

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ ГЕОФІЗИКИ ім. С.І. Субботіна

МИКУЛЯК СЕРГІЙ ВАСИЛЬОВИЧ



УДК 550.34+539.3+536

**ЗАКОНОМІРНОСТІ ДИНАМІКИ СТРУКТУРОВАНИХ ГЕОСЕРЕДОВИЩ:
ТЕОРІЯ, МОДЕЛІ, ЕКСПЕРИМЕНТ**

04.00.22 – геофізика

АВТОРЕФЕРАТ

дисертації на здобуття наукового ступеня
доктора фізико-математичних наук

Київ-2019

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Інституті геофізики ім. С.І. Субботіна НАН України.

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук, професор,
Тяпкін Юрій Костянтинович,
ТОВ "ЮГ-Нефтегаз", науковий консультант

доктор фізико-математичних наук, професор,
Стародуб Юрій Петрович,
Львівський державний університет безпеки
життєдіяльності МОН України, м. Львів,
завідувач кафедри цивільного захисту і
комп'ютерного моделювання екогеофізичних
процесів

доктор фізико-математичних наук, професор,
Макаренко Олександр Сергійович,
Інститут прикладного системного аналізу
Національного технічного університету України
Київський політехнічний інститут ім. Ігоря
Сікорського, м. Київ,
завідувач відділу прикладного нелінійного аналізу

Захист відбудеться 9 липня 2019 року о 13 годині на засіданні Спеціалізованої вченої ради Д 26.200.01 при Інституті геофізики ім. С.І. Субботіна НАН України за адресою: 03680, м. Київ-142, пр-т Палладіна, 32.

З дисертацією можна ознайомитись в бібліотеці Інституту геофізики ім. С.І. Субботіна НАН України за адресою: 03680, м. Київ-142, пр-т Палладіна, 32 та на електронному ресурсі: <http://www.igph.kiev.ua>

Автореферат розіслано "4 червня" 2019 р.

Вчений секретар
Спеціалізованої вченої ради Д 26.200.01
доктор геологічних наук

Т.К. Бурахович

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Обґрунтування вибору теми дослідження. Гірські породи, що утворюють літосферу надзвичайно різноманітні, але є одна важлива характеристика, яка властива чи не всім гірським породам – це дискретність. Дискретність спостерігається на всіх масштабних рівнях: від зерен в гірських породах, розміри яких складають міліметри, або їх долі, до фрагментів гірської породи, які можна спостерігати на кар'єрах або оголених скелях з сантиметровими чи метровими розмірами, до тектонічних блоків, розміри яких складають десятки чи сотні кілометрів і до найбільших структурних елементів земної кори – тектонічних плит, що простягаються на тисячі, або навіть на десятки тисяч кілометрів. У переважній більшості теоретичних досліджень геосередовище моделюється в рамках континуального підходу і значно рідше в теоретичних дослідженнях зосереджуються на дискретності геосередовища. Необхідність враховувати дискретність геосередовища, так само як розглядати його як відкриту термодинамічну систему, що обмінюється енергією та масою з оточуючим середовищем, обґрунтували Садовський М.А., Писаренко В.Ф., Родіонов В.Н., Болховітінов Л.Г.. Ця необхідність зумовлена тим, що існує ряд явищ, які неможливо описати в рамках моделі суцільного середовища. Зокрема, не вдається адекватно описати сейсмічні процеси в сейсмоактивних зонах, які є суттєво неоднорідними середовищами з численними розломами та тріщинами. Іншим прикладом неklasичної поведінки геосередовища, що пов'язано з його структурою, є існування природної акустичної емісії у свердловинах в гірських масивах. Наявність доміантних частот у масивах гірських порід також пов'язана зі структурною будовою цих порід. На користь структурованої будови гірських масивів свідчить і суттєва неоднорідність полів зміщень як за абсолютною величиною, так і за напрямком при потужних підземних вибухах.

Садовський М.А., Писаренко В.Ф., Родіонов В.Н. запропонували блоково-ієрархічну концептуальну фізичну модель геосередовища, в якій геологічні масиви розглядаються як відкриті ієрархічні системи дискретних структурних елементів (блоків), що обмінюються енергією і масою як з оточуючим середовищем так і всередині системи. Така модель може пояснити ряд згаданих явищ, які не піддаються адекватному опису в рамках континуального підходу. Особливо продуктивно ця модель може бути застосована до моделювання сейсмічного процесу в сейсмоактивних зонах. У цих областях має місце складний процес перерозподілу енергії між структурними елементами, сформованими численними розломами та тріщинами, які утворюють складну ієрархічну структуру. Дана система є відкритою, отримуючи енергію від руху тектонічних плит, від зовнішніх сейсмічних збурень, а також обмінюючись масою у вигляді флюїдів.

У результаті обміну енергії енергонасиченість блоків змінюється, що може призвести до досягнення блоком такого рівня щільності енергії, коли він стає нестійким. В процесі втрати стійкості накопичена пружна енергія трансформується в сейсмічну, теплову, електромагнітну і т.д. Передбачити поведінку такої складної системи важко, адже втрата стійкості невеликого блоку може призвести до лавинного процесу втрати стійкості значною кількістю блоків. Це змушує мати

інформацію про всю систему і на різних рівнях ієрархії, що практично неможливо. Тому для опису поведінки такої складної системи необхідно застосовувати статистичні методи. Основна складність полягає в тому, що між структурними елементами існують далекодіючі кореляції. Крім того, ієрархічна будова середовища не дає можливості застосовувати які-небудь методи усереднення, адже неможливо виділити малий параметр зв'язаний з характерним розміром середовища. Тому на сьогоднішній день не існує універсальних математичних моделей, які описували б динамічну поведінку таких геосередовищ, а отже, побудова моделей геосередовищ, як складних ієрархічних блокових систем є актуальною.

Мета і завдання дослідження відповідно до предмета та об'єкта дослідження. Метою роботи є розробка моделей неоднорідних геосередовищ з урахуванням їх дискретної та ієрархічної будови та вивчення закономірностей динаміки таких середовищ.

Для досягнення цієї мети необхідно було вирішити такі *задачі*:

1. Дослідити закономірності поширення хвиль у дискретних середовищах з нелінійною взаємодією дискретних елементів та виявити явища самоорганізації.
2. Вивчити вплив характеру взаємодії між структурними елементами, а також їх розмірів та форми на деформаційні властивості структурованих середовищ.
3. Експериментально та теоретично проаналізувати еволюцію мікропараметрів дискретного середовища в процесі динамічного деформування.
4. Розробити математичну модель динаміки ієрархічного дискретного середовища та теоретично дослідити її властивості щодо відгуку ієрархічного середовища на зовнішні збурення, особливості обміну енергії між різними рівнями ієрархії, а також існування різних типів розв'язків моделі.
5. Розробити модель для опису сейсмічних процесів у сейсмоактивній зоні. Дослідити властивості даної моделі щодо відтворення нею емпіричних закономірностей, отриманих для реальних сейсмічних процесів.
6. Експериментально та теоретично з'ясувати подібність зсувного деформування гранульованого середовища та процесів, що мають місце у сейсмоактивних зонах з метою можливості впливу на природні сейсмічні процеси.

Об'єктом дослідження є структуроване геосередовище.

Предмет дослідження – динамічні процеси у структурованих ієрархічних середовищах.

Методи дослідження та достовірність і обґрунтованість отриманих результатів і висновків: Числовий метод дискретних елементів, який використовувався для моделювання динаміки структурованих дискретних середовищ. Перевага цього методу полягає в тому, що він дозволяє описувати індивідуальну поведінку великої кількості структурних елементів. Достовірність результатів забезпечувалась тестуванням програм, написаних на основі даного методу, порівнянням отриманих розв'язків систем нелінійних диференціальних рівнянь з використанням декількох відмінних числових методів.

1. Метод якісного аналізу дав змогу дослідити режими, які допускає модель ієрархічних осциляторів.
2. За допомогою методу особливих точок проведено дослідження коливань у трирівневій ієрархічній системі ангармонічних осциляторів.
3. Метод Гальоркіна дав можливість перевірити достовірність результатів отриманих методом особливих точок.
4. Метод клітинних автоматів застосовувався для побудови блоково-ієрархічної моделі землетрусів. Даний метод є основним для моделювання процесів самоорганізованої критичності. Достовірність результатів, отриманих на основі даної моделі, підтверджується порівнянням отриманих статистичних закономірностей з аналогічними закономірностями для природних сейсмічних процесів.
5. Методи математичної статистики застосовувались для обробки результатів числових розрахунків та експериментальних даних.
6. Експериментальний метод використовувався для вивчення динаміки дискретних середовищ. Достовірність експериментальних результатів забезпечувалась калібруванням всіх вимірювальних пристроїв.

