \gamma|} \iint_{S_{q_{\xi \eta}}} \frac{(\xi - x)}{r^3} d\xi d\eta \quad (3.45)$$

$$\iint_{S_q} \frac{(\xi - x)}{r^3} dS_q = \frac{1}{|\cos \alpha|} \iint_{S_{q_{\eta \zeta}}} \frac{(\xi(\eta, \zeta) - x)}{r^3} d\eta d\zeta \quad (3.46)$$

$$\iint_{S_q} \frac{(\xi - x)}{r^3} dS_q = \frac{1}{|\cos \beta|} \iint_{S_{q_{\zeta \xi}}} \frac{(\xi - x)}{r^3} d\zeta d\xi \quad (3.47)$$

Для равенства (3.45) (при проектировании  $S_q$  на площадь  $xOy$ ):

$$I_X = \frac{1}{|\cos \gamma|} I_{XSq_{\xi\eta}}, \quad (3.48)$$

$$I_{XSq_{\xi\eta}} = \iint_{S_{q_{\xi\eta}}} \frac{(\xi-x)}{r^3} d\xi d\eta = \iint_{S_{q_{\xi\eta}}} \frac{(\xi-x)}{\sqrt{(\xi-x)^2 + (\eta-y)^2 + (\zeta(\xi,\eta)-z)^2}} d\xi d\eta, \quad (3.49)$$

где

$$\zeta(\xi,\eta) = \frac{1}{C}(-A\xi - B\eta - D) = A'\xi + B'\eta + D', \quad A' = \frac{-A}{C}, \quad B' = \frac{-B}{C}, \quad D' = \frac{-D}{C}. \quad (3.50)$$

Обозначим

$$\frac{\partial P_{\xi\eta}(\xi,\eta)}{\partial \eta} = \frac{\xi-x}{\sqrt{(\xi-x)^2 + (\eta-y)^2 + (\zeta(\xi,\eta)-z)^2}}. \quad (3.51)$$

Тогда

$$P_{\xi\eta}(\xi,\eta) = \int \frac{(\xi-x)d\eta}{\sqrt{(\xi-x)^2 + (\eta-y)^2 + (\zeta(\xi,\eta)-z)^2}}. \quad (3.52)$$

Совершив замену  $\eta' = \eta - y$  и выполнив элементарные преобразования, получим

$$P_{\xi\eta}(\xi,\eta) = (\xi-x) \int \frac{d\eta'}{\sqrt{(\xi-x)^2 + \left(F''_{\xi\eta}\right)^2 + 2F''_{\xi\eta}B'\eta' + B''\eta'^2}}, \quad (3.53)$$

где

$$F'_{\xi\eta} = B'y + D' - z, \quad F''_{\xi\eta} = A'\xi + F'_{\xi\eta}, \quad B'' = B'^2 + 1.$$

Интеграл в последней записи является табличным [62, с. 94, 2.264.5]. Поэтому запишем результат, осуществив в окончательном варианте обратный переход к начальной переменной  $\eta$ .

$$P_{\xi\eta}(\xi,\eta) = \frac{(\xi-x) \left( B''(\eta-y) + B'F''_{\xi\eta} \right)}{\left( B''(\xi-x)^2 + \left( F''_{\xi\eta} \right)^2 \right) M_{\xi\eta}} \quad (3.54)$$

где

$$M_{\xi\eta} = \sqrt{(\xi - x)^2 + \left(F''_{\xi\eta}\right)^2 + 2F''_{\xi\eta}B'(\eta - y) + B''(\eta - y)^2}.$$

Тогда по формуле Грина (формула (57) из [11]) получим

$$\begin{aligned} I_{XSq_{\xi\eta}} &= \iint_{S_{q_{\xi\eta}}} \frac{(\xi - x)}{r^3} d\xi d\eta = \iint_{S_{q_{\xi\eta}}} \frac{\partial P_{\xi\eta}(\xi, \eta)}{\partial \eta} d\xi d\eta = - \int_L P_{\xi\eta}(\xi, \eta(\xi)) d\xi = \\ &= - \int_{12} P_{\xi\eta}(\xi, \eta(\xi)) d\xi - \int_{23} P_{\xi\eta}(\xi, \eta(\xi)) d\xi - \int_{31} P_{\xi\eta}(\xi, \eta(\xi)) d\xi \end{aligned}, \quad (3.55)$$

где  $L$  - контур, который ограничивает треугольник  $S_{q_{\xi\eta}}$ ; 12, 23, 31 - стороны этого треугольника;  $\eta(\xi)$  - в каждом из интегралов означает уравнение прямой линии, соответствующей определенной стороне треугольника.

Каждый из трех интегралов в правой части последней формулы можно представить в виде

$$\int_{12} P_{\xi\eta}(\xi, \eta(\xi)) d\xi = \int_{\xi_1}^{\xi_2} \frac{(p_2 \xi^2 + q_2 \xi + l_2) d\xi}{(p \xi^2 + q \xi + l) \sqrt{p_1 \xi^2 + q_1 \xi + l_1}}, \quad (3.56)$$

где

$$\eta(\xi) = k\xi + b, \quad k = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\xi_2 - \xi_1}, \quad b = \eta_1 - \xi_1 \frac{\eta_2 - \eta_1}{\xi_2 - \xi_1};$$

$$p = 1 + A'^2 + B'^2; \quad q = 2F'_{\xi\eta} A' - 2xB''; \quad l = F_{\xi\eta}^2 + x^2 B'';$$

$$p_1 = 1 + A'^2 + 2B'A'k + k^2 B'';$$

$$q_1 = 2\left(A'F'_{\xi\eta} - x + B'A'(b - y) + B'F'_{\xi\eta} k + kB''(b - y)\right);$$

$$l_1 = x^2 + F_{\xi\eta}^2 + 2B'F'_{\xi\eta}(b - y) + B''(b - y)^2;$$

$$p_2 = B'A' + kB'';$$

$$q_2 = (b - y)B'' - xkB'' + B'\left(F'_{\xi\xi} - xA'\right);$$

$$l_2 = -B'F'_{\xi\xi} x - x(b - y)B'';$$

$(\xi_1, \eta_1)$ ,  $(\xi_2, \eta_2)$  - координаты первой и второй вершины треугольника соответственно. Для двух других интегралов поменяются только параметры  $k$ ,  $b$ , и границы интегрирования.

Для равенства (3.46) (при проектировании  $S_q$  на площадь  $yOz$ ):

$$I_X = \frac{1}{|\cos \alpha|} I_{XS_{q_{\eta\zeta}}}, \quad (3.57)$$

$$\begin{aligned} I_{XS_{q_{\eta\zeta}}} &= \iint_{S_{q_{\eta\zeta}}} \frac{(\xi(\eta, \zeta) - x)}{r^3} d\eta d\zeta = \\ &= \iint_{S_{q_{\eta\zeta}}} \frac{(\xi(\eta, \zeta) - x)}{\sqrt{(\xi(\eta, \zeta) - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2}^3} d\eta d\zeta, \end{aligned} \quad (3.58)$$

где

$$\xi(\eta, \zeta) = \frac{1}{A}(-B\eta - C\zeta - D) = B'\eta + C'\zeta + D', \quad B' = \frac{-B}{A}, \quad C' = \frac{-C}{A}, \quad D' = \frac{-D}{A}.$$

Обозначим

$$\frac{\partial Q_{\eta\zeta}(\eta, \zeta)}{\partial \zeta} = \frac{\xi(\eta, \zeta) - x}{\sqrt{(\xi(\eta, \zeta) - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2}^3}. \quad (3.59)$$

Тогда

$$Q_{\eta\zeta}(\eta, \zeta) = \int \frac{(\xi(\eta, \zeta) - x) d\zeta}{\sqrt{(\xi(\eta, \zeta) - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2}^3}. \quad (3.60)$$

Выполнив замену  $\zeta' = \zeta - z$  после элементарных преобразований получим:

$$\begin{aligned} Q_{\eta\zeta}(\eta, \zeta) &= F''_{\eta\zeta} \int \frac{d\zeta'}{\sqrt{(\eta - y)^2 + \left(F''_{\eta\zeta}\right)^2 + 2F''_{\eta\zeta} C' \zeta' + C'' \zeta'^2}^3} + \\ &+ C' \int \frac{\zeta' d\zeta'}{\sqrt{(\eta - y)^2 + \left(F''_{\eta\zeta}\right)^2 + 2F''_{\eta\zeta} C' \zeta' + C'' \zeta'^2}^3}, \end{aligned} \quad (3.61)$$

где

$$F'_{\eta\zeta} = C'z + D' - x; \quad F''_{\eta\zeta} = B'\eta + F'_{\eta\zeta}; \quad C'' = C'^2 + 1.$$

Интегралы в последней записи являются табличными [62, с. 94, 2.264.5, 2.264.6]. Поэтому сразу запишем их результат, выполнив в конечном результате обратный переход к начальной переменной  $\zeta$ .

$$Q_{\eta\zeta}(\eta, \zeta) = \frac{F''_{\eta\zeta}(\zeta - z) - C'(\eta - y)^2}{\left(C''(\eta - y)^2 + (F''_{\eta\zeta})^2\right)M_{\eta\zeta}}, \quad (3.62)$$

$$\text{где } M_{\eta\zeta} = \sqrt{(\eta - y)^2 + (F''_{\eta\zeta})^2 + 2F''_{\eta\zeta}C'(\zeta - z) + C''(\zeta - z)^2}.$$

По формуле Грина (формула (59) из [11]) получим

$$\begin{aligned} I_{XS_{q_{\eta\zeta}}} &= \iint_{S_{q_{\eta\zeta}}} \frac{(\xi(\eta, \zeta) - x)}{r^3} d\eta d\zeta = \iint_{S_{q_{\eta\zeta}}} \frac{\partial Q_{\eta\zeta}(\eta, \zeta)}{\partial \zeta} d\eta d\zeta = - \int_L Q_{\eta\zeta}(\eta, \zeta(\eta)) d\eta = \\ &= - \int_{12} Q_{\eta\zeta}(\eta, \zeta(\eta)) d\eta - \int_{23} Q_{\eta\zeta}(\eta, \zeta(\eta)) d\eta - \int_{31} Q_{\eta\zeta}(\eta, \zeta(\eta)) d\eta \end{aligned}$$

Каждый из трех интегралов в правой части последней формулы можно записать в виде

$$\int_{12} Q_{\eta\zeta}(\eta, \zeta(\eta)) d\eta = \int_{\eta_1}^{\eta_2} \frac{(p_2\eta^2 + q_2\eta + r_2)d\eta}{\eta_1(p\eta^2 + q\eta + r)\sqrt{p_1\eta^2 + q_1\eta + r_1}}, \quad (3.63)$$

где

$$\zeta(\eta) = k\eta + b, \quad k = \frac{\zeta_2 - \zeta_1}{\eta_2 - \eta_1}, \quad b = \frac{\zeta_1\eta_2 - \zeta_2\eta_1}{\eta_2 - \eta_1};$$

$$p = 1 + C'^2 + B'^2; \quad q = 2F'_{\eta\zeta}B' - 2yC''; \quad r = F_{\eta\zeta}'^2 + y^2C'';$$

$$p_1 = 1 + B'^2 + 2C'B'k + k^2C'';$$

$$q_1 = 2\left(B'F'_{\eta\zeta} - y + C'B'(b - z) + C'F'_{\eta\zeta}k + kC''(b - z)\right);$$

$$r_1 = y^2 + F_{\eta\zeta}'^2 + 2C'F'_{\eta\zeta}(b - z) + C''(b - z)^2;$$

$$p_2 = B'k - C';$$

$$q_2 = B'(b-z) + F'_{\eta\zeta} k + 2C'y;$$

$$r_2 = F'_{\eta\zeta} (b-z) - C'y^2;$$

$(\eta_1, \zeta_1)$ ,  $(\eta_2, \zeta_2)$  - координаты первой и второй вершин треугольника соответственно. Для двух других интегралов поменяются только параметры  $k$ ,  $b$ , и границы интегрирования.

Для равенства (3.47) (при проектировании  $S_q$  на площадь  $zOx$ ):

$$I_X = \frac{1}{|\cos\beta|} I_{XS_{q_{\zeta\xi}}}, \quad (3.64)$$

$$\begin{aligned} I_{XS_{q_{\zeta\xi}}} &= \iint_{S_{q_{\zeta\xi}}} \frac{(\xi-x)}{r^3} d\zeta d\xi = \\ &= \iint_{S_{q_{\zeta\xi}}} \frac{(\xi-x)}{\sqrt{(\xi-x)^2 + (\eta(\xi,\zeta)-y)^2 + (\zeta-z)^2}^3} d\zeta d\xi, \end{aligned} \quad (3.65)$$

где

$$\eta(\xi, \zeta) = \frac{1}{B}(-A\xi - C\zeta - D) = A'\xi + C'\zeta + D', \quad A' = \frac{-A}{B}, \quad C' = \frac{-C}{B}, \quad D' = \frac{-D}{B}.$$

Обозначим

$$\frac{\partial R_{\xi\zeta}(\xi, \zeta)}{\partial \xi} = \frac{\xi-x}{\sqrt{(\xi-x)^2 + (\eta(\xi,\zeta)-y)^2 + (\zeta-z)^2}^3}. \quad (3.66)$$

Тогда

$$R_{\xi\zeta}(\xi, \zeta) = \int \frac{(\xi-x)d\xi}{\sqrt{(\xi-x)^2 + (\eta(\xi,\zeta)-y)^2 + (\zeta-z)^2}^3}. \quad (3.67)$$

Выполнив замену  $\xi' = \xi - x$  и выполнив элементарные преобразования получим:

$$R_{\xi\zeta}(\xi, \zeta) = \int \frac{\xi'd\xi'}{\sqrt{(\zeta-z)^2 + \left(F''_{\xi\zeta}\right)^2 + 2F''_{\xi\zeta} A'\xi' + A''\xi'^2}^3}$$

где

$$F'_{\xi\zeta} = A'x + D' - y, \quad F''_{\xi\zeta} = C'\zeta + F'_{\xi\zeta}, \quad A'' = A'^2 + 1.$$

Последний интеграл является табличным [62, с. 97, 2.264.6]. Тогда получим:

$$R_{\xi\zeta}(\xi, \zeta) = -\frac{A'F''_{\xi\zeta}(\xi - x) + (F''_{\xi\zeta})^2 + (\zeta - z)^2}{\left(A''(\zeta - z)^2 + (F''_{\xi\zeta})^2\right)M_{\xi\zeta}}, \quad (3.68)$$

где

$$M_{\xi\zeta} = \sqrt{(\zeta - z)^2 + (F''_{\xi\zeta})^2 + 2F''_{\xi\zeta}A'(\xi - x) + A''(\xi - x)^2}$$

Тогда по формуле Грина (формула (54) из [11]) получим

$$\begin{aligned} I_{XSq_{\xi\zeta}} &= \iint_{S_{q_{\xi\zeta}}} \frac{(\xi - x)}{r^3} d\xi d\zeta = \iint_{S_{q_{\xi\zeta}}} \frac{\partial R_{\xi\zeta}(\xi, \zeta)}{\partial \xi} d\xi d\zeta = -\int_L R_{\xi\zeta}(\xi(\zeta), \zeta) d\zeta = \\ &= -\int_{12} R_{\xi\zeta}(\xi(\zeta), \zeta) d\zeta - \int_{23} R_{\xi\zeta}(\xi(\zeta), \zeta) d\zeta - \int_{31} R_{\xi\zeta}(\xi(\zeta), \zeta) d\zeta \end{aligned} \quad (3.69)$$

Каждый из трех интегралов в правой части последней формулы можно записать в виде

$$\int_{12} R_{\xi\zeta}(\xi(\zeta), \zeta) d\zeta = \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \frac{(p_2\zeta^2 + q_2\zeta + r_2)d\zeta}{\zeta_1(p\zeta^2 + q\zeta + r)\sqrt{p_1\zeta^2 + q_1\zeta + r_1}}, \quad (3.70)$$

где

$$\xi(\zeta) = k\zeta + b, \quad k = \frac{\xi_2 - \xi_1}{\zeta_2 - \zeta_1}, \quad b = \frac{\xi_1\zeta_2 - \xi_2\zeta_1}{\zeta_2 - \zeta_1};$$

$$p = 1 + C'^2 + A'^2; \quad q = 2F'_{\xi\zeta}C' - 2zA''; \quad r = F'^2_{\xi\zeta} + z^2A'';$$

$$p_1 = 1 + C'^2 + 2C'A'k + k^2A'';$$

$$q_1 = 2\left(C'F'_{\xi\zeta} - z + A'C'(b - x) + A'F'_{\xi\zeta}k + kA''(b - x)\right);$$

$$r_1 = z^2 + F'^2_{\xi\zeta} + 2A'F'_{\xi\zeta}(b - x) + A''(b - x)^2;$$

$$p_2 = 1 + C'^2 + A'C'k;$$

$$q_2 = 2C'F'_{\xi\xi} - 2z + C'A'(b-x) + A'F'_{\xi\xi}k;$$

$$r_2 = F'_{\xi\xi}{}^2 + z^2 + A'F'_{\xi\xi}(b-x);$$

$(\xi_1, \zeta_1)$ ,  $(\xi_2, \zeta_2)$  - координаты первой и второй вершины треугольника соответственно. Для двух других интегралов поменяются только параметры  $k$ ,  $b$  и границы интегрирования.

### Вычисления для составляющей магнитного поля $Y$ .

Для компоненты  $Y$  на основании (3.28) имеем:

$$\iint_{S_q} \frac{(\eta-y)}{r^3} dS_q = \frac{1}{|\cos\gamma|} \iint_{S_{q_{\xi\eta}}} \frac{(\eta-y)}{r^3} d\xi d\eta \quad (3.71)$$

$$\iint_{S_q} \frac{(\eta-y)}{r^3} dS_q = \frac{1}{|\cos\alpha|} \iint_{S_{q_{\eta\zeta}}} \frac{(\eta-y)}{r^3} d\eta d\zeta \quad (3.72)$$

$$\iint_{S_q} \frac{(\eta-y)}{r^3} dS_q = \frac{1}{|\cos\beta|} \iint_{S_{q_{\xi\zeta}}} \frac{(\eta(\xi,\zeta)-z)}{r^3} d\xi d\zeta \quad (3.73)$$

Для равенства (3.71) (при проектировании  $S_q$  на площадь  $xOy$ ):

$$I_Y = \frac{1}{|\cos\gamma|} I_{YS_{q_{\xi\eta}}}, \quad (3.74)$$

$$\begin{aligned} I_{YS_{q_{\xi\eta}}} &= \iint_{S_{q_{\xi\eta}}} \frac{(\eta-y)}{r^3} d\xi d\eta = \\ &= \iint_{S_{q_{\xi\eta}}} \frac{(\eta-y)}{\sqrt{(\xi-x)^2 + (\eta-y)^2 + (\zeta(\xi,\eta)-z)^2}^3} d\xi d\eta, \end{aligned} \quad (3.75)$$

где

$$\zeta(\xi,\eta) = \frac{1}{C}(-A\xi - B\eta - D) = A'\xi + B'\eta + D', \quad A' = \frac{-A}{C}, \quad B' = \frac{-B}{C}, \quad D' = \frac{-D}{C}.$$

Обозначим

$$\frac{\partial P_{\xi\eta}(\xi,\eta)}{\partial \eta} = \frac{\eta-y}{\sqrt{(\xi-x)^2 + (\eta-y)^2 + (\zeta(\xi,\eta)-z)^2}^3}. \quad (3.76)$$

Тогда

$$P_{\xi\eta}(\xi, \eta) = \int \frac{(\eta - y)d\eta}{\sqrt{(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta(\xi, \eta) - z)^2}}. \quad (3.77)$$

Выполнив замену  $\eta' = \eta - y$  и выполнив элементарные преобразования получим:

$$P_{\xi\eta}(\xi, \eta) = \int \frac{\eta'd\eta'}{\sqrt{(\xi - x)^2 + \left(F''_{\xi\eta}\right)^2 + 2F''_{\xi\eta} B'\eta' + B''\eta'^2}}, \quad (3.78)$$

где

$$F'_{\xi\eta} = B'y + D' - z, \quad F''_{\xi\eta} = A'\xi + F'_{\xi\eta}, \quad B'' = B'^2 + 1.$$

Последний интеграл является табличным [62, с. 94, 2.264.6]. Поэтому сразу запишем результат, выполнив в конечном результате обратный переход к начальной переменной  $\eta$

$$P_{\xi\eta}(\xi, \eta) = - \frac{B'F''_{\xi\eta}(\eta - y) + \left(F''_{\xi\eta}\right)^2 + (\xi - x)^2}{\left(B''(\xi - x)^2 + \left(F''_{\xi\eta}\right)^2\right)M_{\xi\eta}} \quad (3.79)$$

где

$$M_{\xi\eta} = \sqrt{(\xi - x)^2 + \left(F''_{\xi\eta}\right)^2 + 2F''_{\xi\eta} B'(\eta - y) + B''(\eta - y)^2}.$$

Тогда по формуле Грина (формула (57) из [11])

$$\begin{aligned} I_{YSq_{\xi\eta}} &= \iint_{S_{q_{\xi\eta}}} \frac{(\eta - y)}{r^3} d\xi d\eta = \iint_{S_{q_{\xi\eta}}} \frac{\partial P_{\xi\eta}(\xi, \eta)}{\partial \eta} d\xi d\eta = - \int_L P_{\xi\eta}(\xi, \eta(\xi)) d\xi = \\ &= - \int_{12} P_{\xi\eta}(\xi, \eta(\xi)) d\xi - \int_{23} P_{\xi\eta}(\xi, \eta(\xi)) d\xi - \int_{31} P_{\xi\eta}(\xi, \eta(\xi)) d\xi \end{aligned}, \quad (3.80)$$

где  $L$  - контур, который ограничивает треугольник  $S_{q_{\xi\eta}}$ ; 12, 23, 31 - стороны этого треугольника;  $\eta(\xi)$  - в каждом из интегралов определяет уравнение прямой линии, которая содержит соответствующую сторону треугольника.

Каждый из трех интегралов в правой части последней формулы можно записать в виде

$$\int_{12} P_{\xi\eta}(\xi, \eta(\xi)) d\xi = \int_{\xi_1}^{\xi_2} \frac{(p_2 \xi^2 + q_2 \xi + l_2) d\xi}{(p \xi^2 + q \xi + l) \sqrt{p_1 \xi^2 + q_1 \xi + l_1}}, \quad (3.81)$$

где

$$\eta(\xi) = k\xi + b, \quad k = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\xi_2 - \xi_1}, \quad b = \eta_1 - \xi_1 \frac{\eta_2 - \eta_1}{\xi_2 - \xi_1};$$

$$p = 1 + A'^2 + B'^2; \quad q = 2F'_{\xi\eta} A' - 2xB''; \quad l = F'^2_{\xi\eta} + x^2 B'';$$

$$p_1 = 1 + A'^2 + 2B'A'k + k^2 B'';$$

$$q_1 = 2 \left( A'F'_{\xi\eta} - x + B'A'(b-y) + B'F'_{\xi\eta} k + kB''(b-y) \right);$$

$$l_1 = x^2 + F'^2_{\xi\eta} + 2B'F'_{\xi\eta}(b-y) + B''(b-y)^2;$$

$$p_2 = 1 + A'^2 + A'B'k;$$

$$q_2 = 2A'F'_{\xi\zeta} - 2x + A'B'(b-y) + B'F'_{\xi\zeta} k;$$

$$l_2 = F'^2_{\xi\eta} + x^2 + B'F'_{\xi\zeta}(b-y);$$

$(\xi_1, \eta_1)$ ,  $(\xi_2, \eta_2)$  - координаты первой и второй вершин треугольника соответственно. Для двух других интегралов поменяются только параметры  $k$ ,  $b$ , и границы интегрирования.