Наукова новизна отриманих результатів:

1. Вперше проаналізовано характер поширення нелінійних збурень у двовимірному дискретному масиві, утвореному зі сферичних дискретних елементів, в залежності від упаковки. Отримано еволюцію спектра нелінійної хвилі, що поширюється у дискретному середовищі, утвореному зі сферичних елементів трьох розмірів. Змоделювано процес поширення нелінійної хвилі в ланцюгу дискретних елементів у рамках узагальненої моделі Герца із врахуванням їх пластичного деформування.
2. Вперше виявлено та досліджено вихрові хвильові структури в процесі поширення хвилі стиснення в шарі гранульованого середовища, яке розташоване в полі сили тяжіння.
3. Вперше встановлено вплив на діаграми деформування дискретних середовищ виду взаємодії дискретних елементів: пружного, пружно-пластичного, пружнов'язкого, типу упаковки та розмірів дискретних елементів. Показано зв'язок внутрішньої структури з нелінійністю, гістерезисом, формою діаграм.
4. Розроблено нову експериментальну методику вимірювання сили, що діє на окремі гранули на дні гранульованого зразка. В результаті експериментальних та комп'ютерних досліджень встановлено, що розподіл максимального значення сил, з якими гранули діють на дно циліндра в гранульованому середовищі, утвореному сферичними гранулами, при імпульсному навантаженні мають експоненційно згасаючий характер в діапазоні великих сил. Крім того, числове моделювання показало, що експоненційний розподіл сил має місце по всьому зразку і таким чином підтверджується наявність кореляцій міжгранульних сил в процесі його динамічного навантаження. За допомогою комп'ютерного моделювання показано, що процес деформування гранульованого середовища є нерівноважним процесом.

5. Запропоновано нову модель ієрархічного дискретного середовища як системи вкладених ангармонічних осциляторів. Доведено, що модель з трьома ієрархічними рівнями має періодичні, квазіперіодичні та хаотичні розв'язки. Показано, що процес перерозподілу енергії між рівнями, інтенсивність збудження осциляторів на ієрархічному рівні визначається структурним параметром. Розглянуто періодичні режими, що виникають у трирівневій ієрархічній моделі з дисипацією, коли найвищий структурний рівень зазнає дії гармонічної сили. Аналіз амплітудно-частотних кривих показав, що ієрархічна структура може поводитися як підсилювач сигналу, яким збуджується найвищий рівень ієрархії.
6. Розроблено нову модель землетрусів, яка базується на двох фундаментальних принципах: ієрархічній структурі сейсмоактивних областей та концепції самоорганізованої критичності. Модель відтворює основні емпіричні властивості сейсмічних процесів: закон Гутенберга-Ріхтера, узагальнений закон Оморі, закон про продуктивність афтершоків, закон Бетта про середнє значення відносної різниці у магнітуді між основним землетрусом і його найбільшим афтершоком, фрактальні розподіли гіпоцентрів (епіцентрів) зі степеневими залежностями кількості подій від відстані між гіпоцентрами (епіцентрами) та γ -розподіл для часу очікування.
7. Розроблено методикау експериментальних досліджень зсувного деформування гранульованого середовища, сформованого з гранул кубічної форми, в тому числі при дії на середовище зовнішніх періодичних та неперіодичних збурень.
8. Запропоновано алгоритм для управління процесом зсувної деформації гранульованого середовища за допомогою зовнішніх збурень, який забезпечує уникнення великих напружень. Експерименти підтвердили ефективність застосування даного алгоритму.
9. Обґрунтовано в рамках числового моделювання, що розподіл енергії акустичних збурень, які генерує гранульоване середовище з кубічними елементами при його зсувному деформуванні, близький до розподілу Гутенберга-Ріхтера, а афтершоки затухають за законом Оморі. Встановлено, що розподіл флуктуацій швидкостей елементів у такому модельному середовищі є експоненційною залежністю, а кореляція флуктуацій швидкостей – витягнутою експонентою, подібно до того, як це встановлено у натурних експериментах для флуктуацій швидкостей руху земної поверхні у сейсмоактивному регіоні в Каліфорнії.

Особистий внесок здобувача. Основні наукові результати та висновки, викладені в дисертаційній роботі, одержані автором особисто або у співавторстві та опубліковані в журналах, які входять до затвердженого МОН Переліку наукових фахових видань України з фізико-математичних наук, або іноземних видань. За темою дисертації автором опубліковано 36 наукових праць: статей – 23 (6 входять до міжнародної наукометричної бази Scopus), з них 5 – без співавторів, 1 – матеріал міжнародної конференції (входить до міжнародної наукометричної бази Scopus), 12 тез доповідей на міжнародних та всеукраїнських наукових конференціях, 1 – монографія.

Особистий внесок автора в основні роботи, виконані в співавторстві, визначається наступним чином:

Статті [1-3], [6], [8-13] – постановка задач, виконання комп’ютерних розрахунків, обробка результатів, участь в аналізі та інтерпретації даних. Стаття [4] – побудова моделі дискретного ієрархічного середовища як системи вкладених осциляторів, числові розрахунки за моделлю, участь в аналізі та інтерпретації даних. Стаття [15] – постановка задачі, планування експерименту, обробка результатів, участь в аналізі та інтерпретації даних. Стаття [16] – постановка задачі, планування експерименту, обробка результатів, аналіз та інтерпретація даних. Стаття [17] – постановка задачі, участь у вдосконаленні моделі дискретного середовища як системи вкладених осциляторів та участь в аналізі результатів. Матеріали цієї статті також ввійшли до докторської дисертації Скуратівського С.І. “Процеси самоорганізації в нерівноважних середовищах з структурою”, Київ (2016 р.). Стаття [18] – постановка задачі, планування експерименту, обробка результатів, участь в аналізі та інтерпретації даних, розрахунок процесу динамічного деформування гранульованого середовища, що відповідає експерименту. Стаття [19] – постановка задачі, участь в отриманні результатів та їх аналізі. Стаття [21] – постановка задачі, участь в написанні комп’ютерної програми для розрахунку динаміки гранульованого середовища, в розрахунках та їх аналізі. Обробка результатів розрахунків. Стаття [23] – постановка задачі, планування експерименту, обробка результатів, аналіз та інтерпретація даних. Монографія [1] – розділи 3, 4.

Апробація результатів дисертації. Основні положення дослідження доповідались на таких наукових конференціях: X International Congress on Sound and Vibration, Stockholm, Sweden, 7–10 July 2003. XII Международная научная школа-семинар “Физика импульсных разрядов в конденсированных средах”, ИИПТ НАН Украины, Николаев, 22–26 августа 2005. VII Международная научная школа-семинар “Импульсные процессы в механике сплошных сред”, ИИПТ НАН Украины, Николаев 21–25 августа 2007. XVII Международная научная школа им. акад. С.А. Христиановича “Деформирование и разрушение материалов с дефектами и динамические явления в горных породах и выработках”, Алушта, 17–23 сентября 2007. XVIII Международная научная школа им. акад. С.А. Христиановича “Деформирование и разрушение материалов с дефектами и динамические явления в горных породах и выработках”, Алушта, 19–25 сентября 2008. XIX Международная научная школа им. акад. С.А. Христиановича “Деформирование и разрушение материалов с дефектами и динамические явления в горных породах и выработках”, Алушта, 21–27 сентября 2009. International Conference “Geodynamical Phenomena: From Observations and Experiments to Theory and Modelling”, Kiev, September 20–24, 2010. XXI Международная научная школа им. акад. С.А. Христиановича “Деформирование и разрушение материалов с дефектами и динамические явления в горных породах и выработках”, Алушта, 19–25 сентября 2011. XXII Международная научная школа им. акад. С.А. Христиановича “Деформирование и разрушение материалов с дефектами и динамические явления в горных породах и выработках”, Алушта, 21-27 сентября 2012. XXIII Международная научная школа им. акад. С.А. Христиановича “Деформирование и разрушение материалов с дефектами и

динамические явления в горных породах и выработках”, Алушта, 22-28 сентября 2013. 3th International Conference on memory of corresponding member of National Academy of Science of Ukraine Valery S. Melnik “Nonlinear analysis and applications”, Kyiv, Ukraine, 1–3 April 2015. International Conference on Differential Equations, Mathematical Physics and Applications (DEMPHA-2017), Cherkasy, Ukraine, 17-19 October 2017. Всеукраїнська наукова конференція “Сучасні проблеми теорії ймовірностей та математичного аналізу”, Ворохта, 27 лютого – 2 березня 2018. 4th International Conference on memory of corresponding member of National Academy of Science of Ukraine Valery S. Melnik “Nonlinear analysis and applications”, Kyiv, Ukraine, 4–6 April 2018. Наукові семінари Відділення геодинаміки вибуху.

Структура і обсяг дисертації. Дисертація складається з вступу, шести розділів, висновків і списку використаних джерел, що включає 406 найменувань. Робота містить 303 сторінки машинописного тексту, 150 рисунків та 2 додатки.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Робота виконана в рамках планових НДР Відділення геодинаміки вибуху Інституту геофізики ім. С.І. Субботіна НАН України за такими науковими темами: Розробка наукових основ динаміки деформування ієрархічного геофізичного середовища (1998 – 2002 рр., номер держреєстрації 0198U000239). Удосконалення моделей геофізичних середовищ і розв'язок хвильових задач (1995 – 1999 рр., номер держреєстрації 0195U004811). Дослідження деформування геофізичного середовища і розробка методів видобутку енергоносіїв (2000 – 2004 рр., номер держреєстрації 0100U000057). Створення геомеханічної моделі літосфери в зв'язку з розвитком мінерально-сировинної бази України (2002 – 2006 рр., номер держреєстрації 0102U002241). Розробка наукових основ нелінійної нерівноважної геомеханіки та новітніх технологій і техніки для підвищення нафтогазовіддачі пластів (2003 – 2007 рр., номер держреєстрації 0103U000043). Розробка новітніх технологій інтенсифікації видобутку енергоносіїв на основі досліджень динаміки геофізичних середовищ (2004 – 2007 рр., номер держреєстрації 0104U008452). Розробка наукових основ нелінійної, нерівноважної геофізики та технології інтенсифікації видобутку мінеральної сировини (2007 – 2011 рр., номер держреєстрації 0106U011729). Розробка наукових основ нелінійної нерівноважної геодинаміки та технологій інтенсифікації вилучення вуглеводнів із надр (2008 – 2012 рр., номер держреєстрації 0107U010776). Розробка наукових основ створення новітніх імпульсних технологій та техніки для підвищення нафтогазовіддачі пластів на основі досліджень динаміки структурно-неоднорідних геосередовищ (2008 – 2010 рр., номер держреєстрації 0107U010777). Дослідження закономірностей деформування геосередовищ та розробка наукових основ новітніх технологій видобутку енергоносіїв (2010 – 2012 рр., номер держреєстрації 0109U008684). Розробка наукових основ динаміки ієрархічно-блокових геосередовищ для створення новітніх імпульсних геотехнологій (2011 – 2013 рр., номер держреєстрації 0110U007857). Розробка наукових основ нелокальної геодинаміки (2012 – 2017 рр., номер держреєстрації 0113U000008). Розробка наукових основ самоорганізації нерівноважних геофізичних середовищ (2012 – 2016 рр., номер держреєстрації 0112U003239).

Розробка наукових основ нерівноважної геомеханіки (2013 – 2017 рр., номер держреєстрації 0113U000007). Дослідження закономірностей динаміки структурно-неоднорідних геосередовищ (2013 – 2017 рр., номер держреєстрації 0113U000006). Розробка наукових основ нерівноважної динаміки геосередовищ для створення новітніх технологій інтенсифікації видобутку корисних копалин (2014 – 2016 рр., номер держреєстрації 0113U007992). Дослідження закономірностей самоорганізації і утворення структур в нерівноважних геофізичних середовищах з метою розробки новітніх ефективних методів видобування корисних копалин (2017 – 2019 рр., номер держреєстрації 0117U000248). Дослідження закономірностей нелінійної нерівноважної геодинаміки для створення наукових основ розробки новітніх імпульсно-хвильових технологій підвищення видобутку вуглеводнів (2017 – 2019 рр., номер держреєстрації 0117U 000249). Дослідження критичних явищ та інших проявів самоорганізації у структурованих геосередовищах з метою оцінки сейсмічних ризиків (2017 – 2019 рр., номер держреєстрації 0118U000044).

Практичне значення отриманих результатів.

- Вивчення процесів перерозподілу енергії в ієрархічних системах важливі для сейсмічних досліджень в областях зі складною структурою та для забезпечення сейсмічної безпеки складних промислових та цивільних об'єктів.
- Розроблена блоково-ієрархічна модель землетрусів дає можливість дослідження причин та умов виникнення передвісників з метою прогнозування великих землетрусів.
- Подібність процесів зсувного деформування гранульованого середовища та природних сейсмічних процесів відкриває перспективи для визначення умов виникнення великих землетрусів, а також можливість впливати на сейсмічний процес з метою релаксації напружень у сейсмоактивній зоні щоб уникнути руйнівних землетрусів.
- Вивчення зсувного деформування гранульованого середовища також можуть мати практичне значення для кращого розуміння таких природних процесів як зсуви ґрунтів, селів, сходження сніжних лавин, тощо, прогнозування наслідків цих небезпечних процесів та можливості впливу на них.
- Розроблені комп'ютерні коди для опису динаміки гранульованих середовищ можуть бути використані для моделювання різноманітних технологічних процесів, пов'язаних з динамікою гранульованих масивів: перемішування гранульованих сумішей, подрібнення гірських порід у мельницях, укладка гравійної засипки при будівництві доріг, тощо.
- Отримані результати можуть використовуватися у навчальному процесі.

Подяка. Я щиро вдячний науковому консультанту член-кореспонденту, доктору фіз.-мат. наук Даниленку В'ячеславу Андрійовичу за те, що він зацікавив мене проблематикою щодо трактування структурованих геосередовищ як складних ієрархічно-структурованих блокових відкритих систем, за постійну всебічну підтримку, цінні поради та багаторазові корисні обговорення. Також висловлюю вдячність доктору фіз.-мат. наук Скуратівському С.І. за плідну співпрацю щодо моделювання ієрархічного середовища як системи вкладених нелінійних

осциляторів та в інших дослідженнях, цінні поради, обговорення результатів. Моя подяка кандидату техн. наук Поляковському В.О. за виготовлення експериментальних установок, проведення експериментів та плідне обговорення результатів. Висловлюю також подяку кандидату фіз.-мат. наук Кулічу В.В. за спільну роботу у розробці комп'ютерного коду *CuBluck* для розрахунку динаміки гранульованого середовища. Моя подяка також Поляковській Т.С. за допомогу у проведенні експериментів, Юшициній Я.О. за допомогу в оформленні дисертації, а також всім співробітникам Відділення геодинаміки вибуху, хто мене підтримував.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** викладено загальну характеристику роботи, обґрунтовано доцільність обраного напрямку та актуальність дисертації, сформульовано мету, основні методи і задачі досліджень, визначено наукову новизну отриманих результатів, сформульовані основні наукові та практичні досягнення здобувача, а також подано інформацію щодо апробації одержаних результатів, публікацій, структури й обсягу роботи.

У **першому розділі** представлено огляд літератури за темою дисертації та відображено сучасний стан проблем, що розглядаються в роботі. Зокрема, проаналізовані існуючі моделі, які описують дискретні середовища, а також моделі, що враховують ієрархічну будову геосередовищ. Крім того, зроблено детальний огляд літератури щодо математичних методів розв'язку задач динаміки дискретних середовищ.

У **другому розділі** викладено результати дослідження двовимірних та тривимірних хвильових полів, що виникають у структурованих середовищах, а саме у гранульованих середовищах, під дією імпульсного навантаження. Досліджуються деякі явища самоорганізації, а саме: утворення двопікових структур у середовищі, утвореному регулярно упакованими сферичними елементами та конвективні хвильові структури у прошарку дисперсного масиву куль в полі сили тяжіння. Для моделювання цих процесів використовується метод дискретних елементів.

Структуроване середовище моделюється системою гранул у вигляді куль. Взаємодія між гранулами здійснюється через поверхні контакту і сила взаємодії двох гранул F_{ij} залежить від величини зближення їх центрів

$$\delta_{ij} = r_i + r_j - \sqrt{\sum_{k=1,3} (x_i^k - x_j^k)^2}$$
, де x_j^k – координати центрів, r_i, r_j – радіуси i -ї та j -ї

гранул. Силу F_{ij} можна розкласти на силу, що діє вздовж лінії, яка з'єднує центри мас гранул F_{ij}^n , та силу, спрямовану перпендикулярно до цієї лінії, F_{ij}^s . Сила F_{ij}^n нелінійно залежить від величини δ_{ij} : $F_{ij}^n = C_n \delta_{ij}^\alpha n_{ij}$. Тут C_n – константа, яка згідно із

законом Герца, визначається як $C_n = \frac{\sqrt{2E}}{3(1-\nu^2)} \left(\frac{1}{r_i} + \frac{1}{r_j} \right)^{-1/2}$, де E – модуль Юнга; ν –

коефіцієнт Пуассона; $\alpha = 3/2$; \mathbf{n}_{ij} – одиничний вектор, спрямований вздовж лінії, яка з'єднує центри гранул. Дотична сила F_{ij}^s залежить від відносного зсуву вздовж