Для равенства (3.72) (при проектировании  $S_q$  на площадь  $yOz$ ):

$$I_Y = \frac{1}{|\cos \alpha|} I_{YS_{q_{\eta\zeta}}}, \quad (3.82)$$

$$\begin{aligned} I_{YS_{q_{\eta\zeta}}} &= \iint_{S_{q_{\eta\zeta}}} \frac{(\eta-y)}{r^3} d\eta d\zeta = \\ &= \iint_{S_{q_{\eta\zeta}}} \frac{(\eta-y)}{\sqrt{(\xi(\eta, \zeta) - x)^2 + (\eta-y)^2 + (\zeta-z)^2}^3} d\eta d\zeta, \end{aligned} \quad (3.83)$$

где

$$\xi(\eta, \zeta) = \frac{1}{A}(-B\eta - C\zeta - D) = B'\eta + C'\zeta + D', \quad B' = \frac{-B}{A}, \quad C' = \frac{-C}{A}, \quad D' = \frac{-D}{A}.$$

Обозначим

$$\frac{\partial Q_{\eta\zeta}(\eta, \zeta)}{\partial \zeta} = \frac{\eta - y}{\sqrt{(\xi(\eta, \zeta) - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2}^3}. \quad (3.84)$$

Тогда

$$Q_{\eta\zeta}(\eta, \zeta) = \int \frac{(\eta - y)d\zeta}{\sqrt{(\xi(\eta, \zeta) - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2}^3}. \quad (3.85)$$

Выполнив замену  $\zeta' = \zeta - z$  и выполнив элементарные преобразования получим:

$$Q_{\eta\zeta}(\eta, \zeta) = (\eta - y) \int \frac{d\zeta'}{\sqrt{(\eta - y)^2 + \left(F''_{\eta\zeta}\right)^2 + 2F''_{\eta\zeta}C'\zeta' + C''\zeta'^2}^3}, \quad (3.86)$$

где

$$F'_{\eta\zeta} = C'z + D' - x; \quad F''_{\eta\zeta} = B'\eta + F'_{\eta\zeta}; \quad C'' = C'^2 + 1.$$

Последний интеграл является табличным [62, с. 97, 2.264.5]. Тогда получим:

$$Q_{\eta\zeta}(\eta, \zeta) = \frac{(\eta - y) \left( C''(\zeta - z) + C'F''_{\eta\zeta} \right)}{\left( C''(\eta - y)^2 + (F''_{\eta\zeta})^2 \right) M_{\eta\zeta}}, \quad (3.87)$$

$$\text{где } M_{\eta\zeta} = \sqrt{(\eta - y)^2 + (F''_{\eta\zeta})^2 + 2F''_{\eta\zeta}C'(\zeta - z) + C''(\zeta - z)^2}.$$

По формуле Грина (формула (59) из [11]) получим

$$\begin{aligned} I_{YSq_{\eta\zeta}} &= \iint_{S_{q_{\eta\zeta}}} \frac{(\eta - y)}{r^3} d\eta d\zeta = \iint_{S_{q_{\eta\zeta}}} \frac{\partial Q_{\eta\zeta}(\eta, \zeta)}{\partial \zeta} d\eta d\zeta = - \int_L Q_{\eta\zeta}(\eta, \zeta(\eta)) d\eta = \\ &= - \int_{12} Q_{\eta\zeta}(\eta, \zeta(\eta)) d\eta - \int_{23} Q_{\eta\zeta}(\eta, \zeta(\eta)) d\eta - \int_{31} Q_{\eta\zeta}(\eta, \zeta(\eta)) d\eta \end{aligned} \quad (3.88)$$

Каждый из трех интегралов в правой части последней формулы можно записать в виде

$$\int_{12} Q_{\eta\zeta}(\eta, \zeta(\eta)) d\eta = \frac{\eta_2}{\eta_1} \frac{(p_2\eta^2 + q_2\eta + r_2)d\eta}{(p\eta^2 + q\eta + r)\sqrt{p_1\eta^2 + q_1\eta + r_1}}, \quad (3.89)$$

где

$$\zeta(\eta) = k\eta + b, \quad k = \frac{\zeta_2 - \zeta_1}{\eta_2 - \eta_1}, \quad b = \frac{\zeta_1\eta_2 - \zeta_2\eta_1}{\eta_2 - \eta_1};$$

$$p = 1 + C'^2 + B'^2; \quad q = 2F'_{\eta\zeta}B' - 2yC''; \quad r = F_{\eta\zeta}'^2 + y^2C'';$$

$$p_1 = 1 + B'^2 + 2C'B'k + k^2C'';$$

$$q_1 = 2\left(B'F'_{\eta\zeta} - y + C'B'(b-z) + C'F'_{\eta\zeta}k + kC''(b-z)\right);$$

$$r_1 = y^2 + F_{\eta\zeta}'^2 + 2C'F'_{\eta\zeta}(b-z) + C''(b-z)^2;$$

$$p_2 = C'B' + kC'';$$

$$q_2 = (b-z)C'' - ykC'' + C'(F'_{\eta\zeta} - yB');$$

$$r_2 = -C'F'_{\eta\zeta}y - y(b-z)C'';$$

$(\eta_1, \zeta_1)$ ,  $(\eta_2, \zeta_2)$  - координаты первой и второй вершин треугольника соответственно. Для двух других интегралов поменяются только параметры  $k$ ,  $b$ , и границы интегрирования.

Для равенства (3.73) (при проектировании  $S_q$  на площадь  $zOx$ ):

$$I_Y = \frac{1}{|\cos \beta|} I_{YSq_{\xi\zeta}}, \quad (3.90)$$

$$\begin{aligned} I_{YSq_{\xi\zeta}} &= \iint_{S_{q_{\xi\zeta}}} \frac{(\eta(\xi, \zeta) - y)}{r^3} d\xi d\zeta = \\ &= \iint_{S_{q_{\xi\zeta}}} \frac{(\eta(\xi, \zeta) - y)}{\sqrt{(\xi - x)^2 + (\eta(\xi, \zeta) - y)^2 + (\zeta - z)^2}^3} d\xi d\zeta \end{aligned} \quad (3.91)$$

где

$$\eta(\xi, \zeta) = \frac{1}{B}(-A\xi - C\zeta - D) = A'\xi + C'\zeta + D', \quad A' = \frac{-A}{B}, \quad C' = \frac{-C}{B}, \quad D' = \frac{-D}{B}.$$

Обозначим

$$\frac{\partial R_{\xi\zeta}(\xi, \zeta)}{\partial \xi} = \frac{\eta(\xi, \zeta) - y}{\sqrt{(\xi - x)^2 + (\eta(\xi, \zeta) - y)^2 + (\zeta - z)^2}^3}. \quad (3.92)$$

Тогда

$$R_{\xi\zeta}(\xi, \zeta) = \int \frac{(\eta(\xi, \zeta) - y) d\xi}{\sqrt{(\xi - x)^2 + (\eta(\xi, \zeta) - y)^2 + (\zeta - z)^2}^3}. \quad (3.93)$$

Выполнив замену  $\xi' = \xi - x$  и выполнив элементарные преобразования получим:

$$R_{\xi\zeta}(\xi, \zeta) = F''_{\xi\zeta} \int \frac{d\xi'}{\sqrt{(\zeta - z)^2 + (F''_{\xi\zeta})^2 + 2F''_{\xi\zeta} A' \xi' + A'' \xi'^2}^3} + \\ + A' \int \frac{\xi' d\xi'}{\sqrt{(\zeta - z)^2 + (F''_{\xi\zeta})^2 + 2F''_{\xi\zeta} A' \xi' + A'' \xi'^2}}, \quad (3.94)$$

где

$$F'_{\xi\zeta} = A'x + D' - y, \quad F''_{\xi\zeta} = C'\zeta + F'_{\xi\zeta}, \quad A'' = A'^2 + 1.$$

Интегралы являются табличными [62, с. 94, 2.264.5, 2.264.6]. Поэтому сразу запишем результат, выполнив в конечном результате обратный переход к начальной переменной  $\xi$ .

$$R_{\xi\zeta}(\xi, \zeta) = \frac{F''_{\xi\zeta}(\xi - x) - A'(\zeta - z)^2}{\left( A''(\zeta - z)^2 + (F''_{\xi\zeta})^2 \right) M_{\xi\zeta}}, \quad (3.95)$$

$$\text{где } M_{\xi\zeta} = \sqrt{(\zeta - z)^2 + (F''_{\xi\zeta})^2 + 2F''_{\xi\zeta} A'(\xi - x) + A''(\xi - x)^2}$$

Тогда по формуле Грина (формула (54) из [11]) получим

$$I_{YSq_{\xi\zeta}} = \iint_{S_{q_{\xi\zeta}}} \frac{(\eta - y)}{r^3} d\xi d\zeta = \iint_{S_{q_{\xi\zeta}}} \frac{\partial R_{\xi\zeta}(\xi, \zeta)}{\partial \xi} d\xi d\zeta = - \int_L R_{\xi\zeta}(\xi(\zeta), \zeta) d\zeta = \\ = - \int_{12} R_{\xi\zeta}(\xi(\zeta), \zeta) d\zeta - \int_{23} R_{\xi\zeta}(\xi(\zeta), \zeta) d\zeta - \int_{31} R_{\xi\zeta}(\xi(\zeta), \zeta) d\zeta \quad (3.96)$$

Каждый из трех интегралов в правой части последней формулы можно записать в виде

$$\int_{12} R_{\xi\zeta}(\xi(\zeta), \zeta) d\zeta = \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \frac{(p_2\zeta^2 + q_2\zeta + r_2)d\zeta}{(p\zeta^2 + q\zeta + r)\sqrt{p_1\zeta^2 + q_1\zeta + r_1}}, \quad (3.97)$$

где

$$\xi(\zeta) = k\zeta + b, \quad k = \frac{\xi_2 - \xi_1}{\zeta_2 - \zeta_1}, \quad b = \frac{\xi_1\zeta_2 - \xi_2\zeta_1}{\zeta_2 - \zeta_1};$$

$$p = 1 + C'^2 + A'^2; \quad q = 2F'_{\xi\zeta} C' - 2zA''; \quad r = F'_{\xi\zeta}{}^2 + z^2 A'';$$

$$p_1 = 1 + C'^2 + 2C'A'k + k^2 A'';$$

$$q_1 = 2\left(C'F'_{\xi\zeta} - z + A'C'(b-x) + A'F'_{\xi\zeta}k + kA''(b-x)\right);$$

$$r_1 = z^2 + F'_{\xi\zeta}{}^2 + 2A'F'_{\xi\zeta}(b-x) + A''(b-x)^2;$$

$$p_2 = C'k - A';$$

$$q_2 = C'(b-x) + F'_{\xi\zeta}k + 2A'z;$$

$$r_2 = F'_{\xi\zeta}(b-x) - A'z^2;$$

$(\xi_1, \zeta_1)$ ,  $(\xi_2, \zeta_2)$  - координаты первой и второй вершины треугольника соответственно. Для двух других интегралов поменяются только параметры  $k$ ,  $b$ , и границы интегрирования.

Для вычисления компонент магнитного поля  $X$  и  $Y$  составлены соответствующие программы.

**Выводы.**

Получены аналитические выражения для вычисления компонент магнитного поля от произвольно расположенного в трехмерном пространстве треугольника.

**РАЗДЕЛ 4**  
**ВОСТАНОВЛЕНИЕ ГАРМОНИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ ПО**  
**МАГНИТНОМУ ПОЛЮ  $\Delta T$  И СВЯЗЬ ЭТОЙ ФУНКЦИИ С**  
**ФУНКЦИЕЙ  $\Delta S$  В. Н. СТРАХОВА**

*Гармонический компонент аномалии  $\Delta T$ .* С середины XX века исследовались вопросы о возможности построения функций, близких к гармоническим, или гармонических, по значениям измеряемых величин  $\Delta T$ .

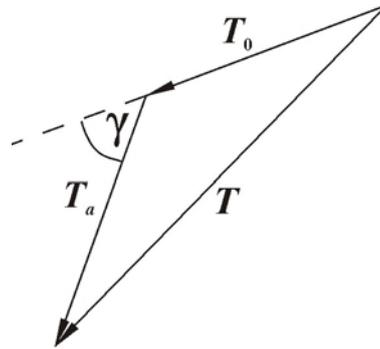


Рис. 4.1. К выводу формулы 4.1.

Используя рис. 4.1 Ю. П. Тафеев показал, что в случае слабых магнитных аномалий величина  $\Delta T$  с некоторой погрешностью есть проекция вектора аномального поля на направление вектора нормального поля. Аналитически это записывается с помощью соотношения [44]:

$$\Delta T \approx T_a \cos \gamma, \quad (4.1)$$

где  $\gamma$  - угол между  $T_a$  и  $T_0$  - векторами аномального и нормального поля.

Исходя из скалярного произведения векторов [38, с. 287]

$$\mathbf{T}_0 \cdot \mathbf{T}_a = T_0 T_a \cos \gamma, \quad (4.2)$$

где учтено (см. рис. 4.1), что в данном случае имеем дело с обратным вектором, т.е.  $\mathbf{T}_0 = -\mathbf{T}_0$ , приближенное равенство (4.1) переписывается следующим образом:

$$\Delta T \approx \Delta T_0 = \frac{\mathbf{T}_0 \cdot \mathbf{T}_a}{T_0}. \quad (4.3)$$

Величину  $\Delta T_0$ , как проекцию вектора напряженности аномального магнитного поля на некоторое постоянное направление (в данном случае – направление вектора нормального поля), можно рассматривать как функцию гармоническую. Строгие условия гармоничности функции  $\Delta T_0$  указал В. Н. Страхов. Его основное равенство (формула (12) из [65]) легко получить из формулы (4.3), если в нее подставить значения векторов  $T_a$  и  $T_0$  из соотношений (2.3) и (2.4). Это дает:

$$\Delta T_0 = t_1 X_a + t_2 Y_a + t_3 Z_a, \quad (4.4)$$

где

$$t_1 = \frac{X_0}{T_0}, \quad t_2 = \frac{Y_0}{T_0}, \quad t_3 = \frac{Z_0}{T_0}. \quad (4.5)$$

Если принять, что величины  $t_1$ ,  $t_2$  и  $t_3$  постоянны и выполняется условие

$$\frac{T_a}{T_0} \ll 1, \quad (4.6)$$

то

$$\nabla^2(\Delta T_0) = 0. \quad (4.7)$$

Следуя В. Н. Страхову [65], функцию  $\Delta T_0$  будем называть также линеаризованным представлением поля  $\Delta T$ , а из изложенного выше очевидны условия ее гармоничности. Все приведенные соображения оправдывают в ряде случаев использование приближенного равенства  $\Delta T \approx \Delta T_0$ , если магнитные аномалии слабые.

Однако, учитывая современную высокую точность аэромагнитной съемки, приближение (4.3) становится слишком грубым и авторы [66, 67] получили соотношение

$$\Delta T = \Delta T_0 + \frac{(T_a)^2 - (\Delta T_0)^2}{2T_0} + \dots \quad (4.8)$$

которое послужило основой для разработанного ими итерационного процесса восстановления  $\Delta T_0$  по  $\Delta T$ .

Используя идею построений Ю. П. Тафеева, получим его уточненную формулу [44, с. 3] и покажем, что непосредственно из нее следует формула (4.8).

Применяя теорему косинусов по отношению к треугольнику, изображенному на рис. 4.1, а также учитывая, что  $|\mathbf{T}| = T$ ,  $|\mathbf{T}_a| = T_a$  и  $|\mathbf{T}_0| = T_0$ , имеем

$$T = (T_a^2 + T_0^2 + 2T_a T_0 \cos \gamma)^{1/2}. \quad (4.9)$$

Тогда на основании (4.1):

$$\Delta T = (T_a^2 + T_0^2 + 2T_a T_0 \cos \gamma)^{1/2} - T_0. \quad (4.10)$$

Разлагая равенство (4.10) в ряд Маклорена по степеням  $T_a$  и удерживая члены с производными не выше второй, т.е. воспользуемся формулой [43, с. 145]:

$$\Delta T(T_a) = \Delta T(0) + \frac{T_a}{1!} \Delta T'(0) + \frac{T_a^2}{2!} \Delta T''(0) + \dots \quad (4.11)$$

Выполняя в (4.11) вычисления, получим:

$$\Delta T(0) = 0, \quad (4.12)$$

$$\Delta T'(0) = \cos \gamma, \quad (4.13)$$

$$\Delta T''(0) = \frac{1 - \cos^2 \gamma}{T_0}. \quad (4.14)$$

Подставляя (4.12) – (4.14) в ряд (4.11), окончательно имеем:

$$\Delta T = T_a \cos \gamma + \frac{1 - \cos^2 \gamma}{2T_0} T_a^2 + \dots \quad (4.15)$$

Таким образом, формула (4.1) уточнена до второго члена ряда.

Подставляя в формулу (4.15) значения  $\cos \gamma$  из скалярного произведения векторов (4.2), а также принимая во внимание равенство (4.3), формула (4.15) немедленно переходит в выражение (4.8), т.е. таким образом приходим к основной формуле из работ [66, 67]. Следовательно, главная идея построения

гармонического компонента по наблюдаемой величине  $\Delta T$  у Ю. П. Тафеева [44] и авторов работ [66, 67] общая. Но в работах [66, 67] разработан алгоритм, позволяющий эту общую идею реализовать на практике и восстанавливать гармонический компонент  $\Delta T_0$  по полю  $\Delta T$  по крайней мере при условии, что  $\frac{T^a}{T_0} < 0,3$ .

*Аналитические выражения для функции  $\Delta S$  В. Н. Страхова.* В статье В. Н. Страхова [65] и в последующих его публикациях [68, 69] подчеркивается, что  $\Delta T$  является сложной нелинейной функцией как от значений компонент вектора напряженности аномального магнитного поля, так и от компонент вектора намагниченности аномалеобразующего объекта. Учитывая, что в силу этих обстоятельств аналитическая теория функции  $\Delta T$  весьма сложная, В. Н. Страхов предлагает новую характеристику аномального магнитного поля  $\Delta S$ , которая является квадратичной функцией от тех же компонент аномального поля и намагниченности тел. В результате аналитическая теория  $\Delta S$  существенно упрощается по сравнению с соответствующей теорией для  $\Delta T$ .

Выпишем аналитические выражения для функции  $\Delta S$ , предложенные В. Н. Страховым. Основное из них следующее [65]:

$$\Delta S = \frac{T^2 - T_0^2}{2T_0}, \quad (4.16)$$

где зависимость  $\Delta S$ ,  $T$  и  $T_0$  от координат  $(x, y, z)$  не выписывается. Подставляя в (4.16) значения  $T_0$  и  $T$  из (2.6) и (2.8) и учитывая (4.4), соотношение (4.16) переходит в выражение:

$$\Delta S = \Delta T_0 + \frac{T^a}{2T_0}. \quad (4.17)$$

Наконец, соотношение (4.16) легко переписать таким образом:

$$\Delta S = \Delta T \left( 1 + \frac{\Delta T}{2T_0} \right). \quad (4.18)$$

Выражение (4.2) является основным для пересчета  $\Delta T$  в  $\Delta S$ .

При выполнении условия (4.6) на основании (4.17) и (4.3) очевидно, что

$$\Delta T \approx \Delta T_0 \approx \Delta S, \quad (4.19)$$

т.е. в случае слабых аномалий магнитного поля  $T_a$  поля  $\Delta T$  и  $\Delta S$  в морфологическом и количественном отношении будут близкими [65].

Выводы.

Уточнена формула Ю. П. Тафеева до члена второго порядка. Показано, что из этой уточненной формулы следует соотношение В. М. Гордина и соавторов, позволяющее выделить гармонический компонент функции  $\Delta T$ . Получено линеаризованное представление функции В.Н. Страхова для функции  $\Delta T$  непосредственно из основной приближенной для  $\Delta T$  формулы Ю. П. Тафеева.

## РАЗДЕЛ 5

### ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Автоматизированный комплекс нашел широкое применение при решении практических задач, которые связаны с изучением строения различных геологических структур по геофизическим данным со сложным геологическим строением. В данном разделе на практических примерах показаны возможности использования комплекса. Представлены трехмерная плотностная модель земной коры и верхней мантии Ингульского мегаблока Украинского щита, трехмерная плотностная и магнитная модели Центральной части Карельского кратона, а также плотностная модель осадочной толщи Турчанской впадины (западные Карпаты).

В разделе также рассматривается применение функции  $\Delta S$  В. Н. Страхова при интерпретации магнитного поля Криворожской структуры.

#### **5.1. Трехмерная плотностная модель земной коры Ингульского мегаблока Украинского щита**

Целью построения трехмерной плотностной модели являлось выявление особенностей глубинного строения основных структур Ингульского мегаблока Украинского щита. Полученные данные в дальнейшем могут быть использованы для расчета мощности условно выделяемых «гранитного», «диоритового» и «базальтового» слоев, отношение которых к общей мощности земной коры позволит спрогнозировать ее вещественный состав.

Ингульский мегаблок (ИМБ) занимает центральное положение в пределах Украинского щита (УЩ) и является своего рода «осью его симметрии». Он разделяет западную и восточную части щита, с их особенностями строения и историей развития, и сам имеет симметричное строение (рис. 5.1.1). Мегаблок ограничивают межблоковые шовные зоны, которые характеризуются субмеридиональным простиранием и

значительным утолщением земной коры: Голованевская на западе и Ингулецко-Криворожская на востоке.

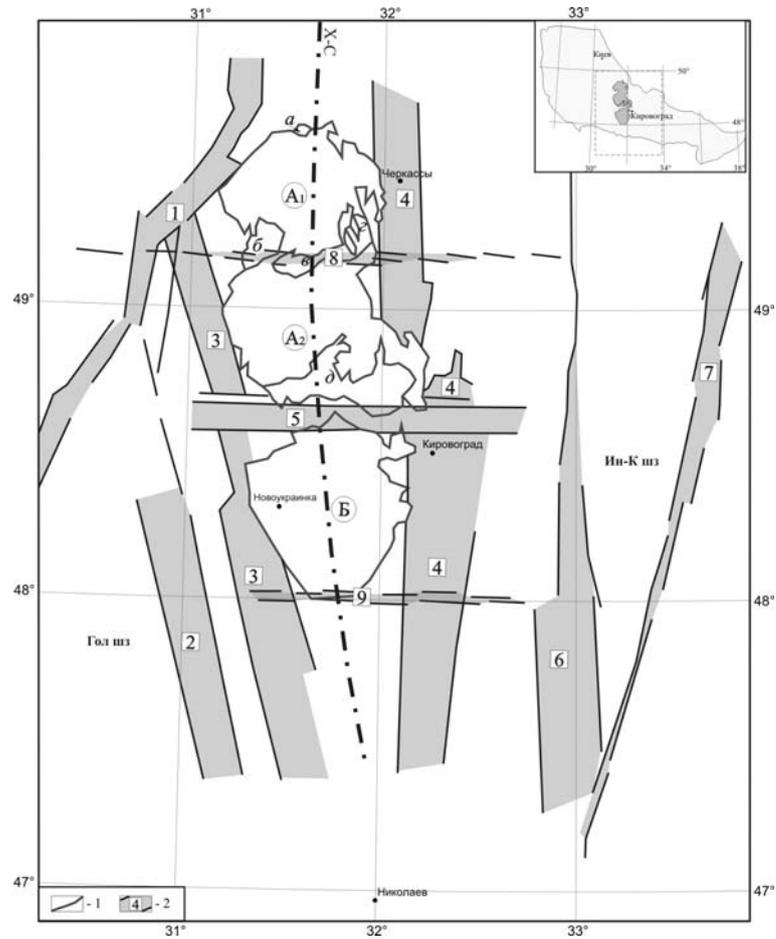


Рис. 5.1.1. Структурно-тектоническая схема Ингульского мегаблока по [70, 71], с упрощениями. 1 - контур Корсунь-Новомиргородского плутона и Новоукраинского массива; 2 - зоны разломов (цифры в квадратах): 1 - Тальновская, 2 - Первомайская, 3 - Звенигородско-Братская, 4 - Кировоградская, 5 - Субботско-Мошоринская, 6 - Западно-Ингулецкая, 7 - Криворожско - Кременчугская, 8 - Смелянская, 9 - Бобринецкая. Массивы рапакививидных гранитов: А<sub>1</sub> - Корсунь-Шевченковский, А<sub>2</sub> - Шполянский, Б - Новоукраинский массив трахитоидных гранитов. Массивы габбро-анортозитов: Межиричанский (а), Городищенский (б), Смелянский (в), Русскополянский (г), Новомиргородский (д). Гол шз - Голованевская шовная зона. Ин-К шз - Ингулецко-Криворожская шовная зона. X-C -

трансрегиональный тектонический шов Херсон-Смоленск. На врезке показан район исследований.

При создании плотностной модели были использованы: 1) данные сейсмометрии по профилям ГСЗ (XXIV, XXV, XXX, XXXIV) и геотраверсам (IV, VI, VIII) [72-78]; 2) геологические данные [79, 80]; 3) схема залегания поверхности Мохо [81]; 4) структурно-тектоническая карта Ингульского мегаблока [70, 71]; 5) схемы распределения плотности на поверхности фундамента (карты плотности А. О. Шмидта и М. Г. Распоповой) [82]; 6) гравитационное поле в редукции Буге (масштаб 1 : 200 000); 7) петрофизические данные о распределении плотности в точках пересечения геотраверса IV и профиля ГСЗ XXV с профилями Николаев—Канев (XXIV) и Черкаassy—Новый Буг (XXXIV) [83–85].

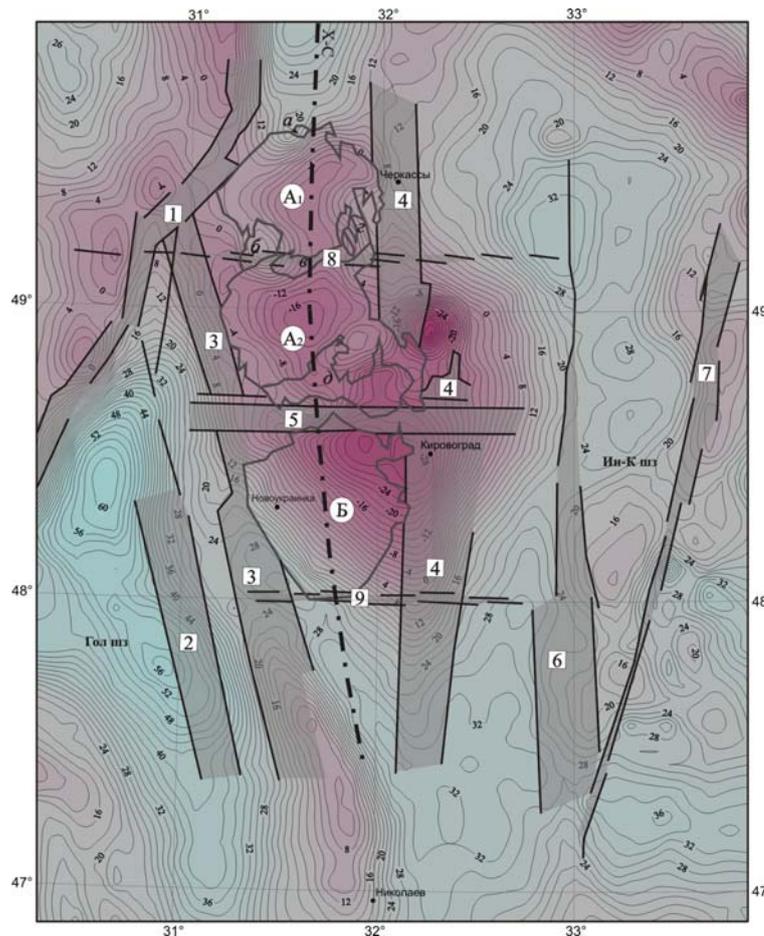


Рис. 5.1.2. Наблюдаемое гравитационное поле участка исследований (масштаб 1: 200 000). Изолинии в мГал. Другие условные обозначения см. на рис. 5.1.1.

Основные структуры Ингульского мегаблока четко проявляются в наблюдаемом поле силы тяжести. Так, Корсунь-Новомиргородский плутон проявляется минимумом силы тяжести (до -16 мГал). От центральной части к северной его границе протягивается отрицательная аномалия (до -6 мГал). На северной окраине плутона наблюдаемое поле положительное и характеризуется значениями +20 мГал. Над Новоукраинским массивом наблюдается отрицательная аномалия (-28 мГал) округлой конфигурации в плане. Западная и юго-западная граница Корсунь-Новомиргородского плутона и Новоукраинского массива совпадает с интенсивным градиентом поля силы тяжести.

Зоны разломов проявляются в наблюдаемом поле силы тяжести индивидуально (рис. 5.1.2). Тальновская зона разломов находится в положительном поле, интенсивность которого растет в северо-восточном направлении от 0 до 30 мГал. Первомайская зона разломов характеризуется положительным полем со значением 28 - 54 мГал и растет к юго-западу. Звенигородско-Братская зона в северной части находится в поле, значения которого колеблются в пределах от - 8 до + 20 мГал, а южная часть - в положительном поле, интенсивность которого растет в северо-западном направлении от 8 до 30 мГал. Кировоградская зона разломов характеризуется своеобразно: в южной части зоны поле изменяется от отрицательных значений к положительным в южном направлении (от 0 до + 32 мГал), в центральной части значения поля возрастают в восточном направлении от - 28 до + 5 мГал, а в его северной части поле растет в северном направлении от отрицательных значений (- 35 мГал) до положительных (15 мГал). Западно-Ингулецкая зона разломов характеризуется значением поля 8 - 28 мГал в центральной и южной частях и 24 - 32 мГал в северной. Криворожско-Кременчугская зона разломов, наоборот, наибольшим значением поля характеризуется на юге (30 мГал), а в северной части поле спокойное и значения колеблются в пределах 10 - 17 мГал. Центральная часть имеет

несколько аномалий, интенсивность которых к центру увеличивается от 30 до 40 и уменьшается от 20 до 16, и от 18 до 10 мГал.

Субботско-Мошоринская широтная зона разломов характеризуется отрицательным полем интенсивностью до – 25 мГал в центральной части, а в западной и восточной частях поле положительное, его значение возрастает до 14 мГал в западном и до 20 мГал в восточном направлении.

Голованевская шовная зона выделяется максимальными значениями, которые достигают в осевой части 50 - 64 мГал. Соединения с соседними структурами характеризуются большими градиентами. Интенсивность поля снижается к юго-западу до значений 14 - 20 мГал, а к северу — до 12 - 14 мГал.

В Ингулецко-Кременчугской зоне разломов значение поля колеблется в интервале 14 - 28 мГал. На севере наблюдаются две положительные аномалии, вытянутые в северном направлении. Одна из них, которая расположена южнее, фиксируется по максимальным значениям поля (до 28 мГал) в центральной ее части, во второй поле растет в западном направлении до 30 мГал. На юге поле представлено цепочкой небольших локальных аномалий, интенсивность которых изменяется от 14 - 18 мГал (в центре) до 24 мГал (в периферийной части). Севернее Субботско-Мошоринской зоны разломов в западной части наблюдаются мозаичные аномалии положительного знака (до 30 мГал), а в восточной аномалии вытянуты вдоль Криворожско-Кременчугской зоны разломов с пониженным полем силы тяжести в сторону разлома до значений 12 мГал.

*Методика построения трехмерной плотностной модели* включает: методические основы, программный комплекс для моделирования, структуру и параметризацию модели [34, 81, 86; 87-89]. Основы применяемой методики и технологии гравитационного моделирования разработаны ранее [87]. С. С. Красовским установлены связи между плотностью ( $\rho$ ) и скоростью распространения продольных волн ( $V_p$ ), а также факторы, влияющие на

плотность и скорость продольных волн, возможности использования сейсмических данных для определения плотности, общие корреляционные зависимости  $\rho$  от  $V_p$  при различных давлениях, а также зависимость  $\rho = f(V_p)$  для всех типов пород разных регионов. В результате был сделан вывод о том, что в первом приближении для кристаллических образований континентального типа следует пользоваться зависимостью  $\rho = 0,7269 + 0,3209V_p$ , где  $V_p$  – скорость продольных волн, определяемая сейсмометрией по профилям ГСЗ [87]. В настоящей работе нами использовалась именно эта зависимость.

Расчеты проводились относительно единого значения плотности верхней мантии ( $3,40 \text{ г/см}^3$ ), которое было принято ранее для Украины [87]. Согласно многочисленным данным в стабильных континентальных районах на разделе Мохо фиксируются граничные скорости порядка  $8,0\text{-}8,2 \text{ км/с}$ . Анализ имеющихся определений скорости и плотности при высоких давлениях и температурах [87] убедительно показывает, что такими значениями скорости могут обладать только породы типа перидотита, пиролита, лерцолита, эклогита, а плотность их в случае перидотита или пиролита должна быть порядка  $3,40 \text{ г/см}^3$ . Поскольку состав верхней мантии большинством исследователей принимается перидотитовым (пиролитовым), наиболее вероятна плотность пород верхней мантии  $3,40 \text{ г/см}^3$ .

Расчеты гравитационного эффекта проводились с помощью автоматизированного комплекса «GMT-Auto» [8; 14; 16], которая включает в себя программы для ввода информации в компьютер, представленной на бумажных носителях, и программу для решения прямой задачи гравиметрии. Ввод информации в компьютер осуществлялся по программам: *Isohypse* [15] для карт, содержащих информацию в изолиниях и *SpaceMap* [13] для ввода карт с изображением тел (областей) с различными значениями плотностей.

Формирование цифровой модели выходной информации о среде и расчет гравитационного эффекта проводились по сети  $5 \times 5$  км.

*Структура и параметризация модели.* Трехмерная плотностная модель включает (1) осадочный слой и следующие слои кристаллического основания земной коры: (2) 0-5 км; (3) 5-10 км; (4) 10-20 км; (5) 20-30 км; (6) 30 км - раздел Мохо.

*Первый слой, осадочный,* располагается на юге и северо-востоке Ингульского мегаблока и во впадинах (рис. 5.1.3).

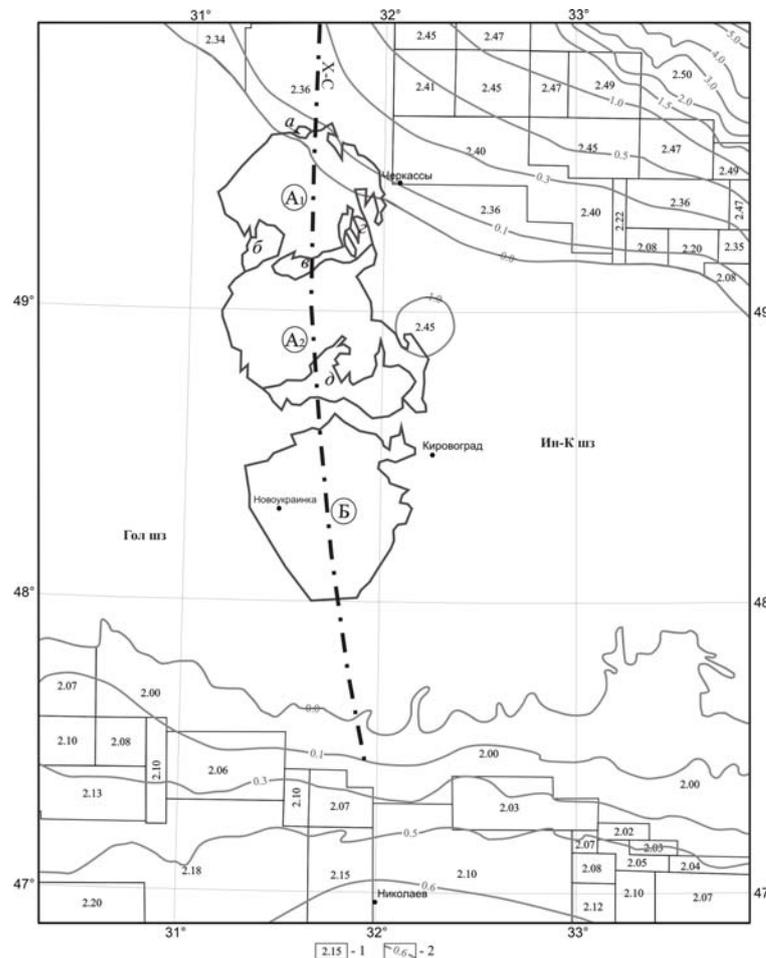


Рис. 5.1.3. Распределение плотности в осадочной толще: 1 – значение плотности в телах,  $\text{г}/\text{см}^3$ ; 2 – глубина залегания осадочной толщи, км. Другие условные обозначения см. на рис. 5.1.1.

*Второй слой (0-5 км)* включает неоднородности кристаллического фундамента до глубины 5 км и характеризуется наибольшим отклонением

плотности и скорости от нормального распределения  $\rho = f(V_p)$ . Под нормальным принято распределение, которое соответствует общей корреляционной зависимости  $\rho = f(V_p)$  для кристаллических пород и при этом для удовлетворения наблюдаемому гравитационному полю не требуется введение поправок.

*Третий слой (5-10 км)* выделен на основании сейсмических данных, согласно которым на глубинах от 5 до 10 км во многих структурах наблюдаются зоны инверсии скорости.

*Четвертый слой (10-20 км)* обусловлен присутствием в отдельных структурах скачка скорости на глубинах 10-17 км. При создании плотностной модели были использованы сейсмические данные по профилям ГСЗ и геотраверсам разных исследователей. Некоторые из них еще до сих пор не отрицают существование границы  $K_2$ , на которой и происходит скачок скорости. При расчете плотностной модели эти версии уточнялись.

В *пятом слое (20-30 км)* гравитационный эффект от многих приповерхностных структур ослабевает и усиливается влияние глубинных неоднородностей.

*Шестой (30 км – раздел Мохо) слой.* Характерно наличие «коромантийной» смеси с глубины 35 км для Голованевской и к 36 км для Ингулецко-Криворожской шовных зон, что обусловило разделение глубинной части коры на два этажа. Значения глубин 35 (36) км определены по данным сейсмометрии, согласно которым на этих глубинах значение скорости составляет 7,20 км/с. Для остальных структур, где нет «коромантийной» смеси, глубинные неоднородности учитывались в слое 30 км – раздел Мохо.

Контуры расчетных тел приповерхностных объектов определялись в соответствии с морфологией геологических тел [80; 91]. При плотностной параметризации использовалась петрофизическая характеристика пород (карты плотности А.О. Шмидта и М.Г. Распоповой) [82; 92–94].

Для глубинной части параметризация проводилась с использованием скоростных моделей вдоль профилей ГСЗ. Значение плотности определялось по зависимости  $\rho = f(V_p)$ . Уточнение значений плотности внутри расчетных слоев выполнялась в соответствии с возможными изменениями значений плотности для заданных значений скорости.

Результаты трехмерной плотностной модели представлены в виде схем распределения плотности на поверхности фундамента, глубинах 5, 10, 20, 30 км и поверхности Мохо, что позволило выявить и проследить изменение структурных планов на разных глубинах земной коры.

Особенности распределения плотности с глубиной в структурах Ингульского мегаблока следующие:

**Корсунь-Новомиргородский плутон и Новоукраинский массив.** Основные структуры Корсунь-Новомиргородского плутона — *Корсунь-Шевченковский* и *Шполянский массивы* рапакививидных гранитов, а также *Новоукраинский массив* трахитоидных гранитов на поверхности фундамента – имеют плотности 2,62 г/см<sup>3</sup>, за исключением западных, а в последней структуре юго-западного участков, где плотности повышены до 2,64 - 2,66 г/см<sup>3</sup> (см. рис. 5.1.4). В пределах первых двух структур по всей глубине земной коры присутствуют скачкообразные изменения плотности, причем количество их разное для западной и восточной частей (см. рис. 5.1.4 - 5.1.9).

Границей такого раздела является трансконтинентальный шов Херсон—Смоленск. С глубиной плотность нарастает незначительно до глубины 12 км в Корсунь-Шевченковском и Шполянском массивах и до 17 км в Новоукраинском массиве при наличии зоны инверсии или нулевого градиента. На этих глубинах присутствует значительный скачок плотности ( $\Delta\rho = 0,12 \div 0,21$  г/см<sup>3</sup>), а затем плотность нарастает линейно до поверхности Мохо.





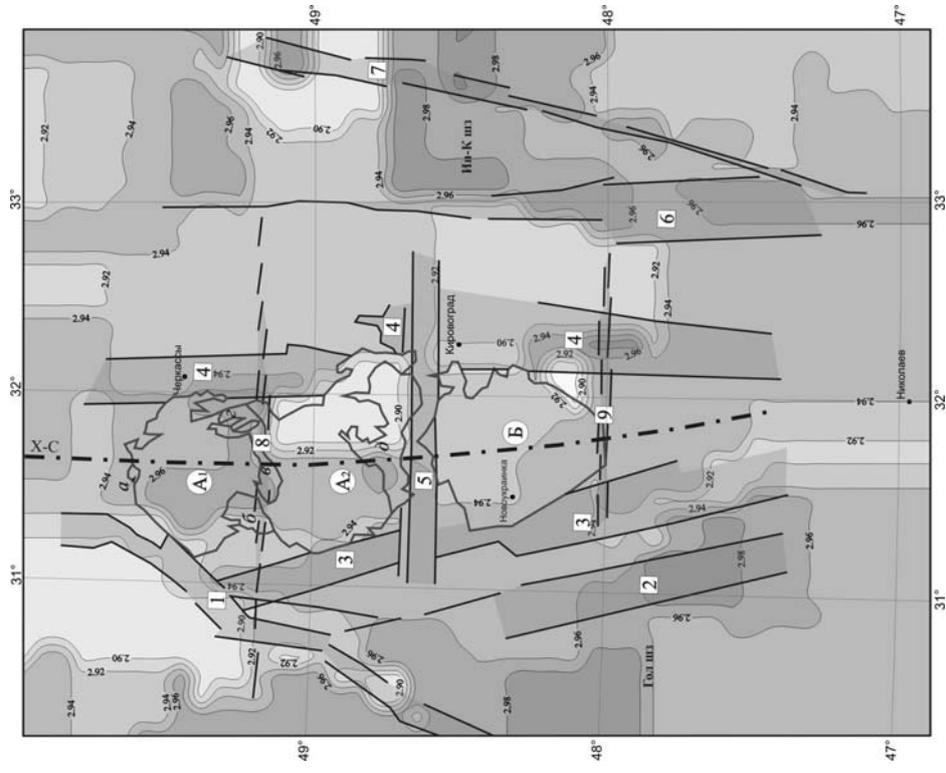


Рис. 5.1.8. Схема распределения плотности (г/см<sup>3</sup>) на глубине 30 км. Другие условные обозначения см. на рис. 5.1.1.

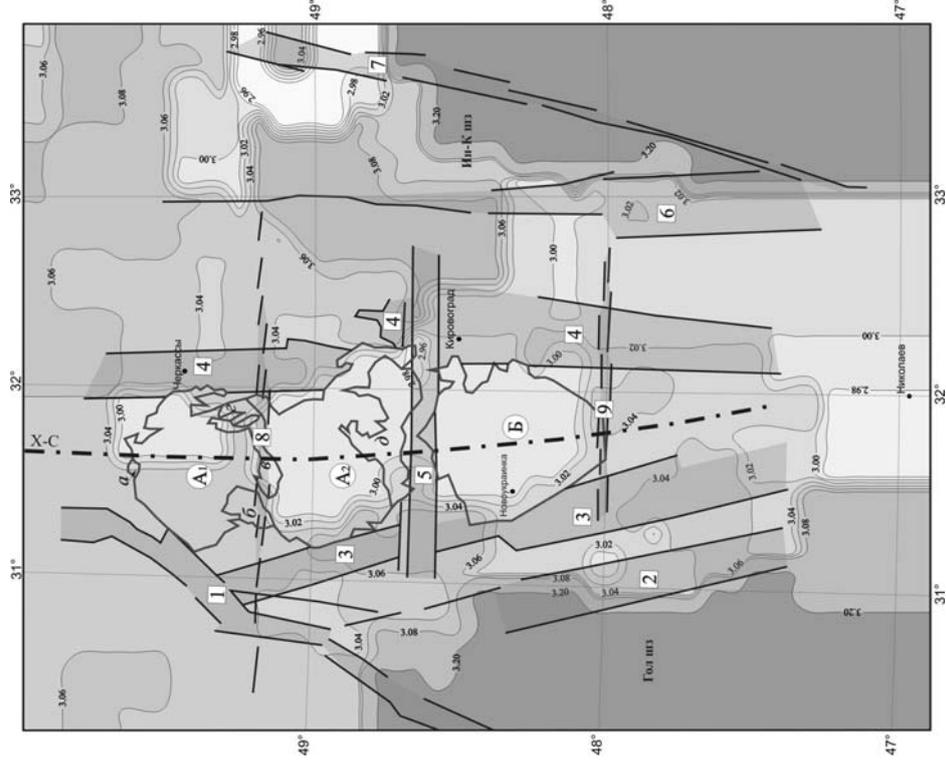


Рис. 5.1.9. Схема распределения плотности (г/см<sup>3</sup>) на разделе Мохо. Другие условные обозначения см. на рис. 5.1.1.

*Межиричанский, Русскополянский массивы* габбро-анортозитов на поверхности фундамента характеризуются плотностью  $2,70 \text{ г/см}^3$  (см. рис. 5.1.4). *Городищенский, Смелянский* представлены породами с плотностью  $2,64, 2,62$  и  $2,63 - 2,65 \text{ г/см}^3$  соответственно. *Новомиргородский массив* трансрегиональным тектоническим швом Херсон–Смоленск на поверхности фундамента делится на западную, менее плотную ( $2,63 - 2,65 \text{ г/см}^3$ ), и восточную, более плотную ( $2,70 \text{ г/см}^3$ ) части (см. рис. 5.1.4). Анализ распределения плотности с глубиной по срезам показывает, что только в Межиричанском и в западной части Новомиргородского массивов наблюдается постепенное увеличение плотности до глубины 10 км, а в остальных массивах уже к глубине 5 км ее значения приближаются к плотности окружающих структур (см. рис. 5.1.4 - 5.1.9).

**Площадь развития биотитовых гнейсов**, расположенная между Кировоградской и Криворожско-Кременчугской зонами разломов, характеризуется повышенной плотностью пород на поверхности фундамента в южной части ( $2,70 \text{ г/см}^3$ ) (см. рис. 5.1.4). При приближении к Субботско-Мошоринской зоне разломов плотности уменьшаются до  $2,69 - 2,67 \text{ г/см}^3$ . К северу от нее породы разуплотнены ( $2,61 - 2,63 \text{ г/см}^3$ ). Для пород южной части характерно скачкообразное изменение плотности на глубинах 6, 16, 20, 30 км с индивидуальным градиентом для каждого тела и глубинного интервала, а также наличие зон с нулевым градиентом нарастания плотности с глубиной. В северной части структуры (севернее Субботско-Мошоринской зоны разломов) также учтены в модели скачкообразные изменения плотности с глубиной, но на других глубинах – 5, 10, 18, 30 км. В интервале глубин от поверхности фундамента до 10 км породы в южной части площади уплотнены по сравнению с северной, а в интервале 10 - 20 км, наоборот, уплотнение наблюдается на севере (см. рис. 5.1.4 - 5.1.7). На глубине 30 км (см. рис. 5.1.8) плотность постепенно уменьшается с юга на север (от  $2,96$  до  $2,92 \text{ г/см}^3$ ), а на поверхности Мохо (см. рис. 5.1.9), наоборот, увеличивается в том же направлении (от  $3,00$  до  $3,08 \text{ г/см}^3$ ).

**Шовные зоны.** Голованевская шовная зона с поверхности фундамента представлена основными породами с плотностью 2,80 - 2,83 г/см<sup>3</sup>, что значительно превышает плотность окружающих ее структур, и эта разность сохраняется по всему разрезу земной коры (от поверхности фундамента до поверхности Мохо) (см. рис. 5.1.4 - 5.1.9).

Плотность пород, слагающих осевую часть зоны, с глубиной увеличивается от 2,65 и 2,80 - 2,82 г/см<sup>3</sup> на поверхности фундамента (см. рис. 5.1.4) до 2,90 - 2,94 г/см<sup>3</sup> на 20 км (см. рис. 5.1.7). Интенсивнее всего плотность увеличивается в приповерхностном слое – от 0 до 10 км (см. рис. 5.1.4 - 5.1.6). С глубиной градиент плотности уменьшается, однако зона отличается от соседних структур вплоть до поверхности Мохо. В глубинной части зоны распространен слой повышенной плотности (коромантийная смесь) со значением ее на кровле 3,04 и 3,20 г/см<sup>3</sup> на подошве.

Породы *Ингулецко-Криворожской шовной зоны* имеют плотность на поверхности фундамента 2,62 - 2,64 г/см<sup>3</sup> с отдельными телами повышенной плотности (2,68 - 2,71 г/см<sup>3</sup>) на юге и в центре зоны (см. рис. 5.1.4). С глубиной плотность изменяется градиентно, достигая на глубине 20 км значений 2,86 - 2,88 г/см<sup>3</sup> в южной и центральной частях и 2,84 - 2,98 г/см<sup>3</sup> на севере (см. рис. 5.1.7). Севернее Субботско-Мошоринской зоны разломов до Смелянской широтной зоны с глубины 16 км площадь делится на две части – западную, более плотную, и восточную, менее плотную. Разность в значениях плотности сохраняется до поверхности Мохо (см. рис. 5.1.9). К северу от Смелянской зоны разломов от 10 до 30 км присутствует область повышенной плотности, которая на поверхности Мохо не фиксируется (см. рис. 5.1.9). В этой части Ингулецко-Криворожской шовной зоны наблюдаются скачки плотности в одних телах на глубинах 0, 6, 10 и 20 км, в других – на 5, 10 и 20 км.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что Голованевская шовная зона более однородна в плотностном отношении, а Ингулецко-Криворожская Бобринецкой, Субботско-Мошоринской и Смелянской

широтными зонами разломов разделена на несколько частей, в которых плотность изменяется как по площади, так и с глубиной.

Выводы.

Ингульский мегаблок по результатам плотностного моделирования четко делится на западную и восточную части по шву Херсон-Смоленск: западная часть представлена плотными породами по всему разрезу земной коры, а восточная – более легкими.

Земная кора гранитоидных структур Ингульского мегаблока (Корсунь-Шевченковского, Шполянского массивов рапакививидных гранитов и Новоукраинского массива трахитоидных гранитов) разделена на два слоя со скачком плотности на глубине 12 и 17 км: в верхнем слое залегают слабоплотные породы 2,62 (2,65) г/см<sup>3</sup>, а в нижнем – уплотненные до 2,88 (2,90) г/см<sup>3</sup> уже под линией раздела.

Земная кора Корсунь-Новомиргородского плутона разделена по латерали на две части: западную и восточную. Изменение плотности пород в обеих частях до глубины 12 км имеет различный характер: в восточной части присутствуют три скачка на глубинах 2, 5 и 12 км, а в западной — только на глубине 12 км.

Межиричанский массив габбро-анортозитов прослеживается до глубины 10 км повышенной плотностью, а плотности остальных массивов габбро-анортозитов уже к глубине 5 км сравниваются с плотностью вмещающих пород.

Площадь развития биотитовых гнейсов по плотности делится на три части: южную, центральную и северную, которые различаются по характеру распределения плотности с глубиной. Границами деления являются Бобринецкая и Субботско-Мошоринская широтные зоны разломов.

## 5.2. Трехмерная плотностная и магнитная модели литосферы Центральной части Карельского кратона

Геолого-геофизические работы, проведенные за последние четыре десятилетия на приграничной территории, были весьма разнообразны как по масштабам изучения строения земной коры, так и по методам. Однако некоторые результаты этих исследований до сих пор неоднозначны и весьма противоречивы. Разрабатываемое крупнейшее Костомукшское месторождение качественных железистых кварцитов, медно-никелевые месторождения, связанные с синорогенными мафит-ультрамафитовыми интрузиями свекокарельского возраста, обнаруженные месторождения золота, кимберлитовых тел, делают очевидной необходимость более детального комплексного доизучения глубинного строения этого региона.

*Задача исследований.* Выявить детали глубинного строения земной коры, уточнить состав и структуру центральной части Карельского кратона на основе результатов известной геолого-геофизической информации, дополненной новейшими данными.

Район исследований (рис. 5.2.1) включает приграничную территорию восточной Финляндии и западной Карелии ( $62.0^{\circ} - 65.5^{\circ}$  с.ш.,  $28.3^{\circ} - 34.0^{\circ}$  в.д.), где ранее выполнялось двумерное моделирование в центральной части Фенноскандии [95–105]. Это область сочленения архейского Карельского кратона и протерозойского Центрально-Финляндского гнейсо-гранитного блока. Территория особенно благоприятна для изучения внутренней структуры консолидированной коры, так как здесь отсутствует искажающее влияние осадочного чехла, что создает хорошие возможности для непосредственного исследования и сопоставления геологических и глубинных геофизических данных.

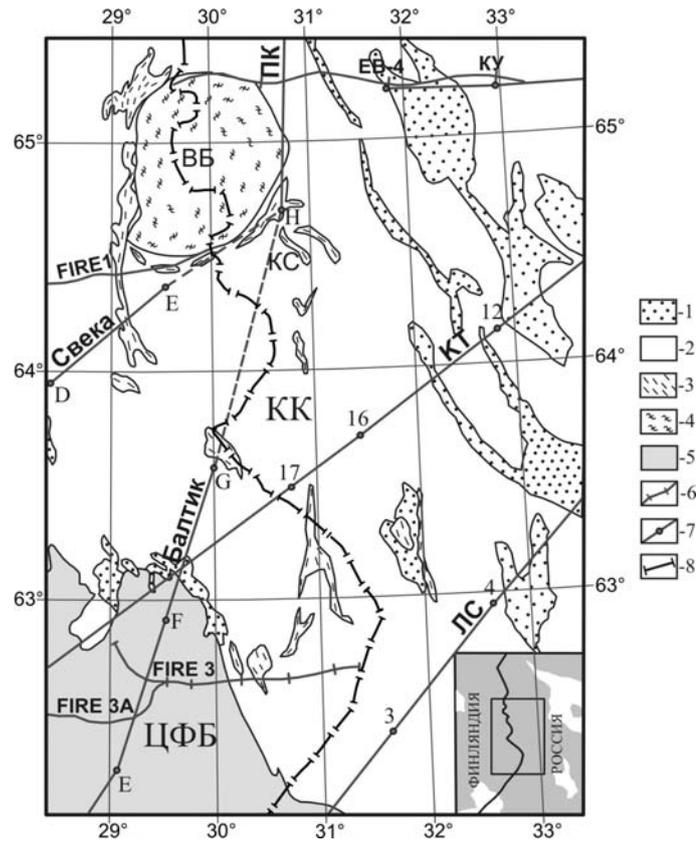


Рис. 5.2.1. Схема геологического строения и сейсмической изученности центральной части Карельского кратона: 1 – протерозойские кристаллические вулканогенно-осадочные толщи, 2 – архейские гранитогнейсовые кристаллические образования, 3 – позднеархейские зеленокаменные пояса, 4 – раннеархейские гранулитовые кристаллические образования Вокнаволоковского блока, 5 – свекофеннские гранитогнейсовые образования, 6 – фрагменты сейсмических профилей ОГТ (ЕВ-4; FIRE 1 (Вартиус-Ийсалми); FIRE 3 (Менке-Оутокумпу); FIRE 3А (Виниярви-Леппявирта)), 7 – фрагменты сейсмических профилей ГСЗ с пунктами взрыва (ПК (Печенга-Костомукша); КУ (Кемь-Ухта); КТ (Кемь-Тулос); Свека; Балтик; ЛС (Лакденпохья-Сегозеро)), 8 – государственная граница. КК – Карельский кратон, ВБ – Вокнаволоковский блок, ЦФБ – Центрально-Финляндский протерозойский гнейсо-гранитный блок, КС – Костомукшская зеленокаменная структура. На врезке показан район исследований.