лінії, перпендикулярної вектору \mathbf{n}_{ij} . $\frac{dF_{ij}^s}{dt} = -C_s \mathbf{w}_{ij}$ якщо $F_{ij}^s < C_s F^n$ та

$F_{ij}^s = C_k \frac{\mathbf{w}_{ij}}{w_{ij}} F_{ij}^n$ якщо $F_{ij}^s \geq C_k F_{ij}^n$. Тут \mathbf{w}_{ij} – відносна швидкість проковзування двох

гранул i та j

$$\mathbf{w}_{ij} = \mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j - \mathbf{n}_{ij}((\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j) \cdot \mathbf{n}_{ij}) + (2r - \delta_{ij})[\mathbf{n}_{ij} \cdot (\boldsymbol{\omega}_i + \boldsymbol{\omega}_j)],$$

де \mathbf{v}_i і $\boldsymbol{\omega}_i$ – лінійна та кутова швидкості i -ї гранули, C_k – коефіцієнт тертя. Рух i -ї гранули описується системою диференційних рівнянь

$$m_i \frac{d^2 \mathbf{x}_i}{dt^2} = \sum_j \mathbf{F}_{ij}, \quad I_i \frac{d^2 \Phi_i}{dt^2} = \sum_j \mathbf{M}_{ij}, \quad (1)$$

де \mathbf{x}_i , Φ_i , m_i , I_i – відповідно, радіус-вектор, кутова координата, маса, момент інерції i -ї гранули; \mathbf{M}_{ij} – момент сили, що діє на i -у гранулу з боку j -ї гранули.

Додавання здійснюється для всіх j -х гранул, які мають контакт з i -ю гранулою. Розглядався процес поширення нелінійних хвиль у двовимірному шарі дискретного середовища з регулярною, квазірегулярною та хаотичною упаковками елементів. На межах $x_2 = 0$ і $x_2 = d$, а також на поверхні поршня $x_{ps} = x_{ps}(t)$, $0 \leq x_2 \leq d$ задавались

умови, як на жорстких стінках: $[\mathbf{F}_i^n] = 0$, де \mathbf{F}_i^n – нормальна до поверхні сила, що діє з боку i -ї гранули. У початковий момент часу $t = 0$ елементи знаходяться в стані спокою $\mathbf{v}_i = 0$, $i = 1, N$, де N – загальна кількість гранул, а поршень рухається зі швидкістю $V_0 = 10$. Система рівнянь (1) розв'язувалась чисельно з використанням алгоритму Верле. У розрахунках задавались такі значення констант: $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па; $\nu = 0,29$; $\rho = 7,8 \cdot 10^3$ кг/м³; $C_s = 2,7 \cdot 10^6$ Н/м; $C_k = 0,4$.

На рис. 1 показано отриману в розрахунках залежність горизонтальної компоненти швидкості гранул V_1 від координат x_1, x_2 в момент часу $t = 0,41$ мс. Хвильове поле має досить складну конфігурацію: слідом за головною хвилею в зафронтівій області виникає ряд відбитих хвиль, кількість яких з часом зростає. Типовою особливістю цього хвильового процесу є те, що у фронтівій області утворюється двопікова структура, яка, хоч і має коливальний характер, проте не руйнується впродовж усього терміну розрахунків. У спектрах двопікових утворень виділяються дві характерні частоти ν_1 і ν_2 . Як показують розрахунки, у п'яти реперних точках, що знаходяться на різних відстанях від поршня, за винятком першої, найближчої до поршня, числа Струхала $S_1 = \nu_1 r / D$ і $S_2 = \nu_2 r / D$, де D –

швидкість фронту хвилі, є постійними: $S_1 = 0,15$, $S_2 = 0,30$. Отже, процес поширення двопікової структури є самоподібним. В області, де розташована перша (найближча до поршня) реперна точка, очевидно, відбувається перехідний процес формування стійкого двопікового утворення. Також проведені розрахунки поширення нелінійної хвилі у каналі, заповненому кулями радіусом $2r$ і $3r$, і для системи з гранулами радіусом r , генерованої ударником, швидкість якого в початковий момент $V_0 = 1$ м/с. Числа Струхала для цих розрахунків відповідно $S_1 = 0,15$, $S_2 = 0,30$. Така подібність процесів може бути використана для діагностування розмірів структури.

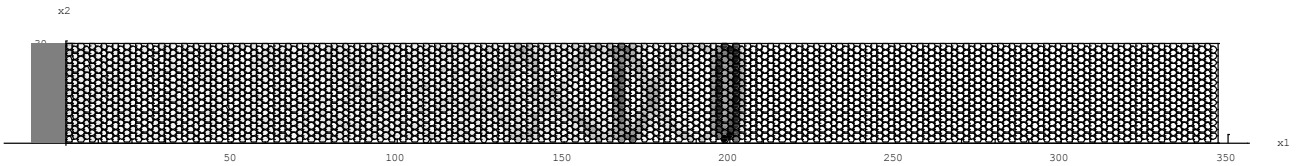


Рис.1. Поле швидкостей $V_1(x_1, x_2)$ в моменті часу $t = 0,41$ мс. Темному забарвленню гранул відповідає більша швидкість. Регулярна упаковка гранул.

Розрахунки хвильових процесів у квазірегулярно упакованому середовищі з розміром комірки $r_1 = 1,001r$, в яке випадково вміщується гранула радіусом r , показали, що в такому випадку також генерується хвильове утворення, для якого число Струхала є тією самою константою, що і для регулярної компакної упаковки. Подальше збільшення розміру комірки приводить до якісної зміни хвильових полів за аналогічних крайових умов. Масові швидкості гранул мають хаотично коливальний характер. Такий самий характер мають ці швидкості й для середовища, утвореного випадково розташованими в каналі гранулами.

Результати проведеного моделювання процесів поширення імпульсних збурень в гранульованих середовищах з нелінійною взаємодією між гранулами, різними способами їх упаковки та різними розмірами показали, що хвильові процеси в структурованому середовищі мають принципові відмінності від аналогічних процесів в однорідних твердих тілах.

Наступним розглядається двовимірний процес поширення нелінійної хвилі в шарі гранульованого середовища, що знаходиться в полі сили тяжіння. Масив гранул, які утворюють гранульоване середовище, складається із 14000 елементів сферичної форми з гауссовим розподілом за розмірами з невеликою дисперсією $0,004$ мм² (середній розмір елементів складає $0,4$ мм). Поршень генерує хвилю в результаті прикладеної до нього в напрямку осі x сили

$$F = F_0 \sin^2(\pi/t_0) \text{ при } t \leq t_0 \text{ та } F = 0 \text{ при } t > t_0, \quad (2)$$

де $F_0 = 40$ Н, $t_0 = 100$ мкс. В процесі розрахунку на шести різних відстанях від початку координат обчислювалися усереднені швидкості $V_a = 1/n \sum_i v_x^i$, де v_x^i – горизонтальні складові швидкостей гранул, які попадають у вертикальні смуги

товщиною $5r_0$. На рис. 2 показано фрагмент шару поблизу поршня з однією із смуг, яка знаходиться на відстані $x = 0,08$ м, в якій усереднюються швидкості гранул.

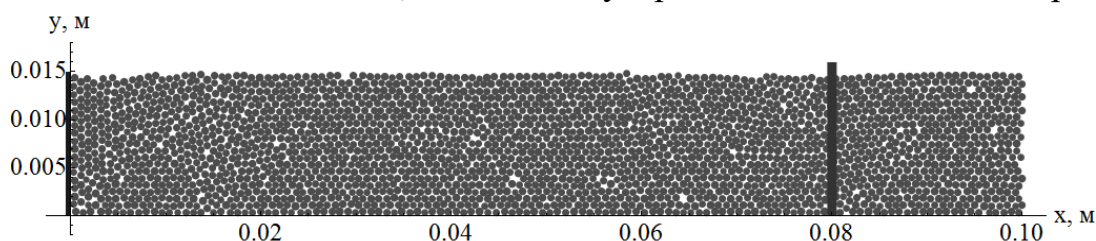


Рис. 2. Масив сферичних гранул. Темна смуга – область, в якій обчислюється середня швидкість.

Отримані в розрахунках залежності усереднених швидкостей від часу для шести значень відстаней від початку координат свідчать про те, що хвиля в процесі її поширення дуже швидко затухає і з часом трансформується в періодичну. Аналіз полів швидкості демонструє те, що тут має місце когерентний рух гранул середовища, тобто в цій області формуються характерні хвильові структури (рис. 4).