**Трехмерная плотностная модель земной коры.** При создании трехмерной плотностной модели земной коры Центральной части Карельского кратона были использованы: 1) данные сейсмометрии (рис. 5.2.1) по профилям ОГТ: EB-4; FIRE 1 (Вартиус-Ийсалми); FIRE 3 (Мёнкё-Оутокумпу); FIRE 3А (Виниярви-Леппявирта) и профили ГСЗ: ПК (Печенга-Костомукша); КУ (Кемь-Ухта); КТ (Кемь-Тулос); Свека; Балтик; ЛС (Лахденпохья-Сегозеро); 2) карта гравитационного поля в цифровом виде по сети  $2,5 \times 2,5$  км (аномалии Буге,  $\rho = 2,67$  г/см<sup>3</sup>) [106] (рис. 5.2.2); 3) схема глубины залегания раздела М [103] представленная на рис. 5.2.3; 5.2.4; 4) геологическая карта восточной части Фенноскандинавского щита [107]; 5) петроплотностная карта восточной части Фенноскандинавского щита [108].

Методика построения трехмерной плотностной модели детально описана в разделе 5.1.

Расчеты гравитационного эффекта консолидированной коры проводились с помощью автоматизированной системы «GMT-Auto» [8, 14, 16]. Расчет гравитационного эффекта и формирование цифровой модели выходной информации о среде и проводились по сети  $5 \times 5$  км.

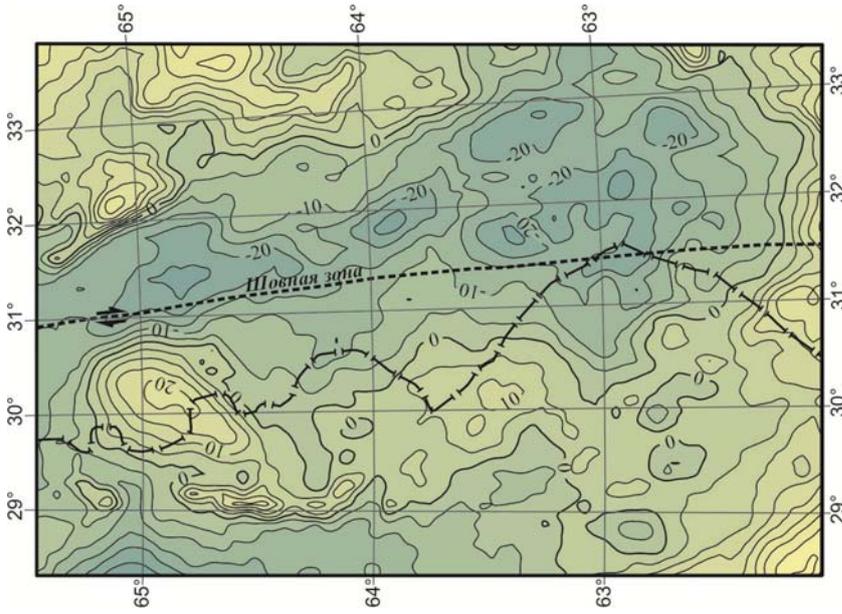


Рис. 5.2.2. Гравитационное поле (аномалии Буге) центральной части Карельского кратона. Другие условные обозначения см. на рис. 5.2.1.

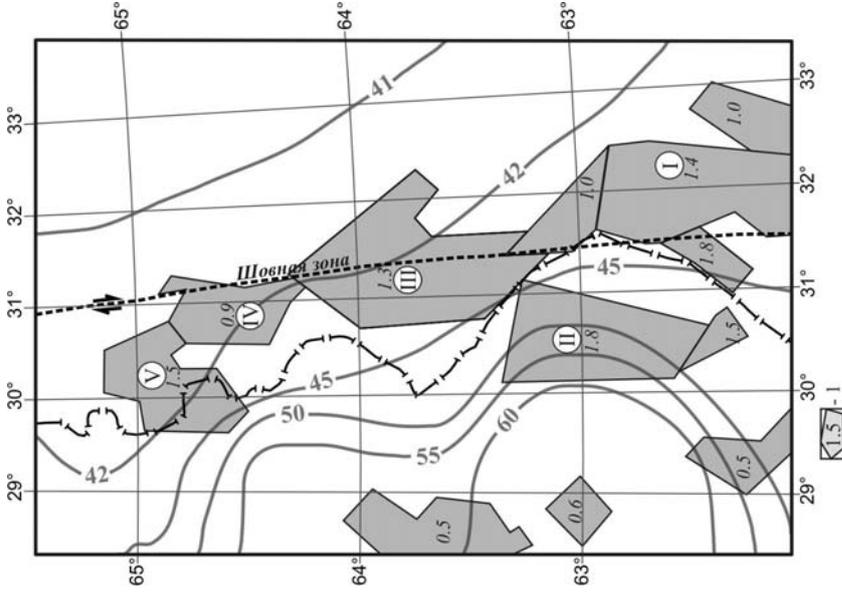


Рис. 5.2.3. Схема глубины залегания раздела М, км: 1 – проекции на поверхность М средненижнекоровых источников магнитных аномалий, цифры – значения намагниченности, А/м. Цифры в кружках – глубинные источники магнитных аномалий (I – Толвоярвинская, II – Восточно-Финская, III – Ребольская, IV – Костомукшская, V – Вокнаволоцкая). Другие условные обозначения см. на рис. 5.2.1.

*Структура и параметризация модели.* При построении трехмерной плотностной модели консолидированной коры региона в качестве исходной информации выбрана ранее полученная четырехслойная скоростная модель земной коры [103]. Данная модель имеет следующие характеристики: верхний слой (верхний этаж) ( $V_p = 5,90 - 6,20$  км/с,  $\rho = 2,60 - 2,75$  г/см<sup>3</sup>); средний ( $V_p = 6,30 - 6,50$  км/с,  $\rho = 2,75 - 2,90$  г/см<sup>3</sup>); нижний ( $V_p = 6,60 - 6,80$  км/с,  $\rho = 2,90 - 3,00$  г/см<sup>3</sup>); четвертый высокоскоростной слой ( $V_p = 7,00 - 7,30$  км/с,  $\rho = 3,00 - 3,20$  г/см<sup>3</sup>); мантия ( $V_p = 8,00 - 8,20$  км/с,  $\rho = 3,40$  г/см<sup>3</sup>). В процессе моделирования была введена дополнительная граница на глубине 5 км.

В результате получена пятислойная модель:

- 1 слой – от 0 км до 5 км;
- 2 слой – от 5 км до границы  $K_1$ ;
- 3 слой – от границы  $K_1$  до  $K_2$ ;
- 4 слой – от границы  $K_2$  до  $K_3$ ;
- 5 слой – от границы  $K_3$  до раздела М.

Схемы глубин залегания границ раздела слоев модели ( $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$ ) построены по площади с использованием всей имеющейся сейсмической информации вдоль профилей ГСЗ [103] и представлены на рис. 5.2.4 - 5.2.6. По данным сейсмометрии вдоль профилей ГСЗ в низах земной коры выявлены области высоких скоростей. Это так называемая коромантийная смесь, ее распределение по площади представлено на рис. 5.2.7.

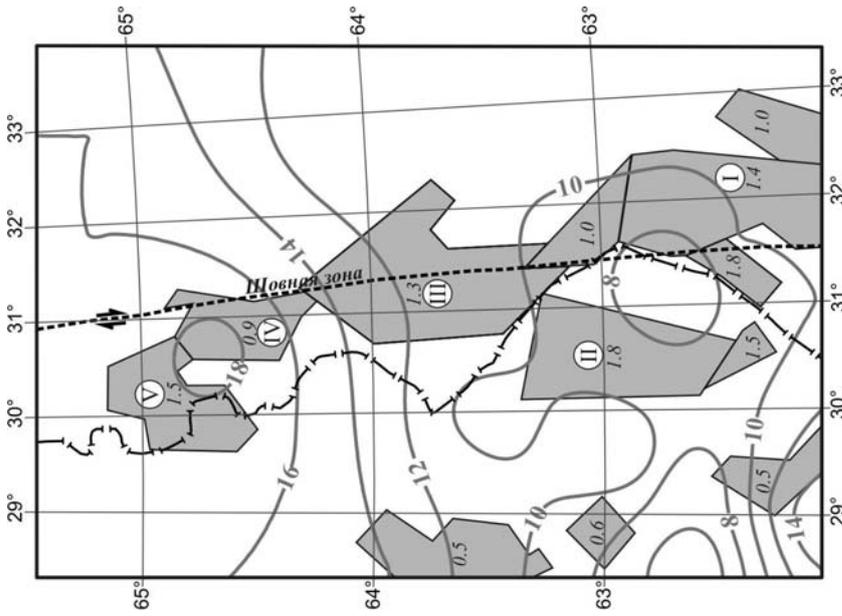


Рис. 5.2.4. Схема глубины залегания границы  $K_1$  (км) и положение верхних кромок источников региональных магнитных аномалий (РМА). Другие условные обозначения см. на рис. 5.2.1, 5.2.3..

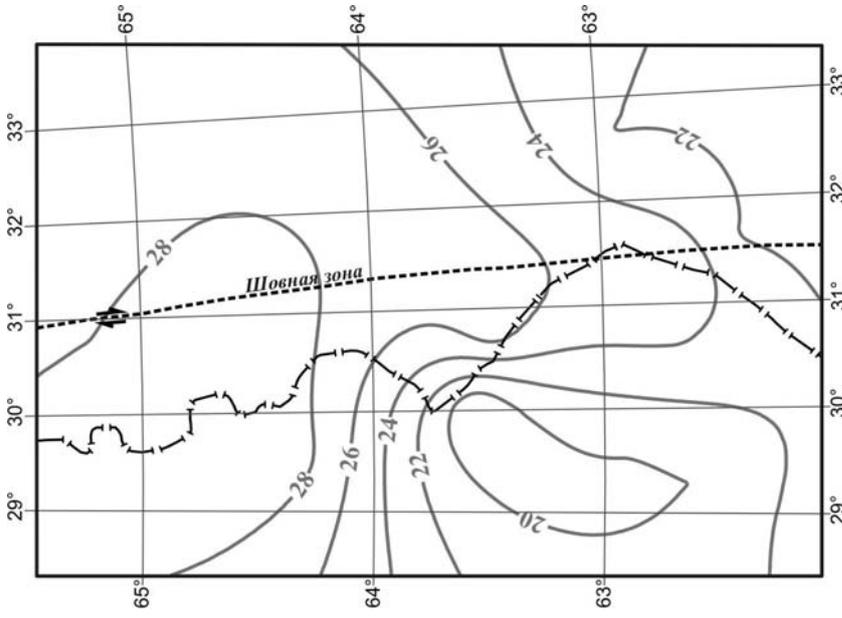


Рис. 5.2.5. Схема глубины залегания границы  $K_2$ , км. Другие условные обозначения см. на рис. 5.2.1.

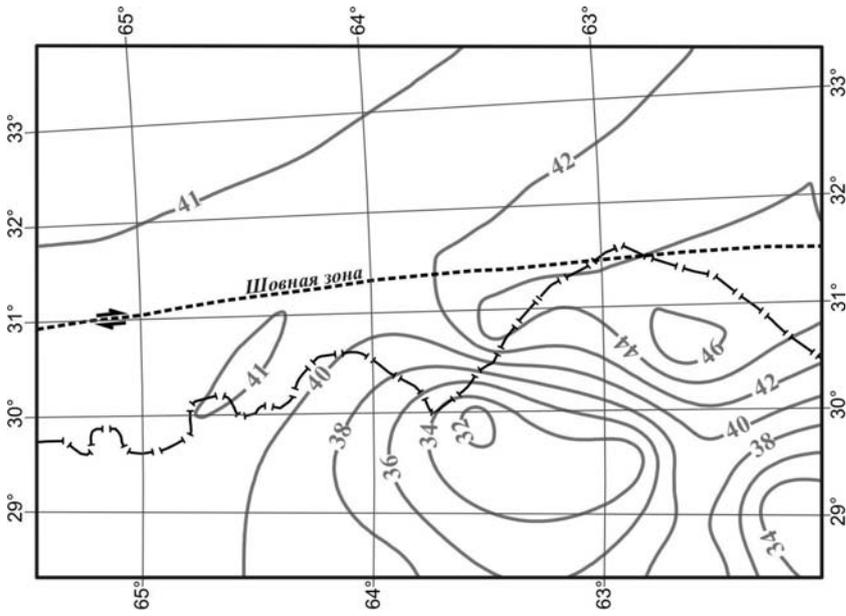


Рис. 5.2.6. Схема глубины залегания границы  $K_3$ , км. Другие условные обозначения см. на рис. 5.2.1.

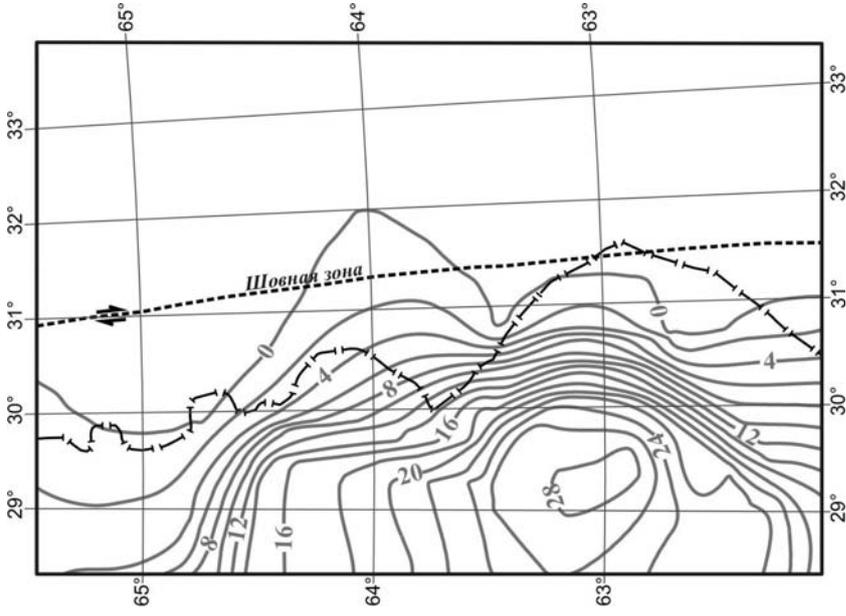


Рис. 5.2.7. Область распространения коромангитной смеси и ее мощность, км. Другие условные обозначения см. на рис. 5.2.1.

Для составления первого варианта расчетной модели контуры блоков и тел для верхней части коры в слое 0 - 5 км (рис. 5.2.8) определялись в соответствии с морфологией структур докембрийского фундамента [107] и с учетом наблюдаемого поля силы тяжести. При плотностной параметризации использовалась также петроплотностная характеристика пород [108]. Границы блоков и значение их плотности глубже 5 км корректировались по полученному разностному полю между наблюдаемым и рассчитанным гравитационным эффектом коры. Уточнение значений плотности внутри расчетных слоев в процессе моделирования выполнялось в соответствии с возможными изменениями их состава. В восточной части региона исследований в слое 5 км -  $K_1$ , как правило, отмечается инверсия плотности с уменьшением ее до  $2,60 \text{ г/см}^3$ . Аналогичная картина получена для зеленокаменных структур Среднеприднепровского мегаблока Украинского щита [89].

*В результате трехмерного плотностного моделирования* было получено следующее: схема распределения плотности в слое 0 - 5 км (рис. 5.2.8), схема распределения плотности на глубине 5 км (рис. 5.2.9), схема распределения плотности на границе  $K_1$  (рис. 5.2.10), а также схема распределения плотности на уровне поверхности  $K_1$  в третьем слое ( $K_1 - K_2$ ) (рис. 5.2.11). Распределение плотности на границе  $K_1$  во втором и третьем слоях представлено разными схемами, что связано со скачкообразным изменением плотности в отдельных телах модели.

Первый слой (0 – 5км) в плотностной модели представлен блоками с постоянной средней плотностью в каждом (рис. 5.2.8). Значение плотности в них варьирует от  $2,59$  до  $2,94 \text{ г/см}^3$  и оценено по петрофизическим данным [108]. Земная кора до границы  $K_1$  разделена шовной зоной на восточную и западную части, которые отличаются распределением плотности как по площади, так и с глубиной. Шовная зона проявляется в этом слое субмеридиональной переходной областью с плотностью  $2,66 \text{ г/см}^3$ , за исключением южной части, где в ней присутствует два тела с плотностью

2,62 и 2,80 г/см<sup>3</sup>. Западная часть участка состоит из крупных блоков плотностью от 2,67 до 2,80 г/см<sup>3</sup> и зеленокаменного пояса Кухмо, который характеризуется повышенными значениями плотности (2,82 - 2,94 г/см<sup>3</sup>) по сравнению с окружающими структурами. Отметим, что тело с обобщенной плотностью 2,8 г/см<sup>3</sup> включает в себя известный Вокнаволоцкий блок, выделяющийся в наблюдаемом гравитационном поле положительной аномалией интенсивностью от 14 до 26 мГал, которая сменяется по периферии дугообразной зоной слабоположительных аномалий, постепенно переходящих в отрицательные аномалии. Восточная же часть участка исследований представлена большим количеством разных по размеру тел, плотность в которых изменяется от 2,59 до 2,78 г/см<sup>3</sup>.

*На глубине 5 км* (рис. 5.2.9) вся восточная часть разуплотнена до 2,60 г/см<sup>3</sup>. В западной части исследований тела укрупняются, сохраняя основной структурный план, а плотность в них нарастает до 2,75 - 2,82 г/см<sup>3</sup>. На большей части территории субмеридиональная переходная область сужается и плотность в ней остается равной 2,66 г/см<sup>3</sup>, а в южном направлении она расширяется и меняет плотность на 2,64 г/см<sup>3</sup>.

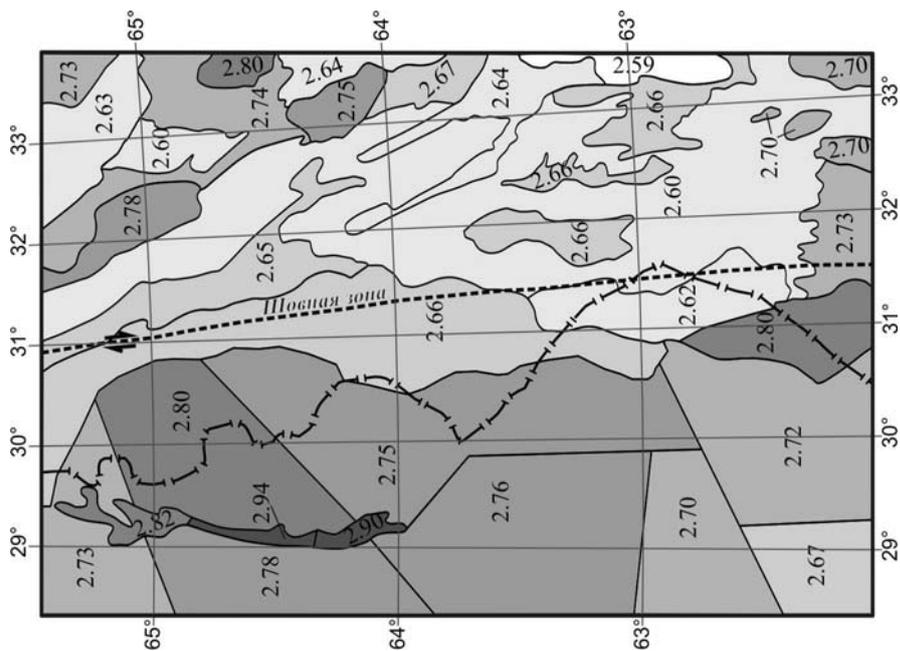


Рис. 5.2.8. Схема распределения средней плотности в слое от 0 до 5 км, г/см<sup>3</sup>. Другие условные обозначения см. на рис. 5.2.1.

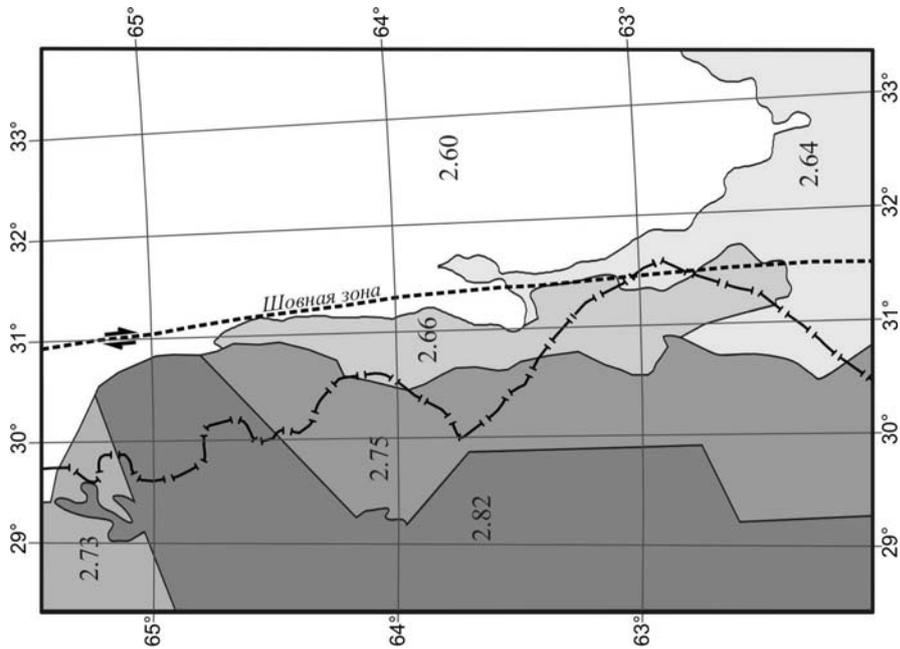


Рис. 5.2.9. Схема распределения плотности на кровле слоя 5 км -  $K_1$ , г/см<sup>3</sup>. Другие условные обозначения см. на рис. 5.2.1.

Распределение плотности на границе  $K_1$  во втором слое (рис. 5.2.10) для западной части не меняется в структурном и плотностном плане. В меридиональной переходной области плотность от кровли к подошве слоя нарастает градиентно с 2,66 на 2,73 г/см<sup>3</sup>. В восточной части участка плотность увеличивается до 2,70 г/см<sup>3</sup> за исключением небольшой территории на востоке, где значение плотности остается неизменным и равным 2,60 г/см<sup>3</sup> от кровли до подошвы слоя.

На уровне поверхности  $K_1$  в слое ( $K_1 - K_2$ ) (рис. 5.2.11) можно отметить отсутствие переходной области. На большей части территории плотность равна 2,75 г/см<sup>3</sup>, увеличиваясь на западе до 2,82 г/см<sup>3</sup>. Тело в северно-западной части участка с плотностью 2,73 г/см<sup>3</sup> сохраняется с поверхности фундамента до границы  $K_1$ .

Оценка распределения плотности в модели с глубиной далее происходит в соответствии с четырехслойной моделью земной коры, распределение плотности в которой приведено выше.

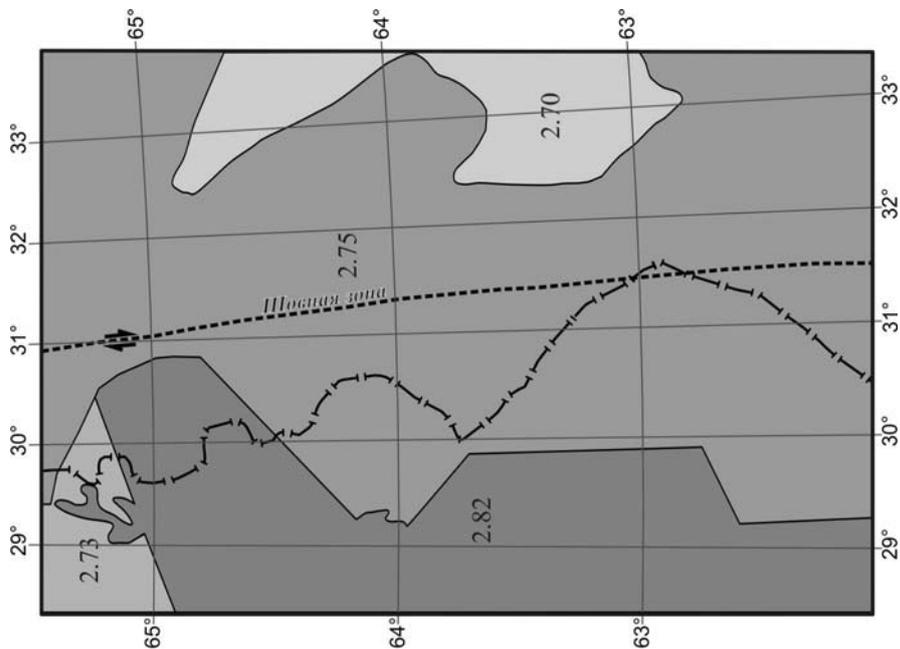


Рис. 5.2.11. Схема распределения плотности на границе  $K_1$  в слое  $K_1 - K_2$ ,  $\text{г/см}^3$ . Другие условные обозначения см. на рис. 5.2.1.

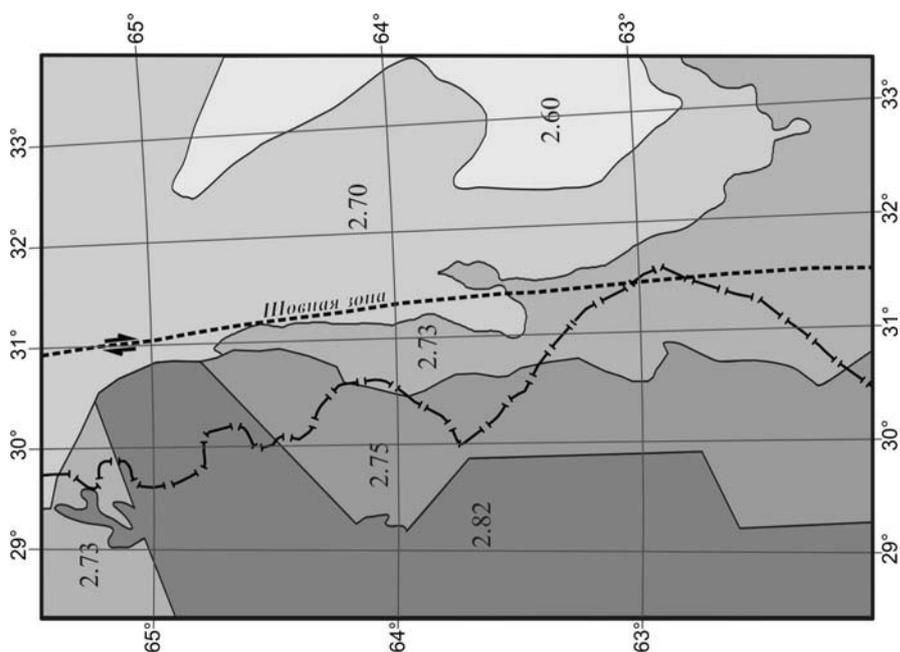


Рис. 5.2.10. Схема распределения плотности на подошве слоя 5 км -  $K_{1,1}$ . Другие условные обозначения см. на рис. 5.2.1.

Как результат моделирования на (рис. 5.2.12) представлено также разностное поле  $\Delta g$ . Наличие аномалий интенсивностью в  $-10$  мГал может быть объяснено недоучетом верхней части коры, представленной сложнодифференцируемым строением докембрийского фундамента, сложенного телами с мощностью часто менее 2 км. И, поэтому, в слое 0 - 5 км они были заданы обобщенными телами. Так на северо-западе такая аномалия объясняется плагиогранитным составом Лабукской дугообразной зоны Вокнаволоцкого блока. Также наличие этих аномалий может указывать на необходимость дальнейшей корректировки более глубоких горизонтов земной коры.

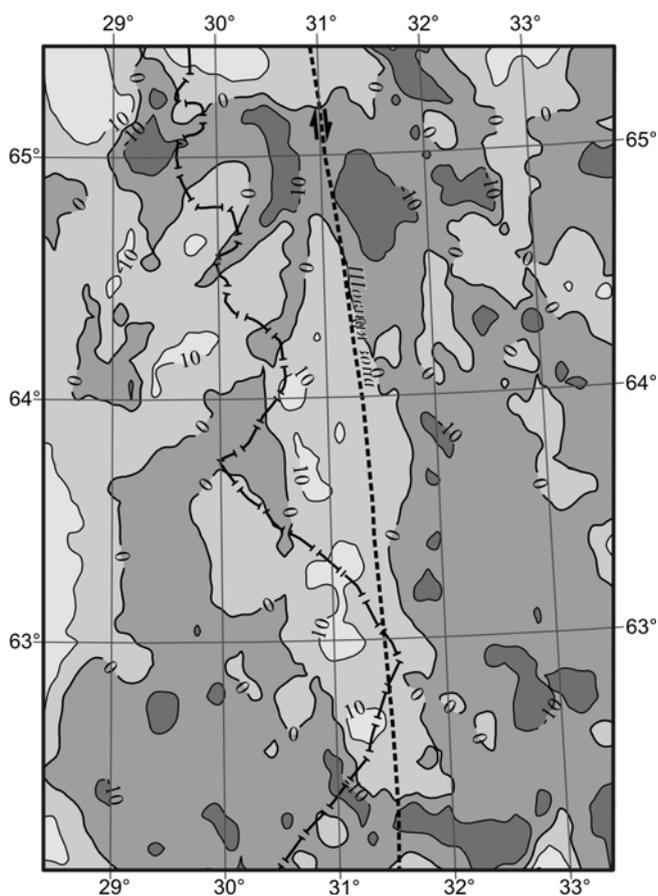


Рис. 5.2.12. Разностное поле  $\Delta g$ , мГал. Другие условные обозначения см. на рис. 5.2.1.

**Трехмерная магнитная модель средней и нижней частей земной коры.** Многолетняя практика исследования аномального магнитного поля показала наличие в его составе региональной компоненты, что позволяет

использовать его для изучения глубинного строения земной коры. К настоящему времени имеется большое количество публикаций, касающихся методики получения региональных магнитных аномалий (РМА), их математической интерпретации и истолкования природы источников [109, 110].

Большинство магнитных моделей земной коры изучаемого региона построено в двумерном варианте. Нам известен лишь один опыт построения трехмерной магнитной модели коры как части комплексной геофизической модели литосферы Фенноскандии в мелком масштабе с расчетом намагниченности по сетке  $0,5^\circ$  по широте,  $1^\circ$  по долготе и 4 км по глубине. Показано, что намагниченность нижней коры не превосходит 3-5 А/м [105].

В настоящее время есть достаточно полные данные для построения более детальной трехмерной магнитной модели земной коры: сводная карта аномального магнитного поля  $(\Delta T)_a$  в цифровом виде [106] с выборкой значений поля по сети  $1 \times 1$  км (рис. 5.2.13); данные распределения температур в разрезе коры [103]; геологическая и петромагнитная карты кристаллического основания масштаба 1 : 1 000 000 [107, 111], охватывающие приграничную территорию Карелии и восточной Финляндии. В более ранних работах при составлении магнитной модели коры российской части региона были использованы карта аномального магнитного поля, не увязанная с полем территории Финляндии, и результаты наземной магнитной съемки по интерпретационным профилям. Интенсивность аномалий по используемым нами данным и интенсивность полученных РМА оказалась примерно на 100 нТл ниже. Не исключено, что это связано с разным уровнем относимости полей разных государств. Как следствие, уменьшились и расчетные величины намагниченности глубинных источников.

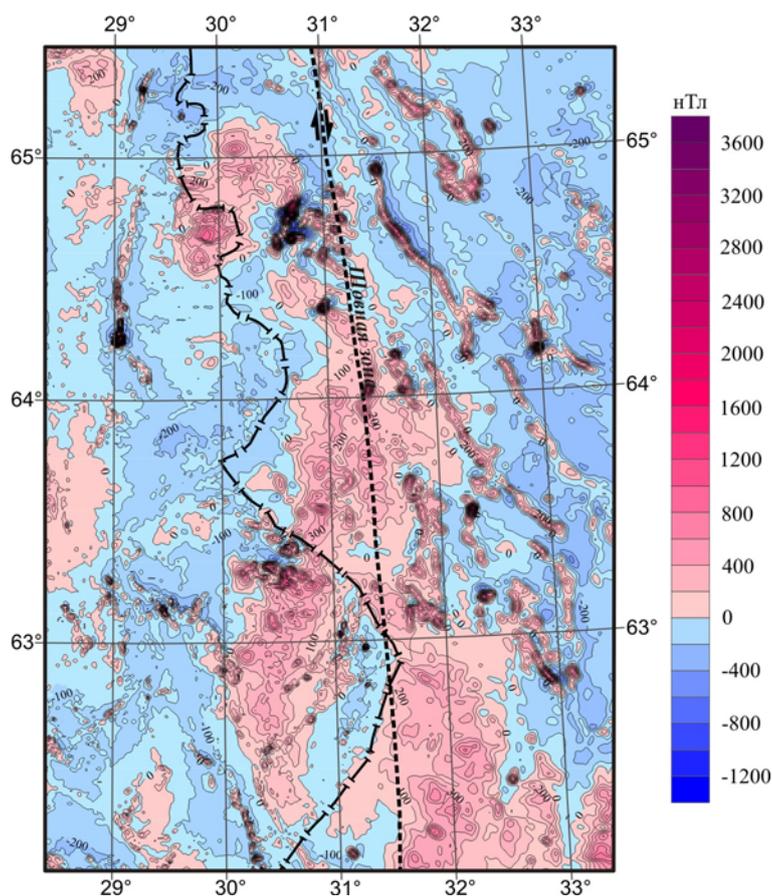


Рис. 5.2.13. Аномальное магнитное поле ( $\Delta T$ )а Центральной части Карельского кратона (изолинии в нТл). Другие условные обозначения см. на рис. 5.2.1.

Обобщение сейсмических данных о глубинном строении земной коры центральной части Карельского кратона с делением коры на три слоя и коромантийную смесь позволяет оценить интервалы глубин залегания верхних и нижних кромок источников РМА [103]. Интервалы плотности в предлагаемом послойном делении земной коры отвечают следующему среднему составу слоев – «гранитному», «диоритовому», «базальтовому» и базит-ультрабазитовому. Как показал опыт интерпретации РМА Балтийского, Украинского и Алданского щитов [109, 112, 113], источники локальных магнитных аномалий относятся к условному «гранитному» слою. Глубины до их нижних кромок не превышают 10 км, чему не противоречат оценки максимальных глубин распространения уникального Костомукшского железорудного месторождения (до 4.5 - 5.0 км) и синклинали в целом (6.5 км)

[114]. Глубины до верхних кромок источников региональных аномалий отвечают кровле «диоритового» слоя, нижние кромки при благоприятном температурном режиме располагаются на поверхности раздела М (рис. 5.2.3). При наличии в разрезе коромантийной смеси их положение дискуссионно и предполагает возможные изменения намагниченности. Мы склонны считать, что утолщение земной коры и появление в разрезе коромантийной смеси связано с магматической базификацией коры и преобладанием в ней пород основного состава повышенной намагниченности. Таким образом, в описанной модели источники РМА относятся к средней и нижней коре.

Опыт разделения магнитного поля на составляющие показал, что, оптимальным методом получения региональной компоненты аномального магнитного поля является геологическое редуцирование. Однако, при сложном геологическом строении с интенсивно дифференцированными магнитными параметрами пород верхней коры построение трехмерной модели «гранитного» слоя представляет специальную и весьма трудоемкую задачу. Формальные методы разделения поля в связи со сложным его характером требуют тщательного выбора параметров трансформаций, иногда переменных по площади. Учитывая эти обстоятельства, нами предлагается построение магнитной модели глубинной части коры следующим образом.

- Оценка геометрии проекций верхних граней источников РМА по исходному полю на основе уже имеющихся двумерных магнитных моделей по отдельным «опорным» профилям [110].

- Отнесение верхних и нижних кромок источников к подошве «гранитного» слоя и разделу М, соответственно, поскольку положение изотермической поверхности температуры Кюри магнетита оценивается на глубинах больших, чем глубины залегания раздела М.

- Последовательное приближение расчетного эффекта глубинных источников РМА к такому полю, при котором разностное поле между исходным и модельным, содержит только локальные аномалии, отвечающие

геологическим телам, обнажающимся на докембрийском фундаменте, и не содержит длинноволновую составляющую.

- Решение прямой задачи магниторазведки для оценки эффекта глубинных источников по программе Magnitka [11], предназначенной для расчета  $(\Delta T)_a$  в трехмерном варианте и в предположении однородной намагниченности, суммарный вектор которой направлен по вектору современного поля, а боковые грани имеют вертикальное падение.

Полученное таким образом модельное магнитное поле представляет его региональную компоненту и включает установленные ранее Толвоярвинскую, Ребольскую и Костомукшскую РМА, а также Восточно-Финляндскую и Вокнаволоксскую РМА в приграничной зоне Финляндии и три слабоинтенсивные положительные РМА в краевой юго-западной части района (рис. 5.2.14).

*3D магнитная модель средней и нижней коры.* На рис. 5.2.4 показаны рельеф кровли средней коры, отвечающий глубинам до верхних кромок источников РМА, и положение на кровле этого слоя верхних граней глубинных источников. В предположении, что боковые грани источников вертикальны, на рис. 5.2.3 приведены проекции нижних граней на поверхность рельефа раздела М, принятую за нижнее ограничение магнитоактивного слоя. Окончательный результат расчета эффекта источников, который рассматривается как региональная компонента аномального магнитного поля, приведен на рис. 5.2.14.

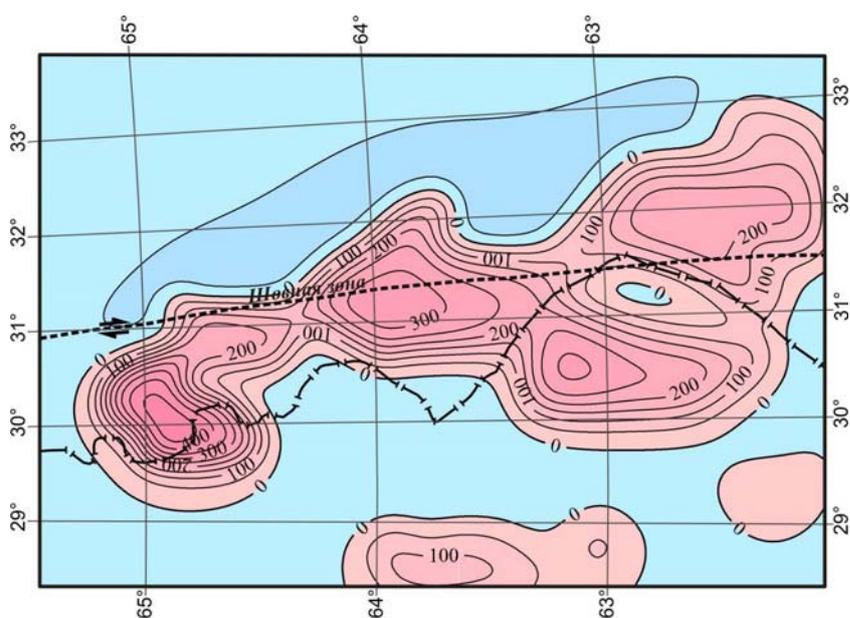


Рис. 5.2.14. Расчетный эффект источников РМА, нГл. Другие условные обозначения см. на рис. 5.2.1.

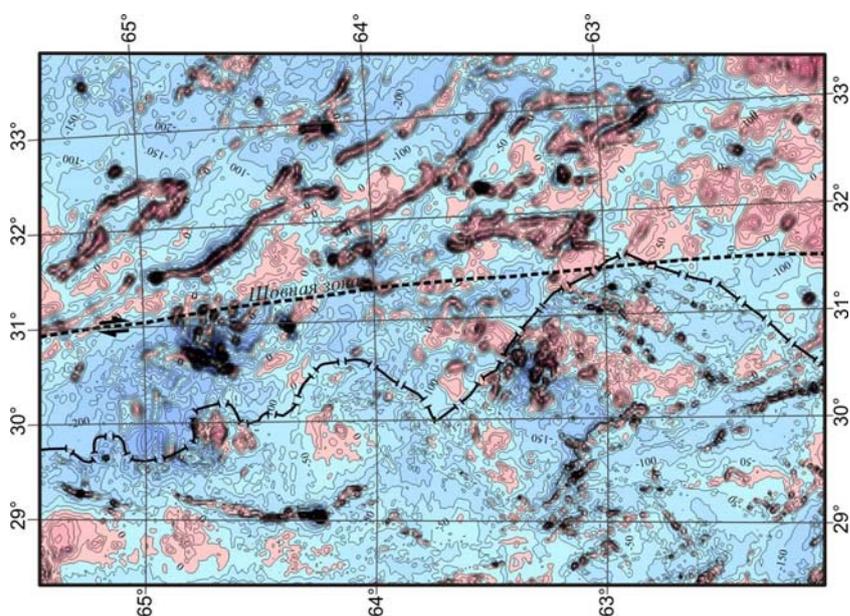


Рис. 5.2.15. Разностное поле ( $\Delta T$ )а, нГл. Другие условные обозначения см. на рис. 5.2.1.

Сопоставление разностного поля между исходным и модельным (региональным) (рис. 5.2.15) с геологической и петромагнитной картами докембрийского фундамента региона [107, 111] показало, что оно полностью отражает вещественную и структурную неоднородность верхней части коры и является, таким образом, локальной компонентой аномального магнитного поля. Оцененная намагниченность глубинных магнитных источников изменяется от 0,5 до 1,8 А/м.

Необходимо отметить, что при выбранной модели источников оценка их намагниченности зависит от принятого положения нижних кромок возмущающих тел. При глубине их залегания меньшей, чем глубина до раздела М, средняя намагниченность, соответственно, должна быть несколько выше, как это видно из предшествующих работ, когда предельная глубина до нижних кромок была принята равной 30 км.

Это касается в первую очередь источников, расположенных в юго-западной части площади и имеющих намагниченность 0,5 А/м. Именно здесь имеет наибольшую мощность коромантийная смесь (рис. 5.2.7).

Выводы.

В результате комплексной интерпретации современных сейсмических, гравиметрических, магнитометрических, петрофизических и геологических данных впервые для приграничной территории восточной Финляндии и западной Карелии построены согласованные трехмерные модели строения земной коры на всю ее мощность. Представленные 3D модели являются очередным шагом в познании структурных особенностей территории и металлогенических закономерностей. На основе полученных моделей сделаны следующие выводы.

Опираясь на двумерные сейсмические разрезы при построении трехмерной плотностной модели земной коры, получена пятислойная модель, которая позволила уточнить данные ГСЗ о расслоенности коры и распространить эти сведения на весь район исследований.

Установлено отличие в распределении плотности земной коры по

площади и с глубиной в восточной и западной частях региона, разделенных шовной зоной 31° в.д. Восточная часть представлена менее плотным разрезом коры, чем западная. Шовная зона прослеживается в верхнем и среднем слоях и сопровождается с запада зоной пониженной плотности.

Впервые построена трехмерная магнитная модель средней и нижней земной коры, охватывающая приграничную территорию Карелии и восточной Финляндии. Создание модели базировалось на сводной карте аномального магнитного поля, петромагнитной и геологической картах, данных ГСЗ и распределении температур в разрезе коры. Наиболее интенсивно намагниченные глубинные тела (источники Восточно-Финляндской, Толвоярвинской, Ребольской и Костомукшской региональных магнитных аномалий) трассируются вдоль шовной зоны, представляющей фрагмент долгоживущей Ладожско-Печенгской шовной структуры с многократной тектономагматической активизацией на протяжении постархейской истории развития щита.

В целом отмечается отсутствие корреляции плотностной и магнитной неоднородностей коры. Это говорит о связи образования глубинных магнитных источников с активизацией шовной зоны и формированием в ней вторичных ферромагнетиков.

### **5.3. Трехмерная плотностная модель осадочной толщи Турчанской впадины (Западные Карпаты)**

Турчанская (Turčianska) впадина (рис. 5.3.1) является одной из наиболее типичных внутригорных депрессий Западных Карпат. Она расположена в северной части Словакии, вытянута в ССВ-ЮЮЗ направлении и составляет около 40 км в длину и 10 км в ширину [115]. Впадина хорошо изучена геофизическими методами разных масштабов, а именно: сейсмическим, гравитационным, геоэлектрическим и тепловым [116–123]. Геофизические

измерения, проведенные в Турчанской впадине, были обобщены в работе [124], а их интерпретация была выполнена в 1991г. [125].

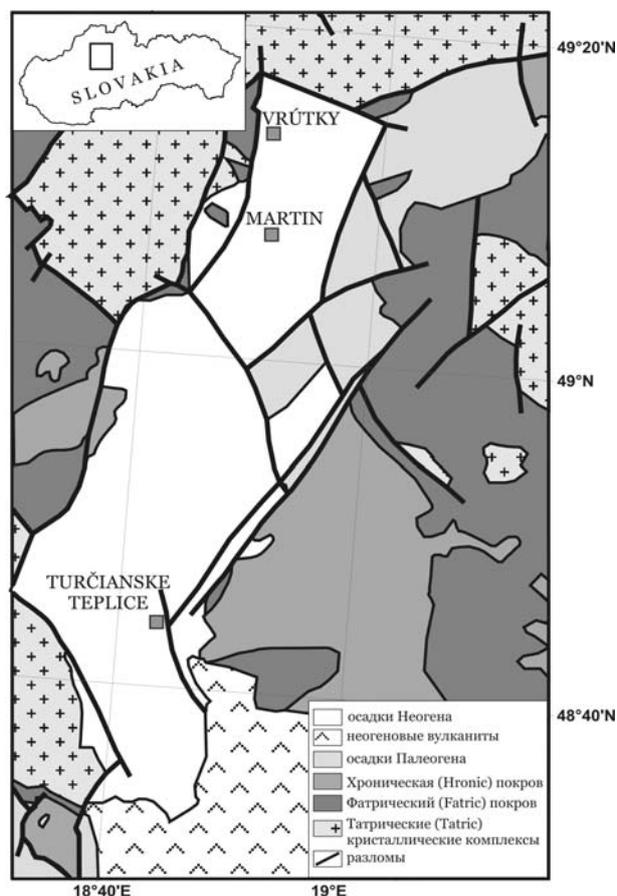


Рис. 5.3.1. Схематическая геологическая карта Турчанской впадины и прилегающей территории по [115; 126]. На врезке показан участок исследований.

Основной целью настоящей работы являлось получение остаточного гравитационного поля (stripped gravity map), которое отражает плотностные неоднородности консолидированной части коры и может быть использовано для геологической и геофизической интерпретации строения и состава дотретичного фундамента Тульчанской впадины.

Для этого был использован способ снятия гравитационных эффектов верхних частей модели, хорошо изученных геолого-геофизическими методами (stripping method), который является очень полезным для исследования фундамента и глубинного строения в различных осадочных

бассейнах [32, 127–129]. Как показали предыдущие исследования в осадочных бассейнах более четверти наблюдаемого гравитационного поля формирует суммарный гравитационный эффект осадочного чехла [например, 33, 130]. Он в значительной степени затушевывает характерные черты наблюдаемого поля, связанные с особенностями тектонического строения консолидированной коры. Чтобы выделить компоненты наблюдаемого поля, обусловленные фундаментом, необходимо было получить гравитационный эффект осадков и вычесть его из наблюдаемого поля.

При создании плотностной модели были использованы: 1) гравитационное поле в редукции Буге в масштабе 1 : 25000 [131]; 2) значения плотности пород по обобщенным геолого-геофизическим данным [31, 124, 126, 131, 132], а также полученные по скважинам GT-5, GT-11, GT-12, ZGT-3 и GHŠ-1 [125]; 3) схема глубин залегания докембрийского фундамента (Michalík & Kučera) [131]; 4) геологическая информация о глубинном строении [115, 133–135]; 5) региональный фон, отражающий гравитационные эффекты глубинных неоднородностей коры (главным образом гравитационный эффект Мохо [136]). Дополнительно были использованы данные геоэлектрического профилирования и вертикального электрического зондирования.

*Наблюдаемое гравитационное поле.* Отрицательное гравитационное поле Турчанской впадины в региональном плане постепенно возрастает с юго-запада на северо-восток, характеризуется значительными градиентами на ее бортах и хорошо коррелирует с рельефом фундамента. В поле четко проявляются три локальных гравитационных минимума, совпадающие с основными локальными суббассейнами впадины [31, 126]. Минимум Мартин (Martin) наиболее интенсивный (–42 мГал) и расположен в северо-восточной части впадины. Словенско-Правно минимум (Slovenské Pravno) наблюдается в центральной части и характеризуется максимальным значением поля –36 мГал. Новодворский минимум (Nový Dvov) расположен в юго-западной части впадин и имеет наименьшую интенсивность (–32 мГал) и ы (рис. 5.3.2).

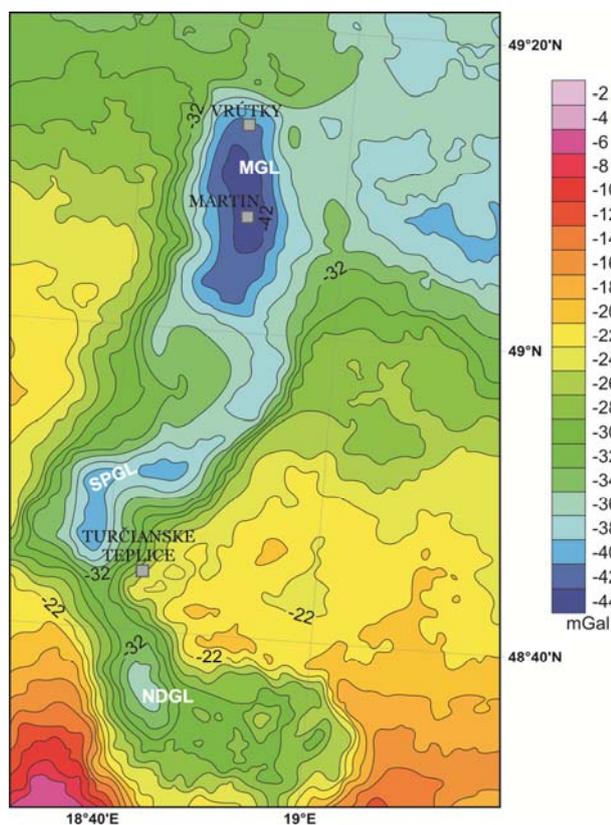


Рис. 5.3.2. Карта гравитационного поля в редукции Буге (Куцера и Michalík [137]). Гравитационные минимумы: MGL - Мартин, SPGL - Словенско-Правно, NDGL - Новодворский.

*Рельеф фундамента.* Турчанская впадина заполнена осадками палеогенового, неогенового и четвертичного возраста. Рельеф фундамента (мощность третичных отложений) представлена на рис. 5.3.3. На этой карте хорошо видны локальные суббассейны: Мартин (Martin), Словенско-Правно (Slovenské Pravno) и Новодворский (Nový Dvŕ). В крупнейшем суббассейне Мартин область наибольшей мощности осадочных отложений (до 3000 м) совпадает в плане с наибольшим относительным минимумом поля силы тяжести. В северной части присутствуют несколько локальных областей с глубиной более 2000 м, а в северо-восточной части суббассейна рельеф дотретичного фундамента формирует плато с глубинами порядка 350 м. В Словенско-Правно и Новодворском суббассейнах глубина залегания фундамента наибольшая (более 3000 м). Эти бассейны отделены от

суббассейна Мартин областью небольших глубин залегания фундамента (до 500 м).