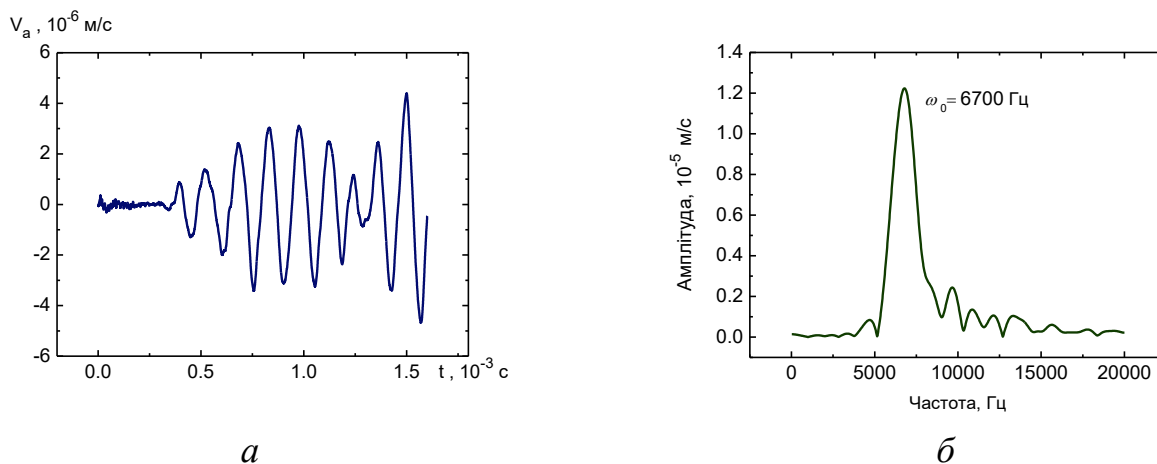


Рис. 3. Залежність усередненої швидкості V_a від часу на відстані $x = 24$ см (а) та її спектр (б).

Розрахунки також показали, що на параметри хвильових структур, які утворюються в шарі гранульованого середовища в полі сили тяжіння, впливає розмір гранул, висота шару, наявність сили тертя між гранулами і наявність самої сили тяжіння, оскільки при її відсутності, як показали розрахунки, відсутні і періодичні хвильові структури.

Якщо шар знаходиться у стисненому стані то хвильові структури не формуються і загасання хвилі істотно менше. Також досліджено хвильові процеси в шарі гранульованого середовища з несферичними гранулами (гранула складається з двох кульових сегментів однакового радіуса). Розрахунки показали, що для такого середовища характерне дуже сильне загасання хвилі, відсутність процесу утворення хвильових структур, та те, що таке середовище дуже чутливе до початкового напруженого стану.

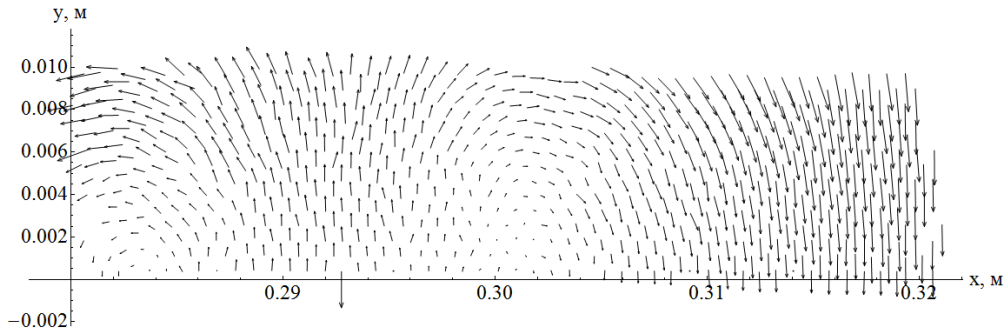


Рис. 4. Поле швидкостей в області $28 \text{ см} \leq x \leq 32 \text{ см}$ в момент часу $t = 1 \text{ мс}$.

Для того, щоб з'ясувати чи можливе існування вихрових структур у тривимірному випадку, було виконано комп'ютерне моделювання процесу поширення хвилі у шарі гранульованого середовища під дією сили (2), як показано на рис. 5. Усереднення швидкостей в кубічних об'ємах, що знаходяться на 9-ти відстанях від початку координат і на 3-х висотах дало можливість більш детально дослідити хвильові поля. Як і у випадку двовимірної задачі, збурена ударом хвиля швидко згасає, а потім формуються хвильові вихрові структури. Виявилось, що вертикальна компонента швидкості у цих структурах може перевищувати швидкість у напрямку поширення хвилі. Що стосується компоненти швидкості у напрямку, перпендикулярному до напрямку поширення хвилі, то вона є хаотичною і її величина на порядок менше ніж інші дві компоненти.

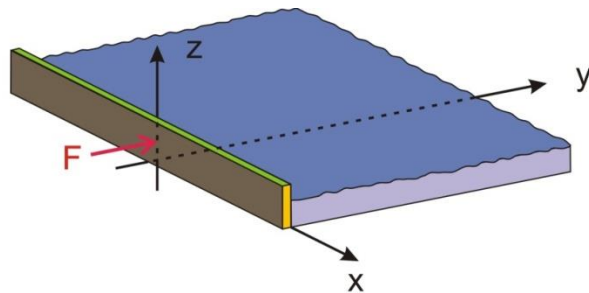


Рис. 5. Шар гранульованого середовища, F – сила, яка діє на поршень у напрямку y .

Для дослідження хвильових структур також використовується кореляційний аналіз. Для цього виділяється ряд областей кубічної форми з центрами приблизно на середині висоти гранульованого шару $z = 30 \text{ мм}$ і розташованими на відстані 10 мм одна від одної. Розмір ребер виділених кубів складає 10 мм , а середня кількість гранул, які потрапляють у виділені області – 72 . Для кожної пари кубів обчислюється кореляційна функція

$$C_{kl}(t) = \sum_{i,j} v_z^{ki}(t) v_z^{lj}(t),$$

де індекси k та l відповідають номерам виділених областей, а i, j – номерам гранул у відповідних областях. Досліджуються кореляції лише компоненти V_z . На вихровій структурі гранули рухаються в протилежних напрямках відносно центра вихору (рис. 6), тому кореляційна функція для областей, які знаходяться по різні сторони центру будуть від'ємними. На рис. 7 наведено залежність кореляційної функції для

вертикальної компоненти швидкостей елементів, що знаходяться у виділених областях.

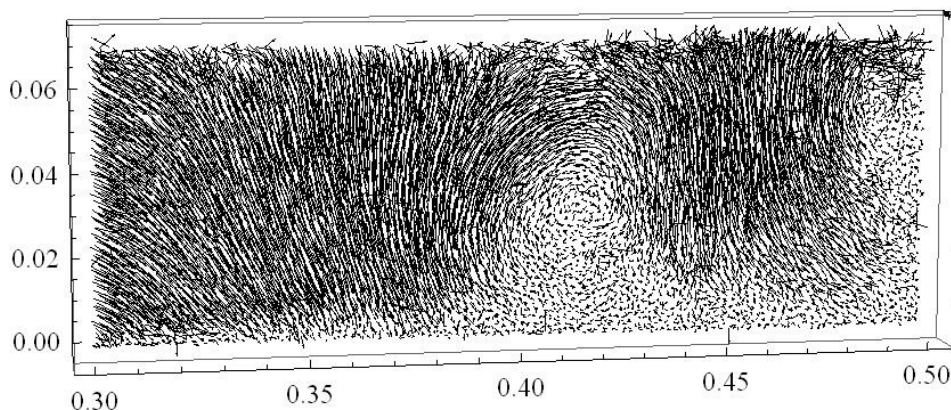


Рис. 6. Поле швидкостей в інтервалі $0,35\text{м} \leq y \leq 0,5\text{м}$ в момент часу $t = 6,0$ мс.

В момент $t = 6,0$ мс, що відповідає векторному полю, зображеному на рис. 6, кореляційна функція має від'ємне значення, близьке до мінімального. Отже, за допомогою кореляційної функції можна визначати положення, момент виникнення і тривалість існування хвильових структур.

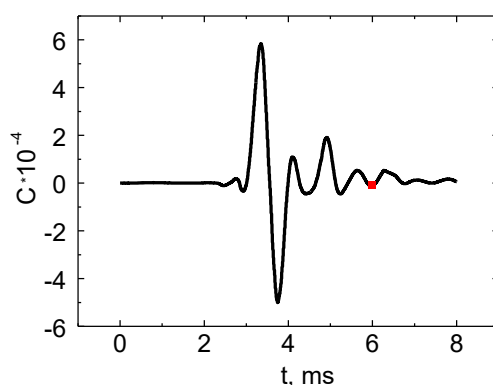


Рис. 7. Залежність кореляційної функції від часу для гранул, що знаходяться в кубі з центром у точці $(0, 0,368, 0,035)$ м та в кубі з центром у точці $(0, 0,448, 0,035)$ м.

У **третьому розділі** досліджуються деформаційні властивості дискретних середовищ. Для динамічних діаграм деформування широкого класу структурованих геоматеріалів характерні такі особливості, як нелінійність, гістерезис, дилатансія, а також залежність від швидкості деформування. Ці неklasичні особливості динамічного деформування пов'язують із структурною організацією даних матеріалів і процесів, що відбуваються на рівні елементів структури: кристалів, зерен, гранул, тощо.

Проведено комп'ютерні розрахунки двовимірного процесу динамічного деформування структурованого середовища, утвореного зі сферичних гранул однакового та трьох розмірів. Розглядалися різні види взаємодії гранул: пружна, в'язкопружна та пружно-пластична. У всіх випадках діаграми деформування є нелінійними, мають гістерезисний характер та залежність форми від швидкості деформування і від щільності упаковки, тобто всі ті властивості, які характерні для

природніх матеріалів. Для пружнов'язкої моделі отримано, що нерівноважність взаємодії між структурними елементами середовища призводить до збільшення нерівноважності всього середовища та зростання дисипативних властивостей. При збільшенні тривалості дії імпульсного навантаження, тобто при зменшенні швидкостей деформування, збільшується кривизна діаграми деформування, а залишкова деформація залишається практично незмінною. У випадку пластичної взаємодії між структурними елементами показано, що зменшення порогу пластичності призводить до збільшення нерівноважності середовища та зростання його дисипативних властивостей.

У випадку середовища, утвореного гранулами однакового розміру з пористістю $\nu = 0,2$, спостерігається підвищення його деформівності у порівнянні з дисперсним середовищем. Це зв'язано з тим, що гранули групуються в кластери і деформування відбувається як самих гранул так і кластерів, тобто має місце ефект колективної поведінки гранул.

Проведено експериментальне дослідження процесів динамічного деформування структурованого модельного середовища, утвореного елементами у вигляді куль однакового діаметру в умовах імпульсного навантаження. Отримано, що діаграми деформування такого середовища залежать від розмірів елементів структури та від характеру їх взаємодії. Збільшення розміру структурних елементів призводить до значного підвищення значень залишкових деформацій, а зміна характеру взаємодії шляхом додавання в середовище флюїду змінює випуклість діаграми в фазі навантаження. Також досліджено особливості деформування структурованого середовища при багатократному навантаженні. Отримано, що збільшення кратності навантаження має наслідком поступове ущільнення середовища і після 4–5 навантажень діаграма деформування залишається незмінною. Деформування дисперсного гранульованого середовища, утвореного кулями двох радіусів ($r = 2$ мм та $r = 3$ мм) при різних співвідношеннях кількості куль одного радіуса, свідчить про те, що діаграми деформування мають гістерезисний характер, а залишкова деформація найбільша у випадку, коли кулі діаметром 3 мм складають 25%, а 2 мм – 75%, тобто така система упаковується найщільніше. У двох інших випадках залишкові деформації майже однакові.

Розрахунки тривимірного деформування з монодисперсним та дисперсним дискретними масивами та навантажені масивним поршнем дали можливість побудувати розподіли сил між елементами структури. В результаті отримано, що монодисперсне та дисперсне середовища по-різному розподіляють навантаження.

Розроблено нову експериментальну методику, яка дозволяє дослідити мікрохарактеристики середовища, а саме – сили, що діють на окремі гранули на дні гранульованого зразка при динамічному навантаженні. Експериментальна установка схематично зображена на рис. 8. Вона складається з товстостінного циліндра, встановленого на масивній металевій пластині з внутрішнім діаметром 60 мм, поршня масою 1,538 кг і ударника масою 1,394 кг – всі вони виготовлені зі сталі. Циліндр заповнений стальними сферичними кульками діаметром $3 \pm 0,01$ мм.

Ударник падає вздовж напрямних і ударяє поршень, генеруючи при цьому імпульс, який у свою чергу передає навантаження на гранульоване середовище. Для

згладжування імпульсного навантаження використовується гумова прокладка між ударником та поршнем. Прокладка також використовується для того, щоб прибрати високочастотні паразитні коливання зумовлені негладкістю поверхонь ударника та поршня, а також малими відхиленнями від ідеального вертикального руху. Поршень складається з двох частин (довжина меншої частини 3 мм), між якими встановлено датчик. Він вимірює інтегральну силу, що діє з боку гранульованого масиву. Зміщення поршня фіксується фотодатчиком. На дні циліндричної ємності змонтовані три поршні діаметром 3 мм, які передають зусилля від гранул до датчиків. Таким чином вимірюється нормальна сила, з якою діє окрема гранула на дно. Поршні з датчиками розташовані на різних відстанях від стінки (10, 20 та 30 мм відповідно).

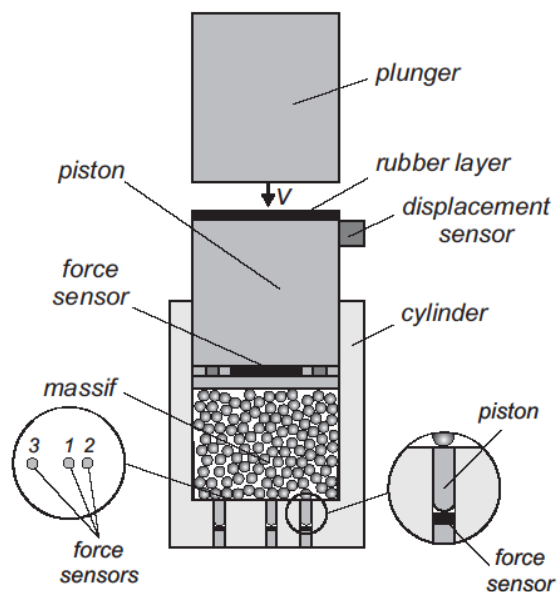


Рис. 8. Ескіз установки, що використовується для експерименту.

Монодисперсний гранульований масив із кульок діаметром 3 мм був утворений з 7223 штук. Було здійснено 250 ударів для кожної упаковки. При цьому для кожного датчика було записано залежність сили від часу використовуючи поршневі датчики; всього було зроблено 750 записів. Типові залежності сили, що діє на гранульоване середовище з боку поршня, його зміщення, а також сили, що діє на датчик, вмонтований у дно, наведені на рис. 9.

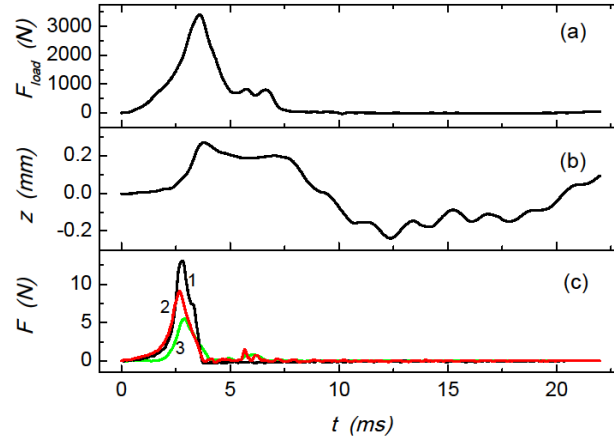


Рис. 9. Типові часові залежності сили, з якою поршень діє на гранульоване середовище (а), зміщення поршня (b), сил, що діють на датчики, вмонтовані у дно циліндричного контейнера (с).

Набір 750 записів $F(t)$ дав можливість побудувати розподіл для максимумів сил (рис. 10). Сили нормовані по відношенню до середньої сили $f = F / \langle F \rangle$. Аналіз отриманого розподілу вказує на те, що для великих сил (більших ніж середнє значення), функція розподілу має форму експоненти

$$P \propto e^{-\beta f}, \quad f > 1, \quad (3)$$

де $\beta = 1 \pm 0,1$ (див. апроксимацію суцільною лінією на рис. 10). Розподіл малих сил, який відрізняється від розподілу великих сил, зображено на вставці.

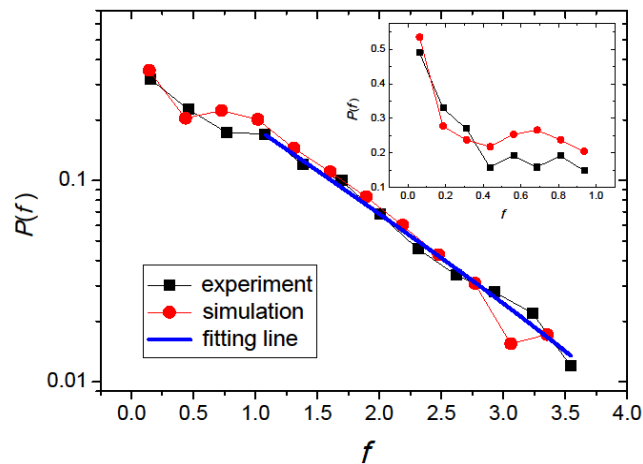


Рис. 10. Щільність ймовірності P максимальних сил, що діють на дно, отримані в експерименті та в комп'ютерному моделюванні. У вставці зображено розподіл малих сил. Суцільна лінія – апроксимація даних експоненційною залежністю (3).