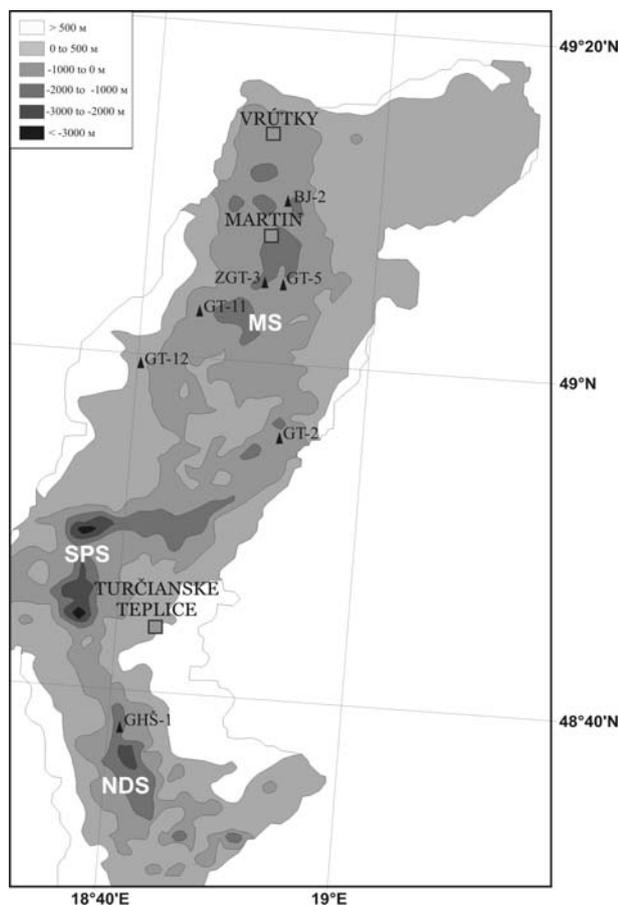


Рис. 5.3.3. Схема глубины залегания дотриасового фундамента, м (Kučera и Michalík [138]). Суббассейны: MS - Мартин, SPS - Словенско-Правно, NDS - Новодворский.

*Плотностные модели.* Изучение и анализ плотности пород, полученной по обобщенным геолого-геофизическим данным [31, 124, 126, 131, 132], а также по скважинам GT-5, GT-11, GT-12, ZGT-3 и GHŠ-1 [125] показали, что плотность пород изменяется в широких пределах как по вертикали, так и по горизонтали. Поэтому определить среднее значение плотности весьма сложно. В связи с этим было построено две модели с линейным градиентом изменения плотности в них с глубиной (рис. 5.3.4).

Относительные величины плотности представляют собой разницу между принятой плотностью и плотностью приведения, равной  $2,67 \text{ г/см}^3$ , которая является средней для дотриасовых пород фундамента.

В первой модели (рис. 5.3.4а) площадь впадины была разделена на две части: южную и северную. Первая, включающая в себя суббассейны Мартин и Словенско-Правно, представлена неогеновыми комплексами. Согласно данным скважины GHŠ-1 [125] в ней принята плотность  $2,33 \text{ г/см}^3$ . Эта часть отличается не только наличием вулканогенного осадочного комплекса, но и низкими значениями плотности вышележащих неогеновых отложений ( $2,04 \text{ г/см}^3$ ). В северной части впадины, включающей в себя Новодворский суббассейн, градиентное изменение плотности от  $2,4$  на кровле до  $2,5 \text{ г/см}^3$  на подошве осадочного слоя базируется на средних значениях плотности неогеновых и палеогеновых отложений, полученных по данным скважин GT-5, GT-11, GT-12, ZGT-3 [125].

Во второй плотностной модели (рис. 5.3.4б) средние значения плотности южной части впадины несколько ниже ( $2,0 - 2,3 \text{ г/см}^3$ ). Северная часть, включающая в себя суббассейны Мартин и Словенско-Правно, разделена на две части, поскольку восточная часть сформирована преимущественно палеогеновыми осадками. Западная часть представлена средней плотностью неоген-палеогеновых отложений ( $2,0-2,5 \text{ г/см}^3$ ) согласно данным полученным по скважинам GT-5, GT-11, GT-12 и ZGT-3 [125]. Средние плотности палеогеновых отложений, которые формируют восточную часть ( $2,5-2,55 \text{ г/см}^3$ ) были приняты по данным [31, 126].

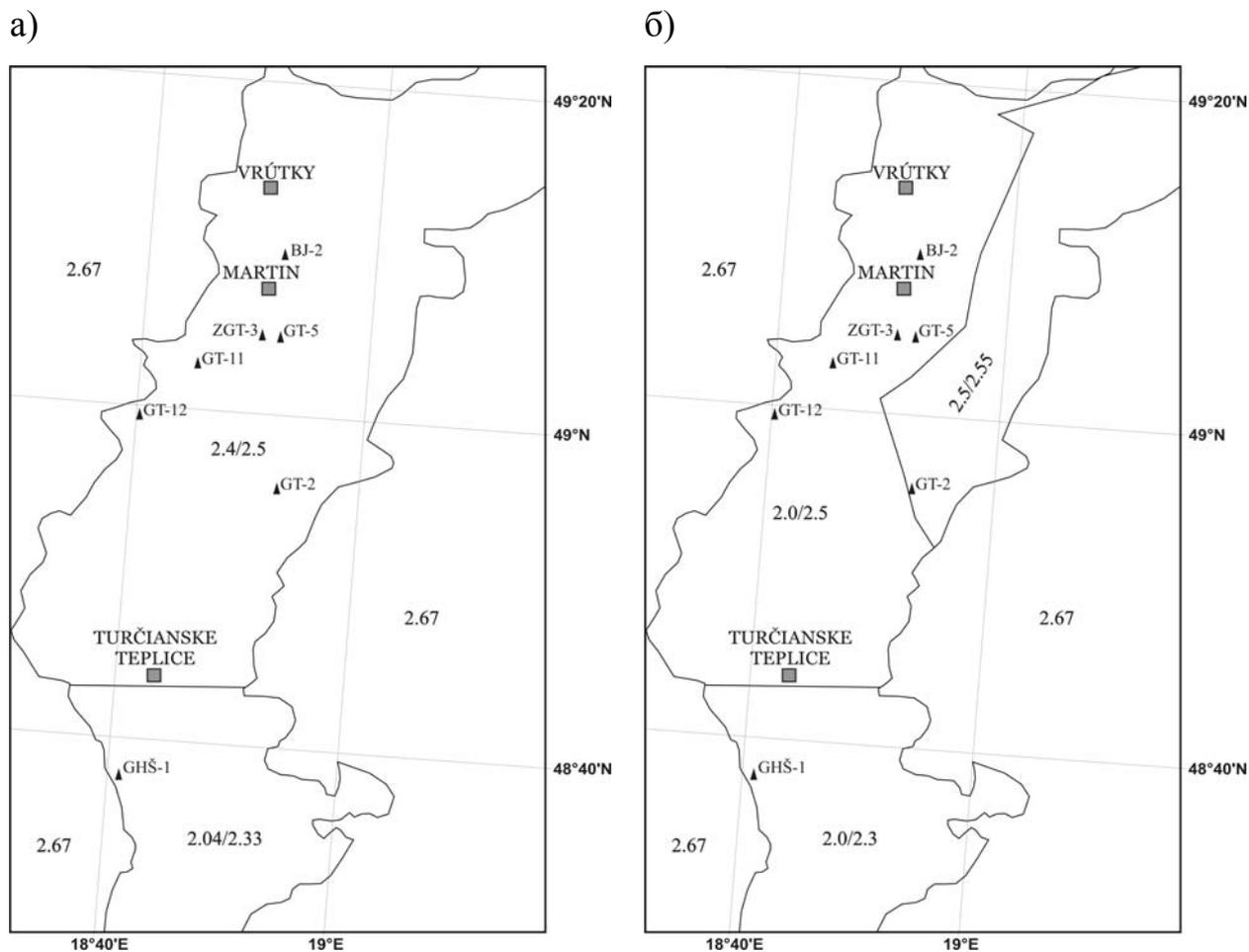


Рис. 5.3.4. Плотностные модели осадочного чехла Турчанской впадины.

Гравитационные эффекты плотностных моделей были рассчитаны с помощью автоматизированной системы «GMT-Auto» [14].

Как видно на рис. 5.3.5, характер поля моделей очень похож, они различаются лишь амплитудой аномалий, которая меньше в первой модели (рис. 5.3.5а) и выше во второй (рис. 5.3.5б). В суббассейнах Мартин и Словенско-Правно гравитационный эффект осадочной толщия равен  $-6$  мГал и  $-12$  мГал, соответственно. Для Новодворского суббассейна амплитуда гравитационного эффекта одинакова в обеих плотностных моделях (около  $-11$  мГал).

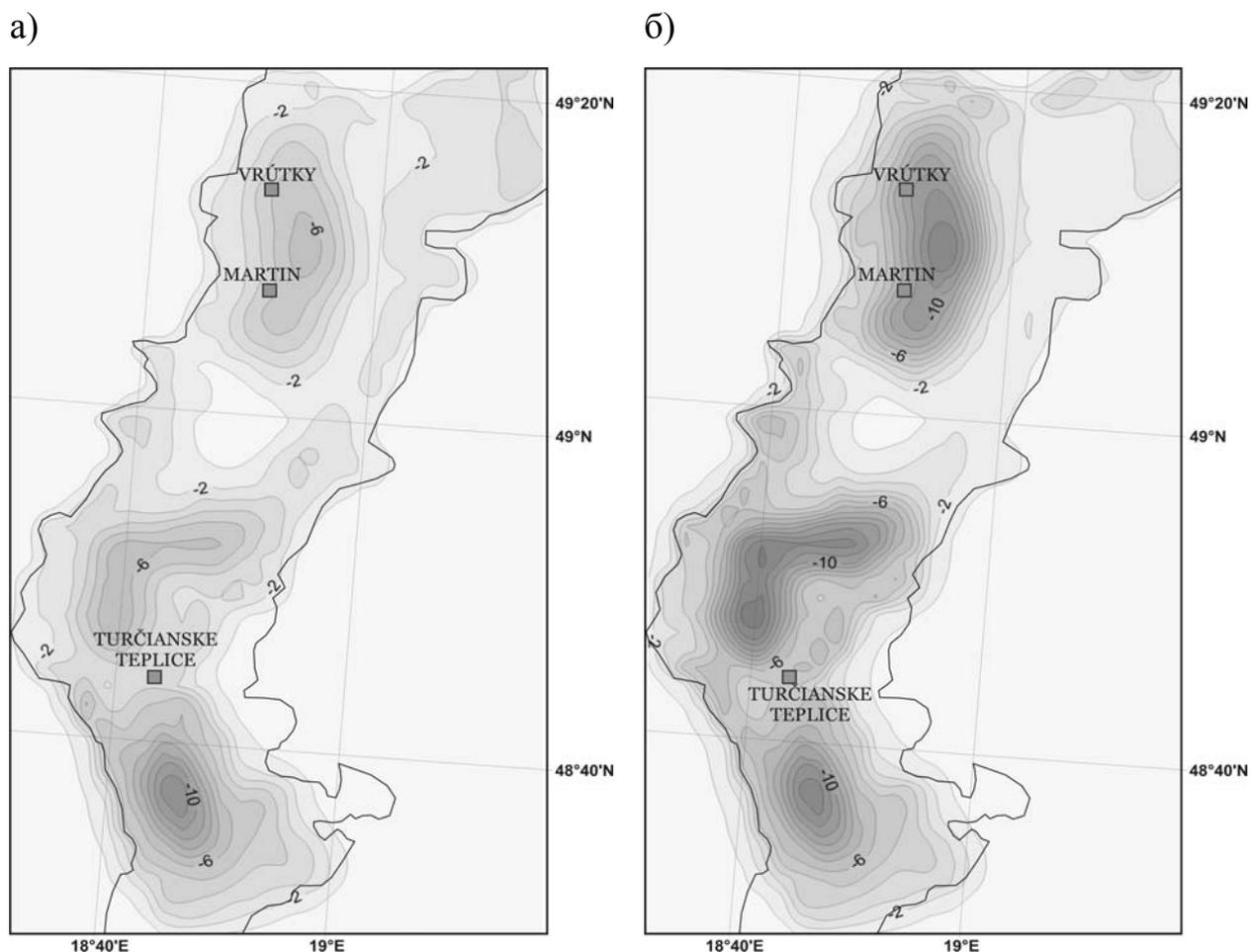


Рис. 5.3.5. Гравитационные эффекты (мГал) первой (а) и второй (б) плотностных моделей осадочного чехла Турчанской впадины.

На рис. 5.3.6 показаны карты остаточного гравитационного поля (stripped gravity maps), которое представляет собой разницу между наблюдаемым полем и гравитационным эффектом осадочного чехла. Как видно, характер поля в двух плотностных моделях подобен. Рассматривая его более детально, можно сделать вывод о том, что поле существенно зависит от регионального фона, который имеет тенденцию к снижению в направлении юго-запад – северо-восток и включает в себя гравитационные эффекты глубинных неоднородностей коры, главным образом гравитационный эффект Мохо [136].

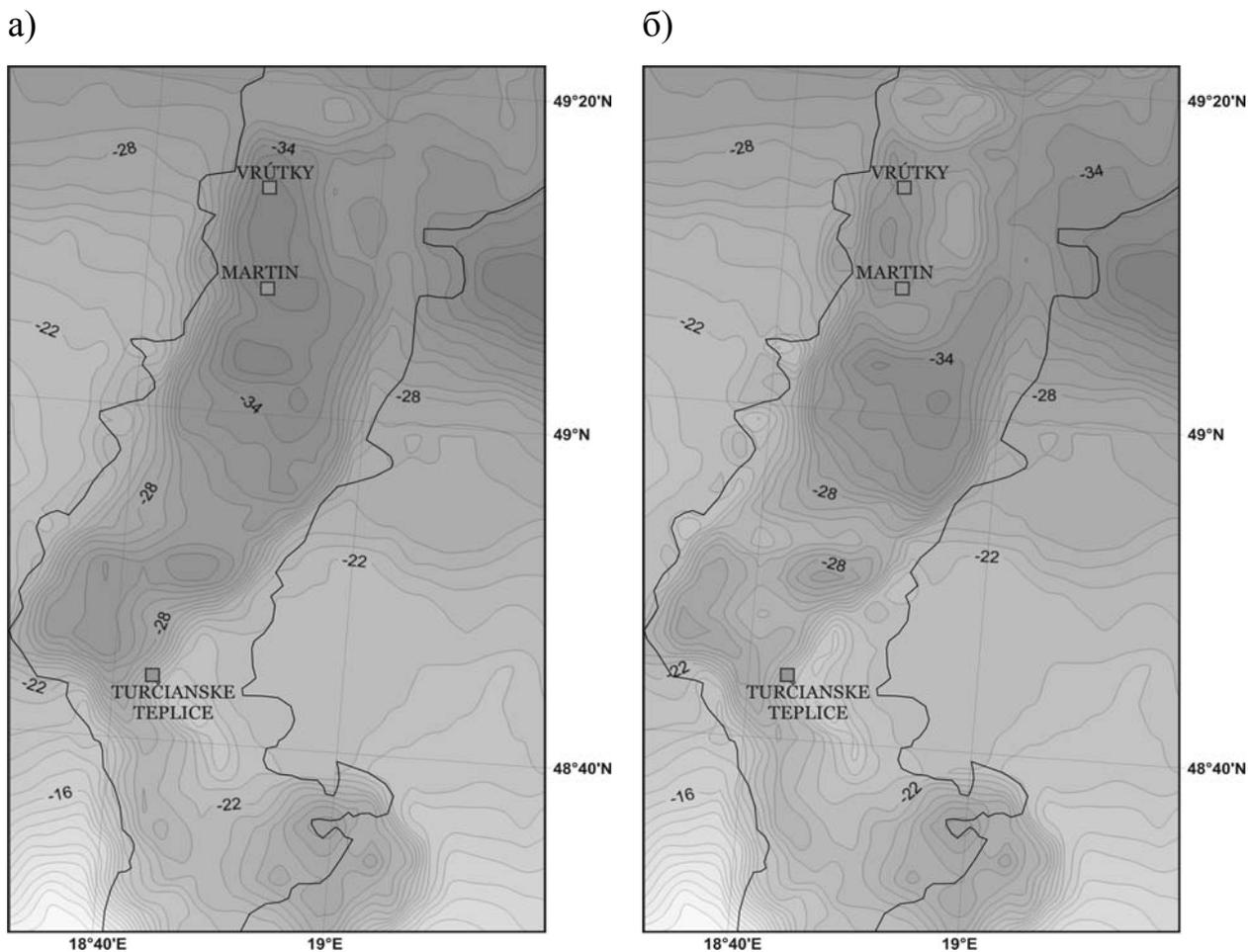


Рис. 5.3.6. Остаточное гравитационное поле (stripped gravity maps) для первой (а) и второй (б) плотностных моделей.

При вычитании регионального фона из остаточного гравитационного поля (рис. 5.3.6) получено результирующее остаточное поле (рис. 5.3.7), которое было использовано для геологической и геофизической интерпретации строения и состава дотретичного фундамента Турчанской впадины. Подобный подход был применен при интерпретации гравитационного поля в Израиле [32]. Для удаления регионального фона была использована карта региональных гравитационных аномалий, рассчитанная для радиуса 5000 м [137].

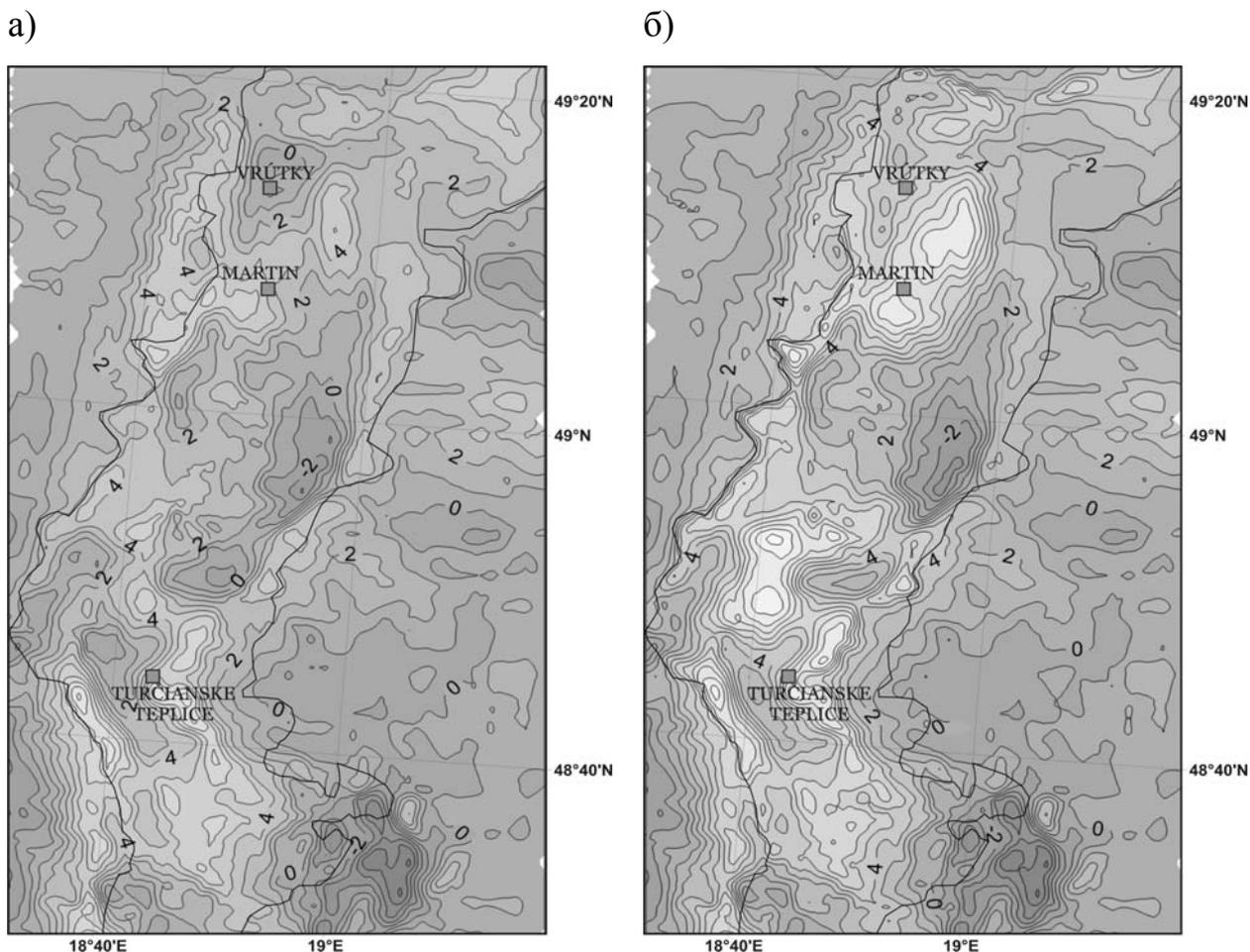


Рис. 5.3.7. Результирующее остаточное гравитационное поле для первой (а) и второй (б) плотностных моделей.

Для интерпретации полученных результатов была привлечена дополнительная геолого-геофизическая информация, а именно: данные бурения [139–143], результаты геофизических [117, 119, 121, 124, 125] и геологических [115, 141, 144] исследований. Предварительная схема строения дотретичного фундамента Турчанской впадины показана на рис. 5.3.8. Фундамент можно разделить на две части: северную и южную. Градиент силы тяжести северо-западного – юго-восточного направления в центральной части впадины является границей между ними.

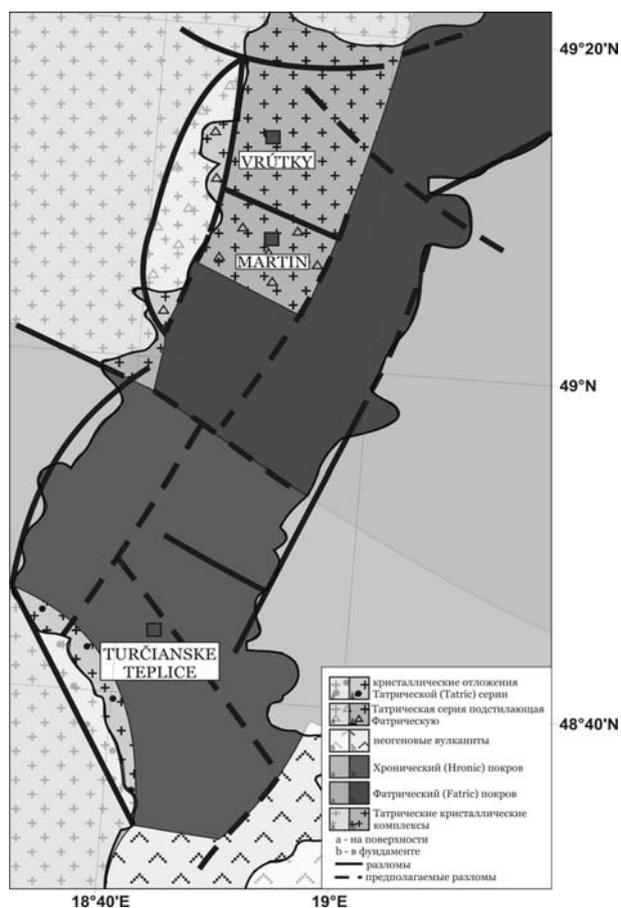


Рис. 5.3.8. Схема дотретичного фундамента Турчанской впадины и прилегающей территории.

Принимая во внимание особенности карт результирующего остаточного поля (рис. 5.3.7), данные по скважинам (ZGT-3, GT-5, GT-358 11, GT-12, VJ-2) и геологию тектонических структур, окружающих Турчанскую впадину, северная часть дотретичного фундамента дополнительно разделена на две подчасти. Первая характеризуется герцинским кристаллическим фундаментом Татрической (Tatric) серии. Вторая подчасть в основном состоит из мезозойских комплексов Фатрического (Fatric) покрова, толщина которых уменьшается к востоку. В первой области обращает на себя внимание часть дотретичного фундамента, расположенная к западу от городов Мартин (Martin) и Врутки (Vrútky) и имеющая вытянутую форму в направлении северо-запад – юго-восток. Эта аномальная зона результирующего остаточного поля очень хорошо коррелирует с областями

распространения неогеновых аллювиальных отложений (Podstráne и Bystrička Members). Считается, что этот тип аномальной зоны также формирует дотретичный фундамент в более широком районе Мартина. Фундамент здесь, вероятно, сложен мезозоем небольшой мощности и Татрическим (Tatric) кристаллическим комплексом под ним.

Южная часть дотретичного фундамента Турчанской впадины представлена, в основном, мезозойскими комплексами Хронического (Hronic) покрова. К юго-востоку от скважины GHŠ-1, где горные породы выходят на поверхность, Хронический (Hronic) покров образует прочное основание этого вулканогенно-осадочного комплекса.

Выводы.

Впервые для осадочных отложений Турчанской впадины построены два варианта трехмерной плотностной модели и рассчитаны их гравитационные эффекты.

Детальный анализ плотности горных пород осадочного заполнения Турчанской впадины и окружающих тектонических структур показал, что в целом средние плотности различаются не намного. Это относится конкретно к плотности пород, которые являются частью Фатрического (Fatric) и Хронического (Hronic) покрова. Различия в плотности между Татрическими (Tatric) кристаллическими и мезозойскими комплексами также незначительны.

При вычитании из наблюденного поля гравитационного эффекта плотностных моделей и региональной составляющей гравитационного поля получены карты результирующего остаточного поля, которые были использованы для геологической и геофизической интерпретации строения и состава дотретичного фундамента Турчанской впадины.

Применяемый метод очень удобен для исследования структуры, состава и тектоники фундамента третичных депрессий Западных Карпат.

#### 5.4. Использование функции $\Delta S$ В. Н. Страхова при интерпретации магнитного поля Криворожской структуры

Из выражения (4.18) следует, что значимое отличие функции  $\Delta S$  от  $\Delta T$  определяется интенсивностью аномалий  $\Delta T$ . Как известно, в Европе наиболее интенсивные аномалии магнитного поля, достигающие десятков тысяч нанотесла, зафиксированы над породами железорудной формации Кривого Рога и Криворожской магнитной аномалии. Поэтому ниже рассмотрен фрагмент аномального магнитного поля над Криворожской структурой, где интенсивность поля  $\Delta T$  достигает 14 000 нТл. Исходными данными послужили материалы масштаба 1 : 50 000 к карте аномального магнитного поля [145], полученные в результате  $T$ -аэромагнитной съемки на высоте 500 м (рис. 5.4.1).

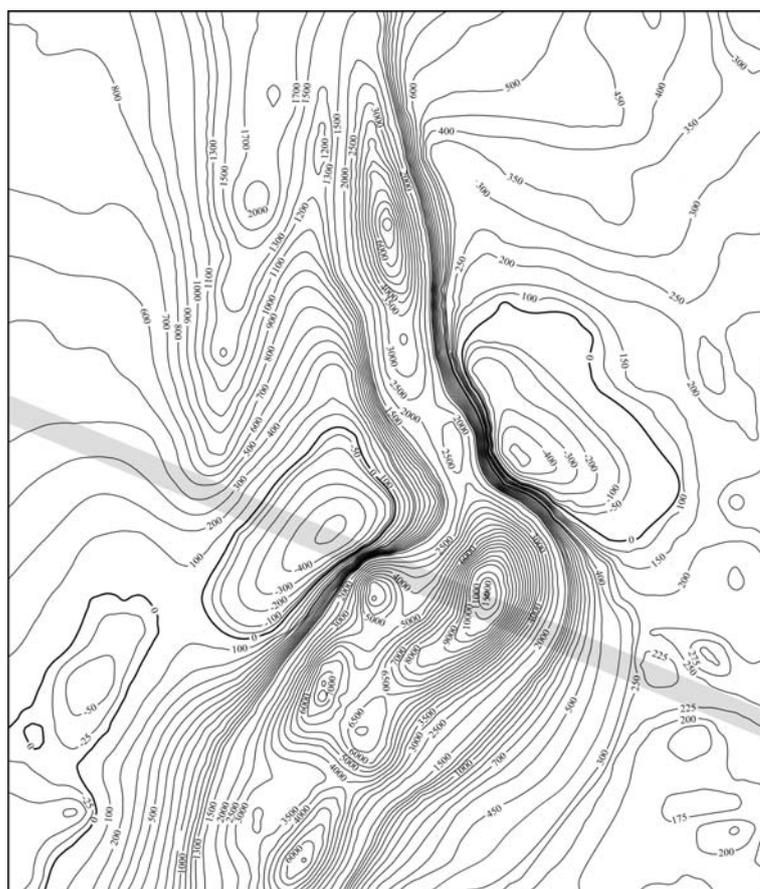


Рис. 5.4.1. Фрагмент карты аномального магнитного поля  $\Delta T$  над Криворожской железорудной структурой. Оцифровка изолиний в нТл.

Серым цветом показана полоса, к которой относится обобщенная модель, показанная на рис. 5.4.4.

Исходное поле  $\Delta T$  при расчетах функции  $\Delta S$  определялась путем подбора оптимального шага выборки, который составил 125 м. Величина модуля вектора напряженности нормального (или главного) магнитного поля  $T_0$  принята для данной территории средней величиной, равной 50 000 нТл. Рассчитанное поле  $\Delta S$  приведено на рис. 5.4.2, разность полей  $\Delta S$  и  $\Delta T$  – на рис. 5.5.3а. Полученное максимальное расхождение между этими функциями достигает 1800 нТл в максимуме аномалии интенсивностью 14000 нТл, при этом в «безаномальном» поле  $\Delta T$  с интенсивностью менее 200 нТл эта разность близка к нулю.

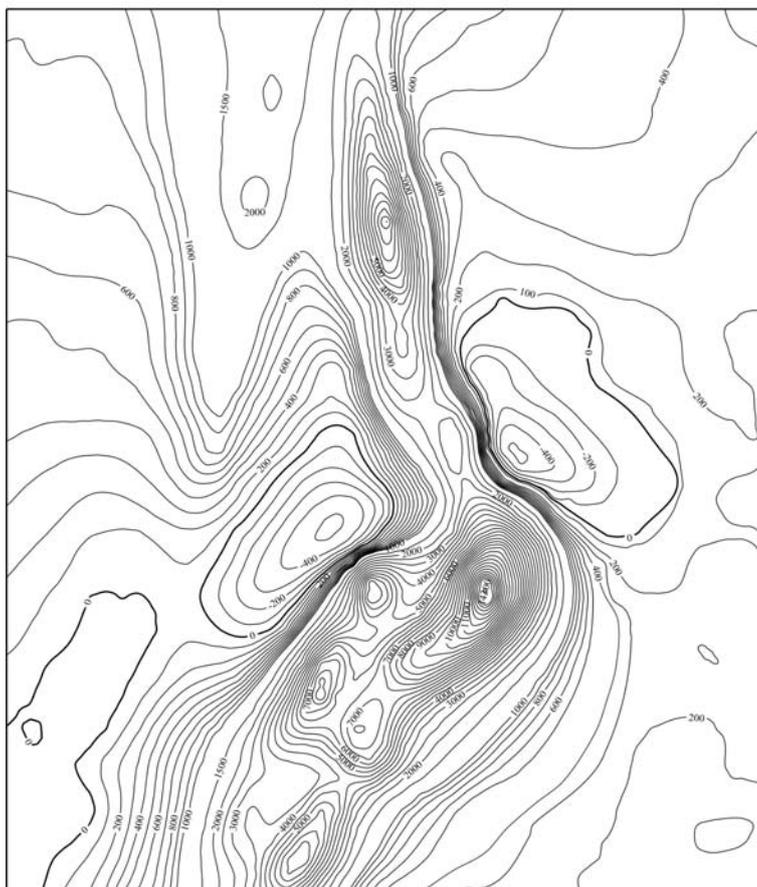


Рис. 5.4.2. Карта функции  $\Delta S$ , нТл.

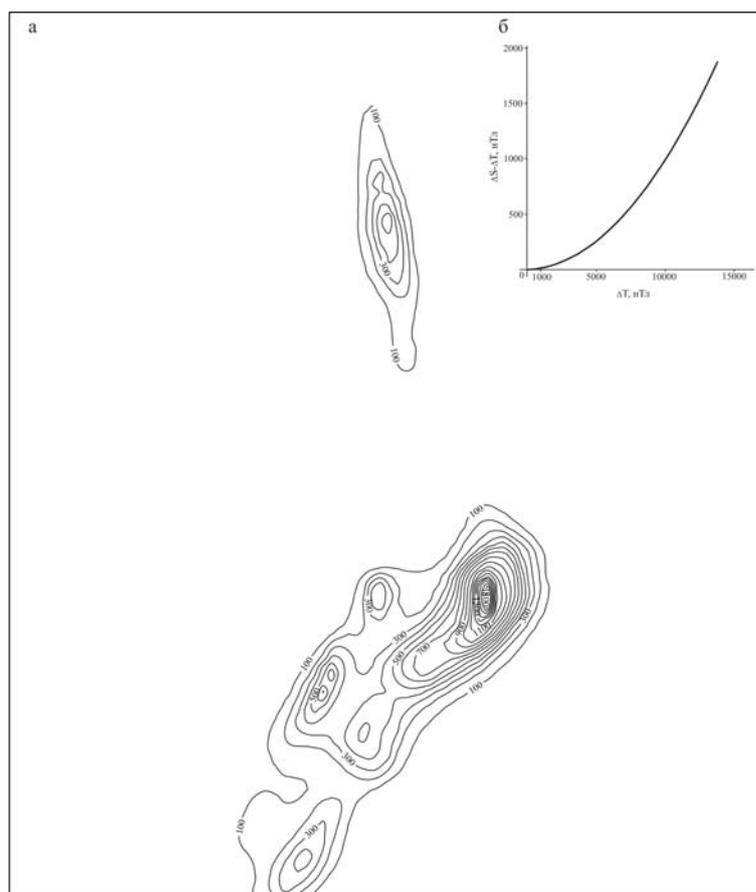


Рис. 5.4.3. Карта разности функций  $\Delta S$  и  $\Delta T$ , нТл (а); график зависимости  $(\Delta S - \Delta T)$  от  $\Delta T$  (б).

Может ли привести к существенным результатам использование функции  $\Delta S$  вместо функции  $\Delta T$  при количественной интерпретации рассматриваемой магнитной аномалии, проследим на примере построения обобщенной двумерной модели ее источника [146], относящегося к восточному крылу Криворожской структуры (рис. 5.4.1, рис. 5.4.4). Предварительно авторами работы [146] из исходного поля  $\Delta T$  была исключена региональная компонента, а интерпретируемая остаточная (локальная) аномалия получена как «синтетическая», путем усреднения  $\Delta T$  по нескольким профилям, пересекающим структуру вкрест простирания. Полосчатые железистые кварциты, как ранее было показано в работе [147], обладают анизотропией магнитной восприимчивости, а вектор намагниченности направлен по падению пород. Геометрия верхней части

источника обоснована максимальным учетом хорошо изученной тектоники. Интерпретируемой аномалии отвечает сложный пластообразный источник западного падения, обладающей средней намагниченностью 34 А/м и вектором намагниченности, направленным по падению. При этом его направление меняется с глубиной в соответствии с изменением строения структуры. Глубина до нижней кромки источника при таких параметрах оценена в 9 км. Интерес представляет область возможного положения нижних кромок (от 6 до 12 км), которая оконтурена в результате расчета более, чем 30 эквивалентных моделей с погрешностью не более 180 нТл, удовлетворяющих интенсивности данной аномалии.

Неоднозначность решения задачи, таким образом, обусловлена вариациями направления и величины вектора намагниченности в условиях сложной анизотропной структуры источника в сочетании с неопределенностью глубины до его нижней кромки.

Поскольку поле  $\Delta S$  является более контрастным, чем исходное поле  $\Delta T$ , о чем свидетельствует рис. 5.4.3, то это может служить дополнительным источником информации о строении рассматриваемой модели.

Оценим эффекты моделей при предельных значениях глубин до нижней кромки источника (рис. 5.4.4), полученных в работе [146], закреплённом положении верхней части модели, постоянной глубине залегания верхней кромки и среднем значении интенсивности намагниченности, равном 34 А/м.

Проведенные расчеты показали, что значения поля  $\Delta T$  в максимуме аномалии для моделей с глубиной до нижней кромки 6 км и 12 км при остальных, указанных выше, параметрах отличаются на 1200 нТл, в то время как, разность полей  $\Delta S$  и  $\Delta T$  в максимуме составляет 1800 нТл.

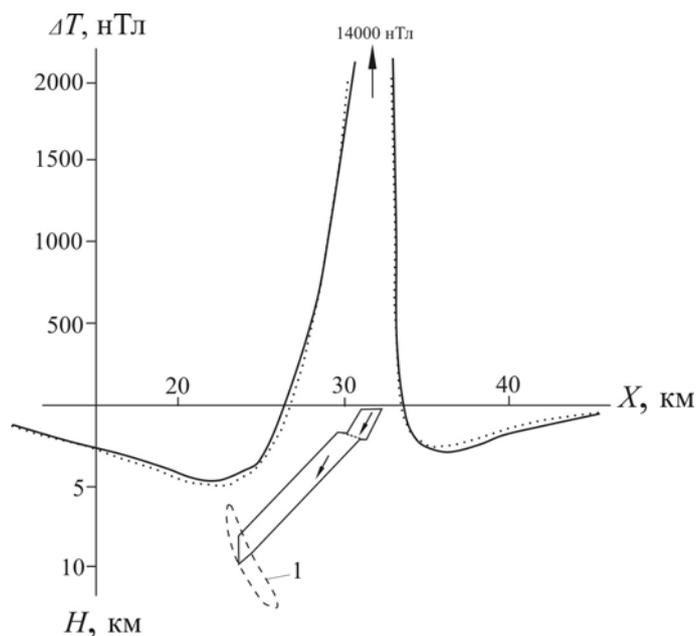


Рис. 5.4.4. Модель источника Криворожской магнитной аномалии по [146]. Сплошная линия – кривая исходного поля, пунктирная – кривая поля, рассчитанная от модели; 1 – область положений нижних кромок моделей, удовлетворяющих исходной кривой с погрешностью не более 180 нТл. Полоса, в которой получена усредненная Криворожская аномалия, показана на рис. 5.4.1 серым цветом. Стрелками в пределах тела указаны направления намагниченности.

#### Выводы.

На примере интерпретации магнитной аномалии над Криворожской структурой показана необходимость использования функции  $\Delta S$  для интенсивных магнитных аномалий  $\Delta T$ . Это рационально для уточнения некоторых деталей моделей при достаточно полной характеристике интенсивности намагниченности.

## ВЫВОДЫ

Данная работа посвящена разработке новой автоматизированной системы количественной интерпретации данных потенциальных полей и ее практической апробации на примере изучения основных геологических структур территории Украины, а также некоторых структур ближнего и дальнего зарубежья.

1. В результате выполнения данной работы были созданы программы ввода в компьютер изображений реальных геофизических и геологических карт. Так, программа *SpaceMap* – первая программа, которая позволила вводить информацию, представленную графически в виде тел (областей) и тем самым упростила выполнение исследований консолидированной коры, а именно на щитах. Комплекс *Isohypse* предназначен для оцифровки карт, представленных изолиниями и разломами (функциями с разрывами первого рода) и хорошо себя зарекомендовал при изучении осадочных бассейнов. Главным его преимуществом является возможность обрабатывать как монохромные (чёрно-белые), так и цветные (оригиналы карт) изображения объектов в прямоугольной или географической системах координат. Ввод объектов (разломов или изолиний) производится с помощью кривых Безье, что позволяет проще имитировать поверхности геофизических объектов. Определение значения  $Z(x, y)$  геолого-геофизического параметра в каждом узле заданной сетки выполняется разными методами: линейной интерполяции, экстраполяции по полиному Лагранжа, интерполяции по кривой Безье. В программном комплексе *Isohypse* реализован ряд возможностей, которые обусловлены специфическими требованиями, предъявляемыми к обработке некоторых изображений геофизических объектов: использование изолинии специального типа; возможность вырезать и сохранить данные в любой прямоугольной или географической рамке; получение информации вдоль выбранной линии или

последовательности прямых линий для дальнейшего применения при построении двухмерных разрезов.

Использование этих программ дает возможность существенно сократить физические затраты и время при вводе геолого-геофизической информации в компьютер, а результаты их работы использовать в качестве входной информации при решении прямых задач геофизики. Большое количество геолого-геофизической информации по-прежнему хранится на бумажных носителях. Созданные программные продукты позволяют создавать электронные базы данных.

2. Решена прямая задача магнитометрии и построен алгоритм вычисления магнитных полей для всех компонент магнитного поля для моноклиналей и складчатых структур. Основу алгоритма составляют экспериментально установленные В. Н. Завойским закономерности связи между анизотропией магнитной восприимчивости, тектонической структурой и аномальным магнитным полем. Указанные закономерности не только упрощают решение задачи, но и существенно облегчают подготовку необходимых для этого исходных данных полевых наблюдений. В основе решения прямой задачи магнитометрии лежит вычисление магнитного поля от произвольно расположенного в трехмерном пространстве плоского треугольника.

3. Уточнена формула Ю. П. Тафеева до члена второго порядка. Показано, что из этой уточненной формулы следует соотношение В. М. Гордина и соавторов, позволяющее выделить гармонический компонент функции  $\Delta T$ . Получено линеаризованное представление В. Н. Страхова для функции  $\Delta T$  непосредственно из основной приближенной для  $\Delta T$  формулы Ю. П. Тафеева.

4. По данным трехмерного плотностного моделирования в масштабе 1:200 000 установлены особенности строения земной коры *Ингульского мегаблока*, которые сводятся к следующему:

- имеет место четкое разделение Ингульского мегаблока на западную и восточную части по шву Херсон–Смоленск: западная часть представлена плотными породами по всему разрезу земной коры, а восточная — более

легкими. Земная кора гранитоидных структур Ингульского мегаблока (Корсунь-Шевченковского, Шполянского массивов рапакививидных гранитов и Новоукраинского массива трахитоидных гранитов) разделена на два слоя со скачком плотности на глубине 12 и 17 км: в верхнем слое залегают слабоплотные породы с плотностью 2,62 (2,65) г/см<sup>3</sup>, а в нижнем — уплотненные до 2,88 (2,90) г/см<sup>3</sup> уже под линией раздела.

- в Корсунь-Новомиргородском плутоне земная кора разделена по латерали на две части: западную и восточную. Изменение плотности пород в обеих частях до глубины 12 км имеет различный характер: в восточной части присутствуют три скачка на глубинах 2, 5 и 12 км, а в западной — только на глубине 12 км.

- Межиричанский массив габбро-анортозитов прослеживается до глубины 10 км повышенной плотностью, а плотности остальных массивов габбро-анортозитов уже к глубине 5 км сравниваются с плотностью вмещающих пород.

- площадь развития биотитовых гнейсов по плотности разделена на южную, центральную и северную части, которые различаются по характеру распределения плотности с глубиной. Границами деления являются Бобринецкая и Субботско-Мошоринская широтные зоны разломов.

5. На основе анализа и обобщения всей совокупности имеющейся геолого-геофизической информации для *центральной части Карельского кратона* построены трехмерные плотностная и магнитная модели, которые позволили оценить особенности слоисто-блокового строения региона и структурных соотношений плотностной и магнитной неоднородностей коры.

Установлено отличие в распределении плотности земной коры по площади и с глубиной в восточной и западной частях региона, разделенных шовной зоной 31° в. д. Восточная часть представлена менее плотным разрезом коры, чем западная. Шовная зона прослеживается в верхнем и среднем слоях и сопровождается с запада зоной пониженной плотности. Впервые построена трехмерная магнитная модель средней и нижней частей земной коры,

охватывающая приграничную территорию Карелии и восточной Финляндии. Наиболее интенсивно намагниченные глубинные тела (источники Восточно-Финляндской, Толвоярвинской, Ребольской и Костомукшской региональных магнитных аномалий) трассируются вдоль шовной зоны.

6. Впервые для осадочных отложений *Турчанской впадины* (Западные Карпаты) построены два варианта трехмерной плотностной модели.

Детальный анализ плотности горных пород осадочного заполнения Турчанской впадины и окружающих тектонических структур показал, что в целом средние плотности различаются не намного. Это относится конкретно к плотности пород, которые являются частью Фатрического (Fatric) и Хронического (Hronic) покрова. Различия в плотности между Татрическими (Tatric) кристаллическими и мезозойскими комплексами также незначительны.

При вычитании из наблюдаемого поля гравитационного эффекта плотностных моделей осадочных отложений и региональной составляющей гравитационного поля получены карты результирующего остаточного поля, которые были использованы для геологической и геофизической интерпретации строения и состава дотретичного фундамента Турчанской впадины.

7. Изложен опыт использования функции  $\Delta S$  В. Н. Страхова при интерпретации магнитной аномалии *Криворожской структуры*. Проведенные расчеты показали, что значения поля  $\Delta T$  в максимуме аномалии для моделей с глубиной до нижней кромки 6 км и 12 км при неизменных остальных параметрах отличаются на 1200 нТл. Оцененная же разность полей  $\Delta S$  и  $\Delta T$  в максимуме составляет 1800 нТл. Это позволяет сделать вывод, что использование функции  $\Delta S$  вместо  $\Delta T$  рационально для уточнения некоторых деталей моделей при достаточно полной характеристике интенсивности намагниченности.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аронов В. И. Методы построения карт геолого-геофизических признаков и геометризация залежей нефти и газа на ЭВМ / В. И. Аронов – Москва: Недра, 1971. – 303с.
2. Петров А. В. Новые возможности компьютерной технологии статистического и спектрально-корреляционного анализа геоданных «КОСКАД-3Д» / А. В. Петров, П. В. Пискун, С. В. Зиновкин // Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей: материалы 32-й сессии Международного семинара им. Д.Г. Успенского, (Пермь, 24-29 янв. 2005 г.). – Пермь: Горный Институт УрО РАН, 2005. – С. 219–221.
3. Gao D. 3D seismic volume visualization and interpretation: An integrated workflow with case studies / D. Gao // Geophysics. – 2009. – V.74, №1. – P. W1–W12.
4. Бычков С. Г. Методы обработки и интерпретации гравиметрических наблюдений при решении задач нефтегазовой геологии / С. Г. Бычков – Екатеринбург: Горный институт УрО РАН, 2010. – 188с.
5. Якимчик А. И. Технология оцифровки карт фактического материала на основе программного обеспечения MapInfo Professional и CorelDraw / А. И. Якимчик // Геофизический журнал. – 2010. – Т.32, №4. – С. 112–124.
6. Долгаль А. С. Магниторазведка: компьютерные технологии учета влияния рельефа местности / А. С. Долгаль – Пермь: ПГНИУ, 2014. – 92 с.
7. Бычков С. Г. Вычисление аномалий силы тяжести при высокоточных гравиметрических съемках / С. Г. Бычков, А. С. Долгаль, А. А. Симанов – Пермь: Горный институт УрО РАН, 2015. – 143 с.
8. Старостенко В. И. Прямая задача гравиметрии для неоднородной произвольно усеченной вертикальной прямоугольной призмы / В. И. Старостенко, О. В. Легостаева // Физика Земли. – 1998. – № 12. – С. 31–44.

9. Старостенко В. И. Решение прямой задачи геотермии для неоднородной произвольно усеченной вертикальной прямоугольной призмы / В. И. Старостенко, Р. И. Кутас, О. В. Легостаева // Физика Земли. – 2003. – № 12. – С. 64–71.

10. Обобщение стационарной задачи геотермии Рэлея-Тихонова для горизонтального слоя / В. И. Старостенко, Р. И. Кутас, В. Н. Шуман, О. В. Легостаева // Физика Земли – 2006. – № 12. – С. 84–91.

11. Магнитные поля трехмерных анизотропных тел: теория и практика вычислений / В. И. Старостенко, В. Н. Шуман, И. Н. Иващенко и др. // Физика Земли. – 2009. – № 8. – С. 20–35.

12. Методы восстановления гармонических функций по магнитному полю  $\Delta T$  и функция В.Н.Страхова  $\Delta S$ : обзор / В. И. Старостенко, В. Н. Шуман, И. К. Пашкевич, О. В. Легостаева, А. С. Савченко // Физика Земли. – 2013. – № 1. – С. 151–160.

13. Об автоматизированной интерактивной обработке графических изображений геологических и геофизических объектов / В. И. Старостенко, В. М. Шарыпанов, А. С. Савченко и др. // Геофизический журнал. – 2011. – Т. 33, № 1. – С. 54–62.

14. Комплекс программ автоматизированной интерпретации данных потенциальных полей (GMT-Auto) / В. И. Старостенко, О. В. Легостаева, И. Б. Макаренко, А. С. Савченко // Геофизический журнал. – 2015. – Т. 37, № 1. – С. 42–52.

15. Интерактивный программный комплекс Isohypse для построения трехмерных геолого-геофизических моделей и его практическое использование / В. И. Старостенко, В. М. Шарыпанов, А. В. Шарыпанов и др. // Геофизический журнал. – 2016. – Т. 38, № 1. – С. 30–42.

16. Практическое использование автоматизированного комплекса при интерпретации данных потенциальных полей методом подбора / А. С. Савченко, В. И. Старостенко, О. В. Легостаева, И. Б. Макаренко // Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных,

магнитных и электрических полей: Материалы 35-й сессии Международного семинара им. Д.Г. Успенского, (Ухта, 29 янв. – 3 февр. 2008 г.). – Ухта: УГТУ, 2008. – С. 271–274.

17. Трехмерные геолого-геофизические модели земной коры центральной части Карельского кратона / [И. К. Пашкевич, А. С. Савченко, В. И. Старостенко, Н. В. Шаров] ; под ред.: В. Я. Горьковец, Н. В. Шаров // Костомукшский рудный район (геология, глубинное строение и минералогия). – Петрозаводск : Карельский научный центр РАН, 2015. – С. 133–149.

18. Трехмерная геолого-геофизическая модель литосферы Центральной части Карельского кратона / И. К. Пашкевич, Н. В. Шаров, А. С. Савченко, В. И. Старостенко // Геофизический журнал – 2014. – Т. 36, № 6. – С. 58–78.

19. Шлезингер М. И. Математические средства обработки изображений / М. И. Шлезингер – Киев: Наукова думка, 1989. – 200 с.

20. Роджерс Д. Математические основы машинной графики / Д. Роджерс, Дж. Адамс – Москва: Мир, 2001. – 604 с.

21. Шлезингер М. 10 лекций по статистическому и структурному распознаванию / М. Шлезингер, В. Главач – Киев: Наукова думка, 2004. – 535 с.

22. Автоматизация ввода в компьютер изображений геофизических карт и построение их цифровых моделей / В. И. Старостенко, В. В. Мацелло, И. Н. и др. // Геофизический журнал. – 1997. – Т. 19, № 1. – С. 3–13.

23. Об автоматизированном вводе в компьютер изображений геолого-геофизических карт с разрывами первого рода и визуализации в интерактивном режиме трехмерных геофизических моделей и их полей / В. И. Старостенко, О. В. Легостаева, И. Б. Макаренко и др. / Геофизический журнал. – 2004. – Т. 26, № 1. – С. 3–13.

24. Некоторые черты глубинного строения Украинского щита и Воронежского кристаллического массива / Л. И. Надежка, А. И. Дубянский, И. Б. Макаренко и др. // Геодинамика. Глубинное строение. Тепловое поле

Земли. Интерпретация геофизических полей. Пятое научные чтения памяти Ю.П. Булашевича, (Екатеринбург, 6-10 июля 2009 г.). – Москва: Институт геофизики УО РАН, 2009. – С. 354-358.

25. Трехмерная плотностная модель земной коры и верхней мантии Днепровско-Донецкой впадины и Донбасса / П. Я. Куприенко, И. Б. Макаренко, В. И. Старостенко и др. // Геофизический журнал. – 2010. – Т. 32, № 6. – С. 175–215.