Було проведено комп'ютерне моделювання динамічного навантаження гранульованого середовища в циліндричному контейнері з метою дослідження поведінки гранульованого середовища не тільки на дні контейнера, а й у всьому масиві. Для цього використовувався метод дискретних елементів. Числове моделювання здійснювалось для умов, аналогічних експериментальним. Взаємодія між гранулами описується законом Герца, а тертя визначається кулонівською

моделлю. Коефіцієнт тертя $\mu=0,1$ було отримано експериментально. Серія розрахунків дала можливість побудувати розподіл максимальних сил, що діють на дно циліндричного контейнера. Цей розподіл показано на рис. 10 в порівнянні з експериментальним розподілом. Має місце добрий збіг цих розподілів, а показник β в даному випадку дорівнює $1,04 \pm 0,15$. Були обчислені радіуси кореляції для різних моментів часу, використовуючи одномоментну кореляційну функцію. Залежність радіусу кореляції від часу наведені на рис. 11. Видно, що він несинхронно змінюється зі зміною в часі навантаження F_{load} . Тут також наведені часові залежності середнього координаційного числа Z_c , та орієнтаційного параметра порядку S , що визначає середню орієнтацію міжгранульних сил. S обчислюється як

$$S = \frac{2}{L} \sum_i l_i^2 \cos^2 \theta_i - 1,$$

де l_i – відстань між центрами двох контактуючих гранул, θ_i – кут між силою взаємодії двох гранул і вертикаллю, $L = \sum_i l_i^2$ – сумарний квадрат відстаней між центрами всіх контактуючих гранул.

Зміни координаційного числа з часом дуже схожі зі зміною навантаження, окрім інтервалу $t < 0,5$ мс на початку процесу навантаження, коли Z_c різко зростає, незважаючи на плавне зростання навантаження. При цьому орієнтаційний параметр S також різко зростає. Швидка зміна показника β і кореляційного радіуса також має місце в цей час (рис. 11).

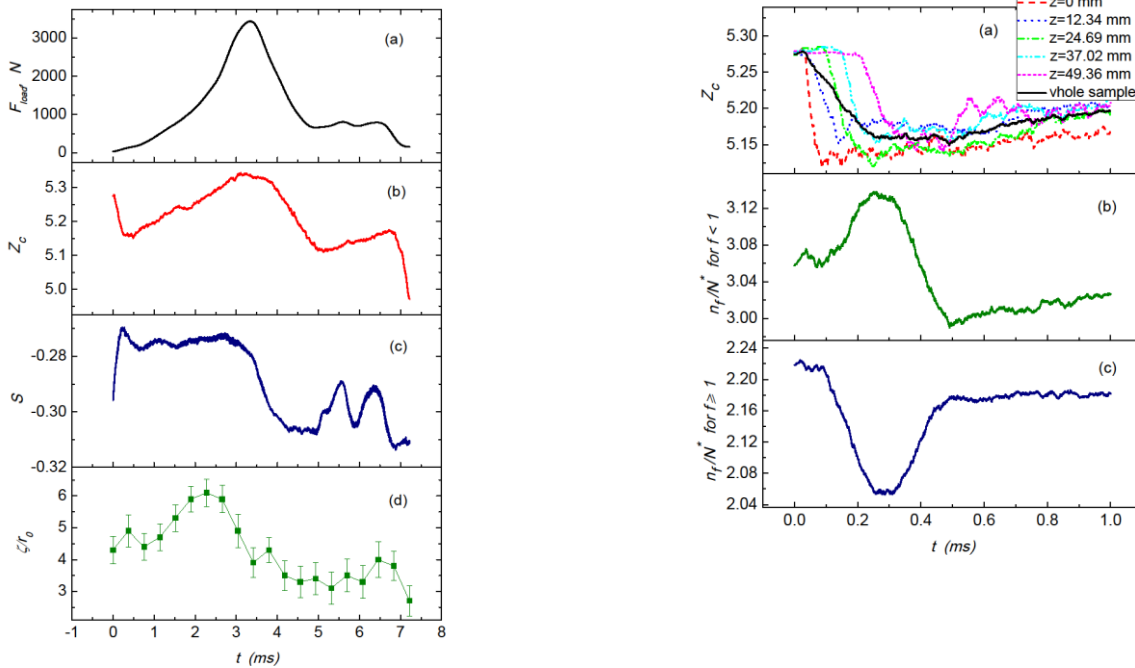


Рис. 11. Часові залежності (a) сили навантаження F_{load} : (b) координаційного числа Z_c , (c) орієнтаційного параметра порядку S , (d) приведенного радіуса кореляції ζ/r_0

(ліва панель). Залежність координаційного числа Z_c для п'яти локацій вздовж напрямку поширення хвилі (z – відстань від поршня) та усереднена для всього зразка (a). Відносна кількість малих сил (b) та великих сил (c), віднормована на загальну кількість гранул, які не контактують зі стінками N^* (права панель).

В процесі того, як хвиля стиснення поширюється від рухомого поршня всередину зразка, вона руйнує рівновагу, змінюючи кількість сусідніх гранул i , як результат, змінює середнє координаційне число. Часова залежність локального координаційного числа, обчисленого для декількох точок вздовж зразка, демонструє різке зменшення Z_c з часом, в той час як усереднене координаційне число по всьому зразку змінюється більш плавно.

Кількість великих міжгранульних сил зменшується, а малих – збільшується, що викликано руйнуванням “сильної” підмережі сил (рис. 11, права панель). Це свідчить про те, що гранульоване середовище змінює внутрішню упаковку на початку процесу деформування. Той факт, що часова залежність головних параметрів, які характеризують мікроструктуру середовища, не прямують за часовою еволюцією сили навантаження, свідчить про те, що гранульована система демонструє нерівноважне деформування.

Четвертий розділ присвячений моделюванню динаміки ієрархічно структурованих середовищ. Спочатку розглядається одновимірне дискретне ієрархічне середовище, яке моделюється найпростішою системою: ланцюгом куль однакового радіуса r . Взаємодія між i -м та j -м блоками описується нелінійним законом:

$$F_{ij}^n = C_{ij} \text{sign}(\delta_{ij}) |\delta_{ij}|^\beta, \quad (4)$$

де F_{ij}^n – нормальна сила, C_{ij} – коефіцієнт, що залежить від місцезнаходження куль в ланцюгу, $\beta = 3/2$, δ_{ij} – величина зближення між елементами. Розглядається трирівнева ієрархічна система: найнижчий (нульовий) рівень, який складається з одного блоку, взаємодія між цими блоками описується коефіцієнтом C_0 ; перший рівень складається із 3-х блоків нульового рівня, які взаємодіють за законом (4), з коефіцієнтом C_1 та найвищий – другий, утворений трьома блоками першого рівня. Взаємодія між блоками другого рівня також описується рівнянням (4) з коефіцієнтом C_2 .

Проведені розрахунки поширення хвилі в такому ланцюгу показали, що у випадку, коли коефіцієнти взаємодії на різних рівнях ієрархії відрізняються несуттєво: $C_1 = C_0 \alpha$, $C_2 = C_0 \alpha^2$, де $\alpha = 0,5$, то у цьому випадку енергія переноситься нелокалізовано. Якщо $\alpha = 0,1$, тобто коли зв'язки між сусідніми рівнями ієрархії відрізняються суттєво, то тоді формується відокремлена хвиля, а за головним збуренням з'являються незначні коливання. Ці коливання практично не переносять енергії, а, отже, енергія у такому середовищі переноситься хвилею локалізовано. Ширина відокремленої хвилі складає 18 куль.

Основними рисами динамічної поведінки природних ієрархічно структурованих середовищ є високий ступінь нелінійності, складна взаємодія між структурними елементами, перерозподіл енергії між ієрархічними рівнями. Для вивчення динамічних явищ в ієрархічно організованих блокових середовищах запропоновано модель системи вкладених ангармонічних осциляторів.