26. Голованов Н. Н. Геометрическое моделирование / Н. Н. Голованов. – Москва: Изд. физико-математической литературы, 2002. – 472 с.

27. Бахвалов Н. С. Численные методы. 2 изд. / Н. С. Бахвалов. – Москва: Лаборатория базовых знаний, 2003. – С. 39–42.

28. Плотностная неоднородность земной коры вдоль широтных зон разломов Украинского щита и Днепровско-Донецкой впадины / В. И. Старостенко, П. Я. Куприенко, И. Б. Макаренко и др. // Геофизический журнал. – 2012. – Т. 34, № 6. – С. 113–132.

29. Тектоника и углеводородный потенциал кристаллического фундамента Днепровско-Донецкой впадины / [В. И. Старостенко, О. М. Русаков, И. К. Пашкевич и др.]. – К.: Галактика, 2015. – 252 с.

30. Плотностная модель / [В. И. Старостенко, П. Я. Куприенко, И. Б. Макаренко, О. В. Легостаева, А. С. Савченко] ; под ред.: В. И. Старостенко, О. Б. Гинтов // Кировоградский рудный район. Глубинное строение. Тектонофизический анализ. Месторождения рудных полезных ископаемых. – К. : Прасты луды, 2013. – С. 109–133.

31. The first stripped gravity map of the Turcianska Kotlina Basin / M. Krajňak, M. Bielik, I. Makarenko et al. // Contributions to Geophysics and Geodesy. – 2012. – vol.42/2. – P. 181–199.

32. 3D gravity interpretation of the pre-Tertiary basement in the intramontane depressions of the Western Carpathians: a case study from the Turiec Basin / M. Bielik, M. Krajňak, I. Makarenko et al. // Geologica Carpathica. – 2013. – 64, №5. – P. 399–408.

33. Heterogeneous structure of the lithosphere in the Black Sea from a multidisciplinary analysis of geophysical fields / V. I. Starostenko, O. M. Rusakov, I. K. Pashkevich et al. // Геофизический журнал. – 2015. – Т. 37, № 2. – С. 3–28.

34. Плотностная неоднородность земной коры Ингульского мегаблока Украинского щита по данным трехмерного гравитационного моделирования / В. И. Старостенко, П. Я. Куприенко, И. Б. Макаренко и др. // Геофизический журнал. – 2015. – Т. 37, № 3. С. 3–21.

35. Магниторазведка. Справочник геофизика / под ред. В. Е. Никитский, Ю. С. Глебовский – Москва: Недра, 1980. – 368 с.

36. Тафеев Г. П. Геологическая интерпретация магнитных аномалий / Г. П. Тафеев, К. П. Соколов – Ленинград: Недра, 1981. – 328 с.

37. Гордин В. М. Морская магнитометрия / В. М. Гордин, Е. Н. Розе, Б. Д. Углов. – Москва: Недра, 1986. – 232 с.

38. Зельдович Я. Б. Элементы прикладной математики / Я. Б. Зельдович, А. Д. Мышкис. – Москва: Наука, 1972. – 592 с.

39. Булах Е. Г. Основы векторного анализа и теория поля/ Е. Г. Булах, В. Н. Шуман. – Киев: Наукова думка, 1998. – 360 с.

40. Логачев А. А. Магниторазведка / А. А. Логачев, В. П. Захаров. – Ленинград: Недра, 1973. – 352 с.

41. Логачев А.А. Курс магниторазведки / А. А. Логачев – Ленинград: Гостехиздат, 1962. – 360 с.

42. Блох Ю. И. Интерпретация гравитационных и магнитных аномалий / Ю. И. Блох – Москва: РГГРУ, 2009. – 232 с. Режим доступа: [sigma3d.com>pdf/books/blokh-2009.pdf](http://sigma3d.com/pdf/books/blokh-2009.pdf).

43. Корн Г. Справочник по математике / Г. Корн, Т. Корн. – Москва: Наука, 1973. – 832 с.

44. Тафеев Ю. П. О расчетах магнитного поля  $\Delta T$  // Геофизическая разведка рудных месторождений / Ю. П. Тафеев. – Москва: Госгеолиздат, 1953. – С. 3–42.

45. Идельсон Н. И. Теория потенциала / Н. И. Идельсон. – Л.-М.: ОНТИ, 1936. – 424 с.
46. Старостенко В. И. Крупный вклад в изучение истории развития геомагнитных измерений / В. И. Старостенко // Геофизический журнал. – 2005. – Т.27, №4. – С. 694–696.
47. Мышкис А. Д. Математика для втузов. Специальные курсы / А. Д. Мышкис. – Москва: Наука, 1971. – 632 с.
48. Ландау Л. Д. Электродинамика сплошных сред / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц – Москва: Физматгиз, 1959. – 532 с.
49. Акивис М. А. Тензорное исчисление / М. А. Акивис, В. В. Гольдберг – Москва: Наука, 1969. – 352с.
50. Завойский В. Н. Вычисление магнитных полей от анизотропных трехмерных тел в задачах магниторазведки / В. Н. Завойский / Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли. – 1978. – № 1. – С. 76–85.
51. Мак-Коннел А. Дж. Введение в тензорный анализ / А. Дж. Мак-Коннел – Москва: Физматгиз, 1963. – 412 с.
52. Фейнман Р. Фейнмановские лекции по физике. Вып.7 / Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс – Москва: Мир, 1966. – 291 с.
53. Тензор / [А. Л. Онищик] // Математическая энциклопедия. Т.5. – Москва : Советская энциклопедия, 1985. – С. 326–329.
54. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.3. / Г. М. Фихтенгольц – Москва: Физматгиз, 1963. – 656 с.
55. Блох Ю. И. Решение прямой задачи магниторазведки для трехмерных анизотропных геологических объектов с учетом размагничивания / Ю. И. Блох // Изв. АН СССР. Сер.Физика Земли. – 1987. – № 12. – С. 49–55.
56. Bott M. H. P. Two methods applicable to computers for evaluating magnetic anomalies due to finite three dimensional bodies / M. H. P. Bott // Geophysical prospecting. – 1963. – V. XI, № 3. – P. 292–299.
57. Страхов В.Н. Прямая и обратная задача гравиметрии и

магнитометрии для произвольных однородных многогранников / В. Н. Страхов, М. И. Лапина // Теория и практика интерпретации гравитационных и магнитных полей в СССР. – Киев: Наукова думка, 1983. – С. 3–87.

58. Пятаков Ю. В. Решение прямой задачи гравиметрии для произвольного многогранника с экспоненциально изменяющейся с глубиной плотностью / Ю. В. Пятаков, В. И. Исаев // Геофизический журнал. – 1995. – Т.17, № 6. – С. 40–45.

59. Коваленко-Завойський В. М. Математичне забезпечення інтерпретації поля  $\Delta V_a$  регіональних магнітних аномалій / В. М. Коваленко-Завойський, І. М. Иващенко // Геофизический журнал. – 2006. – Т.28, № 5. – С. 18–29.

60. Воеводин В. В. Линейная алгебра / В. В. Воеводин – Москва: Наука, 1974. – 336 с.

61. Бронштейн И. Н. Справочник по математике / И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев // Москва: Наука, 1986. – 544 с.

62. Градштейн И. С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений / И. С. Градштейн, И. М. Рыжик – Москва: Наука, 1971. – 1108 с.

63. Кравцов Г. Г. Поле притяжения многогранников переменной плотности / Кравцов Г. Г. // Записки Ленинградского горного ин-та. – 1978. – Т.76. – С. 8–17.

64. Старостенко В. И. Решение прямых задач гравиметрии и магнитометрии на шарообразной Земле / В. И. Старостенко, А. Г. Манукян // Изучение литосферы геофизическими методами (физические свойства, сейсмометрия, гравиметрия и магнитометрия) – Киев: Наукова думка, 1986. – С. 147–176.

65. Страхов В. Н. Функции  $\Delta S$  и  $\Delta W$  – новые характеристики аномального магнитного поля / В. Н. Страхов // Доклады РАН, 1993. – Т. 329, № 4. – С. 438–441.

66. Гордин В. М. О восстановлении гармонического компонента аномалий модуля магнитного поля / В. М. Гордин, С. А. Тихоцкий, Д. Ю. Шур // Физика Земли. – 2006. – № 4. – С. 69–79.

67. Тихоцкий С. А. Разработка математических методов и алгоритмов решения обратных задач геофизики и обработки геофизических данных: автореферат дис... докт. физ.-мат. наук: 25.00.10 / С. А. Тихоцкий. – Москва: ИФЗ РАН, 2011. – 42 с.

68. Страхов В. Н. О подготовке специалистов в области гравиразведки и магниторазведки в высших учебных заведениях России / В. Н. Страхов – Москва: ОИФЗ РАН, 2000. – 60 с.

69. Страхов В. Н. Разработка теории и компьютерной технологии построения линейных аналитических аппроксимаций гравитационных и магнитных полей / В. Н. Страхов, И. А. Керимов, И. Э. Степанова – Москва: ИФЗ РАН, 2009. – 254 с.

70. Гинтов О. Б. Геодинамическое развитие Ингульского мегаблока Украинского щита по геолого-геофизическим и тектонофизическим данным / О. Б. Гинтов, С. В. Мычак // Геофизический журнал. – 2011. – Т. 33, № 3. – С. 102–118.

71. Кировоградский рудный район. Глубинное строение. Тектонофизический анализ. Месторождения рудных полезных ископаемых / под ред. В.И. Старостенко и О.Б. Гинтова. – Киев: Пластыи луды, 2013. – 500 с.

72. Глубинное строение Украинского щита по сейсмическим данным / В. Б. Соллогуб, А. В. Чекунов, А. А. Трипольский и др. // Строение земной коры и верхней мантии по данным сейсмических исследований. – Киев: Наукова думка, 1974. – С. 42–52.

73. Трипольский А. А. Особенности сейсмической расслоенности земной коры Кировоградского блока / А. А. Трипольский, Л. А. Квачук, В. А. Трипольская // Геофизический журнал. – 1984. – Т. 6, № 3. – С. 88–94.

74. Соллогуб В. Б. Литосфера Украины / В. Б. Соллогуб – Киев: Наукова думка, 1986. – 183 с.
75. Литосфера Центральной и Восточной Европы. Геотраверсы IV, VI, VIII / гл. ред. А. В. Чекунов – Киев: Наукова думка, 1988. – 172 с.
76. Ильченко Т. В. Скоростная модель земной коры и верхов мантии Кировоградского блока Украинского щита по данным ГСЗ (профили Бабанка-Пятихатки и Черкасы-Новый Буг) / Т. В. Ильченко // Геофизический журнал. – 2003. – Т.25, №6. – С. 30–43.
77. Трипільський О. А. Особливості розподілу сейсмічних швидкостей у земній корі Кіровоградського рудного району Інгульського мегаблока Українського щита 1. / О. А. Трипільський, О. В. Тополук, В. О. Трипільська // Геофизический журнал. – 2012. – Т. 34. № 6. – С. 68–78.
78. Трипільський О.А. Особливості розподілу сейсмічних швидкостей у земній корі Кіровоградського рудного району Інгульського мегаблока Українського щита 2. / О. А. Трипільський, О. В. Тополук, В. О. Трипільська // Геофизический журнал. – 2013. – Т. 35. № 4. – С. 161–169.
79. Геологическая карта кристаллического основания Украинского щита 1 : 500 000 / [под ред. Н. П. Щербака]. – Киев: Мингео УССР, 1983.
80. Геологическая карта докембрийских образований Украинского щита. Комплект карт "Геология и металлогения Украинского щита" 1 : 1 000 000 / [под ред. Н. П. Щербака, Д. Ф. Володина].– Киев: Мингео УССР, 1984.
81. Трехмерная плотностная модель земной коры и верхней мантии Украинского щита / П. Я. Куприенко, И. Б. Макаренко, В. И. Старостенко, О. В. Легостаева // Геофизический журнал. – 2007. – Т. 29, № 5 – С. 3–27.
82. Глубинное строение Украинского щита и некоторые особенности его металлогении / А. О. Шмидт, Б. К. Титов, В. Б. Бурьянов, Н. Г. Топоркова // Металлогения докембрия: Труды 1 Всесоюзн. совещания по металлогении докембрия. – Ленинград: Недра, 1976. – Т. 2.– С. 108–110.

83. Петроскоростные модели земной коры центральной части Украинского щита 1. / Т. С. Лебедев, В. А. Корчин, П. А. Буртный и др. // Геофизический журнал. – 1995. – Т. 17, № 4. – С. 13–22.

84. Петроскоростные модели земной коры центральной части Украинского щита 2. / Т. С. Лебедев, В. А. Корчин, П. А. Буртный и др. // Геофизический журнал. – 1995. – Т. 17, № 5. – С. 30–37.

85. Петроскоростные модели земной коры центральной части Украинского щита 3. / Т. С. Лебедев, В. А. Корчин, П. А. Буртный и др. // Геофизический журнал. – 1995. – Т. 17, № 6. – С. 14–22.

86. Старостенко В. И. Об интерпретации гравитационного поля методом подбора / В. И. Старостенко, В. А. Дядюра, А. Н. Загоротко // Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли. – 1975. – №4. – С. 78–86.

87. Красовский С. С. Отражение динамики земной коры континентального типа в гравитационном поле / С. С. Красовский – Киев: Наукова думка, 1981. – 261 с.

88. Красовский С. С. Объемное гравитационное моделирование глубинных структур литосферы Украины / С. С. Красовский, П. Я. Куприенко, А. С. Красовский // Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей Труды международной конференции. – Воронеж: Воронежский госуд. унив., 1998. – С. 80–92.

89. Трехмерная плотностная модель земной коры и верхней мантии Ингульского мегаблока Украинского щита / П. Я. Куприенко, И. Б. Макаренко, В. И. Старостенко, О. В. Легостаева // Геофизический журнал. – 2007. – Т. 29, № 2. – С. 17–41.

90. Красовский С. С. Гравитационное моделирование глубинных структур земной коры и изостазия / С. С. Красовский – Киев: Наук. думка, 1989. – 247 с.

91. Схема глубинного строения литосферы юго-западной части Восточно-Европейской платформы 1 : 1 000 000 / [ред. А. В. Чекунов] //

Комплект карт «Геология и металлогения юго-западной части Восточно-Европейской платформы» 1: 1 000 000 / [гл. ред. А.И. Зарицкий]. – Киев: Госкомгеология, Геопрогноз, 1992. – [6] л.

92. Антипов В. И. Взаимосвязь и обусловленность основных параметров горных пород / В. И. Антипов, М. И. Мельничук, В. Г. Лизанец – Из-во Львовского ун-та, 1969. – 116 с.

93. Кудрявцева М. Н. Петрофизические типы пород и закономерности их размещения в структуре Украинского щита / М. Н. Кудрявцева, А. Я. Дьячкова – Киев: Наукова думка, 1982. – 160 с.

94. Физические свойства горных пород и полезных ископаемых. //Справочник геофизика / ред. Н. Д. Дортман – Москва: Недра, 1984. – 527 с.

95. Литосфера Центральной и Восточной Европы: Геотраверсы I, II, V / гл. ред. А. В. Чекунов – Киев: Наукова думка, 1987. – 168 с.

96. Геотрансект ЕВРО-3 (EU-3) / А. В. Чекунов, В. И. Старостенко, С. С. Красовский и др. // Геофизический журнал. – 1993. – Т. 15, № 2. – С. 3–32.

97. Шаров Н. В. Литосфера Балтийского щита по сейсмическим данным / Н. В. Шаров – Апатиты: КНЦ РАН, 1993. – 144 с.

98. Crustal Structure of the Baltic Shield Along the Pechenga-Kostomuksha-Lovisa Geotraverse / F. P. Mitrofanov, N. V. Sharov, V. G. Zagorodny, V. N. Glaznev // International Geology Review. – 1998. – V. 40, № 11. – P. 990–997.

99. Structure of the crust and uppermost mantle beneath southern Finland revealed by analysis of local events registered by the SVEKALAPKO seismic array / J. Yliniemi, E. Kozlovskaya, S. E. Hjelt et al. // Tectonophysics. – 2004. – V. 394. – P. 41–67.

100. Kukkonen I. T. Finnish Reflection Experiment FIRE 2001-2005 / I. T. Kukkonen, R. Lahtinen // Geological Survey of Finland. Espoo. Special Paper 43. – 2006. – 247 p.

101. Silvennoinen H. 3D structure and physical properties of the Kuhmo Greenstone Belt (eastern Finland): Constraints from gravity modeling and seismic data and implications for the tectonic setting / H. Silvennoinen, E. Kozlovskaya // *Journal of Geodynamics*. – 2007. – V. 43. – P. 358–373.
102. Korja A. Seismic images of Paleoproterozoic microplate boundaries in the Fennoscandian Shield / Korja A., P. J. Heikkinen // *The Geological Society of America. Special Paper*. – 2008. – V. 440. – P. 229–248.
103. Шаров Н. В. Глубинные сейсмические исследования в центральной части Карельского кратона / Н. В. Шаров // *Физика Земли*. – 2013. – № 1. – С. 36–52.
104. Шаров Н. В. Скоростные неоднородности литосферы Фенноскандинавского (Балтийского) щита / Н. В. Шаров, Ф. П. Митрофанов // *Доклады академии наук*. – 2014. – Т. 454, № 2. – С. 221–224.
105. Глазнев В. Н. Комплексные геофизические модели литосферы Фенноскандии / В. Н. Глазнев – Апатиты: ЗАО «КаЭМ», 2003. – 252 с.
106. Bouguer Anomaly Map of the Fenoscandian Shield 1 : 2000 000 / J. V. Korhonen, S. Aaro, T. All et al. // *Geological Surveys of Finland, Norway and Sweden and Ministry of Natural Resources of Russian Federation* – 2002.
107. Map of the Fenoscandian Shield, scale 1 : 2000 000 / T. Koistinen, M. B. Stephens, V. Bogatchev et al. // *Geological Geological Surveys of Finland, Norway, Sweden and the North-West Department of Natural Resources of Russia*. – 2001.
108. Петроплотностная карта восточной части Балтийского щита 1 : 1 000 000 / [под ред. Н. Б. Дортман, М. Ш. Магид] – 1977. [7] л.
109. Крутиховская З. А. Глубинные магнитные неоднородности – миф или действительность? / З. А. Крутиховская // *Геофизический журнал*. – 1986. – Т. 8, № 5. – С. 3–22.
110. Глубинное строение и сейсмичность Карельского региона и его обрамления / [под ред. Н. В. Шарова] – Петрозаводск: ИГ КарНЦ РАН, 2004. – 353 с.

111. Петромагнитная карта восточной части Балтийского щита 1: 1 000 000 / [под ред. Н. Б. Дортман] – 1977. [7] л.
112. Билибина Т. В. Региональные магнитные аномалии и тектоника Алданского щита / Т. В. Билибина, З. А. Крутиховская, В. К. // Титов Сов. Геология. – 1986. – С. 106–115.
113. Пашкевич И. К. Сравнительная характеристика глубинных магнитных неоднородностей Балтийского и Украинского щитов. Глубинное строение и геодинамика кристаллических щитов Европейской части СССР / И. К. Пашкевич, М. И. Орлюк, С. В. Елисеева, А. П. Мозговая // Сб. научн. трудов. – Апатиты, 1992. – С. 19–29.
114. Горьковец В. Я. Костомукша – комплексный рудный объект Республики Карелия / В. Я. Горьковец, М. Б. Раевская, Л. А. Максимович // Горный журнал. – 2012. – 9/1. – С. 19–23.
115. Neogene and Quaternary development of the Turiec Basin and landscape in its catchment: a tentative mass balance model / M. Kováč, J. Hók, J. MinárVojtko et al. // *Geologica Carpathica*. – 2011. – 62, 4. – P. 361–379.
116. Ibrmajer J. Gravimetrická mapa ČSSR 1 : 200 000 / J. Ibrmajer – Věst. ÚÚG, Praha.– roč. 38, seš. 4. – 1963.
117. Reinterpretace profilu K-III / M. Hrdlička, M. Mayerová, J. Nehybka et al. – MS, Geofond Bratislava, 1983.
118. Výsledky na hlubinných reflexně seismických profilech / Č. Tomek et al. // Bližkovski et al.: Geofyzikální výzkum zemskej kúry pro potreby ložiskového výzkumu v ČSSR. – D.ú.02 –MS, Geofyzika Brno, 1990.
119. Zbořil L. Gravimetrické mapovanie Hornonitrianskej a Turčianskej kotliny / L. Zbořil, L. Samko, M. Stránska – MS, Geofond Bratislava, 1975.
120. Geofyzikálny výskum vnútorných kotlín- Turčianská kotlina / L. Zbořil, S. Halmešová, J. Mikuška et al. – MS, Geofond Bratislava, 1982.
121. Geofyzikálny výskum Turčianskej kotliny / L. Zbořil, J. Šefara, S. Halmešová et al. – MS, Geofond Bratislava, 1985.

122. Szalaiová V. Turčianská kotlina- gravimetrické mapovanie / V. Szalaiová, M. Stránska – MS, Geofond Bratislava, 1977.
123. Szalaiová V. Turčianská kotlina- gravimetrické mapovanie / V. Szalaiová, M. Stránska – MS, Geofond Bratislava, 1978.
124. Structural-tectonic map of the Inner Western Carpathians for the purpose of the ore deposit prediction – geophysical interpretations / J. Šefara, M. Bielik, J. Bodnár et al. – SGÚ Bratislava; Geofyzika, n.p. Brno; Uran. Priemysel Liberec – 267. – 1987.
125. Map of geophysical indications and interpretations / A. Panáček, J. Šefara, M. Filo et al. – Archive Geofond, Bratislava, 1991.
126. Grinč M. Results of the gravity field interpretation in the TKB / M. Grinč, M. Bielik, A. Mojzeš, J. Hók // Contribution to Geophysics and Geodesy. – 2010. – V.40, № 2. – P. 103–120.
127. Bielik M. A preliminary stripped gravity map of the Pannonian basin / M. Bielik // Physics Earth Planet. – 1988. – Int. 51. – P. 185–189.
128. New 3D gravity modeling in the Carpathian-Pannonian region / M. Bielik, I. Makarenko, V. Starostenko et al. // Contr. Geophys. Geodesy. – 2005. – V.35, № 1. – P. 65–78.
129. The lithospheric structure of the Western Carpathian-Pannonian region based on the CELEBRATION 2000 seismic experiment and gravity modeling / Z. Alasonati Tašárová, J. C. Afonso, M. Bielik et al. // Tectonophysics. – 2009. – 475. – P. 454–469.
130. Topography of the crust-mantle boundary beneath the Black Sea / V. Starostenko, V. Buryanov, I. Makarenko et al. // Tectonophysics. – 2004. – 381. – P. 11–21.
131. Application of the geophysical field modelling – impulse of the regional development. Solution of the Turčianska kotlina basin model area. Final report. Manuscript / [M. Bielik, J. Hók, I. Kučera et al.] – Bratislava: Archive Faculty of Natural Sciences, Comenius University, 2009.

132. Eliáš M. Rock-densities map of Czechoslovakia / M. Eliáš, J. Uhmann // ÚUG, Praha. – 1968. – P. 1–43.
133. Basement of tertiary of the Inner West Carpathians / O. Fusán, A. Biely, J. Ibrmajer et al. – Bratislava: Geol. Úst D. Štúra, 1987. – 103 p.
134. Pre-Tertiary basement contour map of the Carpathian Basin beneath Austria, Czechoslovakia and Hungary / [Kilényi E., Šefara J.] – Eötvös Lóránd Geophys. Inst., Budapest, 1989.
135. Geologic and tectonic evolution of the Turiec depression in the Neogene / J. Hók, M. Kováč, M. Rakús et al. // Slovak Geological Magazine. – 1998. – 4, 3. – P. 165–176.
136. The Moho depth map of the European plate / [M. Grad, T. Tiira & ESC Working Group] – Geophys. J. Int. – 2009. – 176. – P. 279–292.
137. Application of the geophysical field modelling – impulse of the regional development. Solution of the Turčianska kotlina basin model area. Final report (in Slovak) / M. Bielik, J. Hók, I. Kučera et al. // Manuscript – Archive Faculty of Natural Sciences, Comenius University, Bratislava. – 2007. – 57 p.
138. Application of the geophysical field modelling – impulse of the regional development. Solution of the Turčianska kotlina basin model area. Final report (in Slovak) / M. Bielik, J. Hók, I. Kučera et al. // Manuscript – Archive Faculty of Natural Sciences, Comenius University, Bratislava. – 2009. – 65 p.
139. Structural borehole GHŠ-1 (Horná Štubňa) / J. Gašparik, E. Brestenská, J. Forgáč et al. // Region. Geol. Západ. Karpát 3 – 1974.
140. Gašparik J. Geological development of SW part of Turčianska kotlina basin / J. Gašparik, O. Miko, E. Žáková // Geol. Práce, Spr. 92. – 1991.
141. Explanation to geological map of the Turčianska kotlina Basin 1: 50 000 / J. Gašparik, R. Halouzka, O. Miko et al. – GÚDŠ, Bratislava. – 1995.
142. Technical report on geothermal borehole ZGT-3 Turiec in Martin and prognostic resources of geothermal energy in the area of Martin. Manuscript / M. Fendek, J. Gašparik, P. Gross et al. – Archive Geofond, Bratislava. – 1990.

143. Havrila M. Evaluation of pebble materials from the HGB-3a borehole near Slovenské Pravno village. Technical Report / M. Havrila – GEOFOND, Bratislava. – 1997.

144. Rakús M. Geological evaluation of the borehole HGB-3a next to Slovenské Pravno. [Geologické zhodnotenie vrtu HGB-3a pri Slovenskom Pravne]. Manuscript / M. Rakús – Archív Geofond, Bratislava. – 1999.

145. Карта аномального магнитного поля Украинского щита / [под ред. З. А. Крутиховской] – Киев. – 1977.

146. Завойский В. Н. Интерпретация Криворожской магнитной аномалии / В. Н. Завойский, И. Н. Иващенко // Докл. АН Украины, сер. Б. – 1990. – № 1. – С. 9–12.

147. Завойский В. Н. О зависимости вязкой намагниченности от структурно\_текстурных особенностей породы (на примере железистых кварцитов) / В. Н. Завойский // Геофизический сборник. – 1973. – Вып. 55. – С. 47–53.