Нехай модель включає N рівнів і кожен осцилятор з n -го ($1 < n < N$) рівня з'єднується з осциляторами рівня $(n+1)$, за винятком осциляторів низького рівня. Гамільтоніан цієї системи має вигляд

$$H = \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^{k_n} \left(\frac{p_{nk}^2}{2m_{nk}} + \frac{C_{nk}}{\alpha} |x_{nk} - x_{(n-1)l_k}|^\alpha \right), \quad (5)$$

де індекс (nk) позначає положення осцилятора, а саме n -й рівень та k -те місце; l_k – це місце осцилятора рівня $(n-1)$, пов'язаного з nk -тим осцилятором; m_{nk} та p_{nk} – маса і, відповідно, імпульс (nk) осцилятора; x_{nk} – координата осцилятора; C_{nk} – жорсткість зв'язку, α – константа. Рівняння руху, для випадку коли осцилятори є ідентичними на кожному рівні і рухаються синхронно, мають вигляд:

$$\ddot{x}_n = -\omega_n^2 |x_n - x_{n-1}|^{\alpha-1} \chi(x_n - x_{n-1}) + \omega_{n+1}^2 s \frac{m_{n+1}}{m_n} |x_{n+1} - x_n|^{\alpha-1} \chi(x_{n+1} - x_n), \quad (6)$$

де $\omega_n^2 = C_n / m_n$, s – кількість осциляторів на одному рівні, $\chi(x) = 1$ якщо $x \geq 0$, інакше $\chi(x) = -1$. Якщо ввести нові змінні $q_n = x_n - x_{n-1}$, які за змістом є зміщеннями від положення рівноваги, $x_0 = const$. Тоді $x_n = \sum_{s=1}^n q_s$, а система (6)

матиме вигляд

$$\sum_{s=1}^i \ddot{q}_s = -\omega_i^2 |q_i|^\beta \chi(q_i) + \omega_{i+1}^2 s \frac{m_{i+1}}{m_i} |q_{i+1}|^\beta \chi(q_{i+1}), \quad (7)$$

Після введення позначень $F_i = \omega_i^2 |q_i|^{\alpha-1} \chi(q_i)$, $\varphi_i = \frac{sm_{i+1}}{m_i}$, систему (7) можна записати у формі

$$\begin{aligned} \ddot{q}_1 &= -F_1 + \varphi_1 F_2, \\ \ddot{q}_n &= F_{n-1} - F_n(1 + \varphi_{n-1}) + \varphi_n F_{n+1}, \\ \ddot{q}_N &= F_{N-1} - F_N(1 + \varphi_{N-1}). \end{aligned} \quad (8)$$

Для простоти ми припускаємо, що величини ω_i та m_i є геометричними послідовностями. Отже, $\omega_i = \omega_0 r^{i-1}$, $r > 1$ та $m_i = m_0 h^{i-1}$, $h < 1$. З цього випливає, що $\varphi_i = sh = \varphi = const$.

Розглядається модель з трьома ієрархічними рівнями, тобто $N = 3$. У цьому випадку система (8) має вигляд

$$\begin{aligned} \ddot{q}_1 &= -F_1 + \varphi_1 F_2, \\ \ddot{q}_2 &= F_1 - F_2(1 + \varphi) + \varphi F_3, \\ \ddot{q}_3 &= F_2 - F_3(1 + \varphi). \end{aligned} \quad (9)$$

Оскільки знайти точні розв'язки системи (9) не вдається, тому, щоб отримати інформацію про структуру розв'язків, використовувалися числові та якісні методи аналізу. Використовуючи аналіз перетинів Пуанкаре, виявлено локалізовані квазіперіодичні та хаотичні траєкторії. Крім того, дослідження кореляційних функцій показали, що спектр потужності для трирівневої моделі має локальні максимуми, що характеризують часові масштаби з сильною кореляцією. Використовуючи аналіз Фур'є компонентів розв'язків, досліджено розподіл енергії, що переноситься в системі по ієрархічному рівню. В результаті цих досліджень з'ясовано, що ієрархічні системи виявляють квазіперіодичні та хаотичні режими, розвиток яких залежить від параметра φ .

Розглянута модель, яка складається з 20 рівнів ($N = 20$). Фіксовані параметри мають наступні значення: $\omega_0 = 1$, $r = 1,04$, $\beta = 1,15$ та початковий стан $q_1(0) = 0$, $q_1'(0) = 0$, $q_1''(0) = 0,3$, $q_j(0) = q_j'(0) = 0$, $j = 2, \dots, N$. Порівняння компонент q_1 та q_N розв'язку системи (8), отримані при $\varphi = 0,7$ та $\varphi = 0,9$. Для $\varphi = 0,7$ амплітуда q_1 набагато менше амплітуди q_N , а для $\varphi = 0,9$, навпаки, амплітуда q_1 перевищує q_N (рис. 12). Отже, існує критичне значення φ , яке відповідає формуванню порівнянних коливань на першому та останньому ієрархічних рівнях середовища.

З отриманих результатів можна зробити висновок, що в рамках представленої моделі ієрархічна структура, яка супроводжується нелінійністю, відіграє важливу роль у перетворенні потоків енергії в середовищі. Перебудова ієрархічних рівнів, викликана інтенсивним навантаженням, є природним механізмом накопичення та випромінювання енергії структурованих середовищ у сильно нерівноважних умовах.

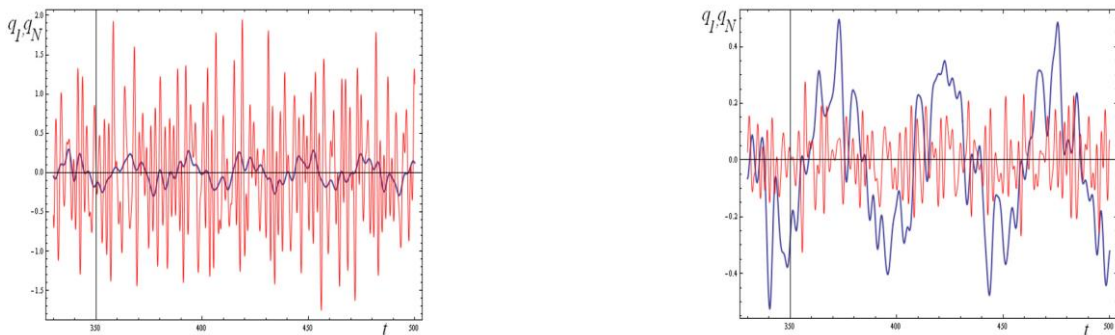


Рис. 12. Зображення компонент $q_1(t)$ (товста синя крива) та $q_N(t)$ (тонка червона крива), $t \in (330; 500)$ при $\varphi = 0,7$ (a) і $\varphi = 0,9$ (b).

Досліджується реакція системи на періодичне зовнішнє навантаження, коли частота цього навантаження близька до власних частот ієрархічної системи. Щоб врахувати суттєві недосконалості природних середовищ, в моделі вводяться дисипативні процеси у вигляді лінійного в'язкого тертя. Зовнішня гармонійна сила застосовується до верхнього рівня ієрархічної системи.

Розглянуто періодичні режими, що виникають у трирівневій ієрархічній моделі з дисипацією, коли найвищий структурний рівень піддається дії гармонічної сили. Для вивчення цих режимів, як розв'язків сильно нелінійної високорозмірної динамічної системи, вдосконалено метод особливих точок та перевірено результати за допомогою методу Гальоркіна та прямого числового розв'язку. Це дало

можливість побудувати амплітудно-частотні криві, які характеризують особливості коливань у моделі. Зокрема, було виявлено зміщення резонансних частот в залежності від міри нелінійності. Також спостерігаються деформації скелетних кривих при зміні міри нелінійності та характеру монотонності при $\beta = 1$ (лінійна система).

Аналізуючи амплітудно-частотні криві, було показано, що ієрархічна структура може вести себе як підсилювач сигналу, прикладеного до найвищого рівня ієрархії. Це дозволяє зрозуміти механізм накопичення та перерозподілу пружної енергії у складних геофізичних системах при сейсмічних подіях. Представлені дослідження також важливі для сейсмічних досліджень в областях зі складною структурою та для проектування сейсмічно безпечних складних промислових та цивільних об'єктів.

Розроблена модель землетрусів, що базується на двох фундаментальних принципах: ієрархічній структурі сейсмоактивних областей та концепції самоорганізованої критичності. Сейсмічна область Ω у вигляді куба утворена ієрархічною системою блоків кубічної форми, які розташовуються у випадковому порядку (рис. 13). Розглядається ієрархічна система, утворена блоками п'яти розмірів (рівнів) з розмірами сторін l_i , де l_i – цілі числа. Найменші блоки мають розмір $l_1 = 1$, а розмір блоків кожного наступного рівня вдвічі більший. Кількість блоків кожного рівня вибирається із умови того, що фрактальна розмірність блокового середовища дорівнює $D = 2,5$, що є властивим для розподілів фрагментів більшості природних структурованих матеріалів, а саме $N_i(>l_i) = C_l l_i^{-D}$, де N_i – кількість блоків, з розміром більшим ніж l_i . Якщо накопичена блоком енергія менша порогового значення енергії E_i^{th} , то такий елемент є стійким, а якщо енергія блока досягає або перевищує порогове значення $E_i \geq E_i^{th}$, то він втрачає стійкість і віддає свою енергію. На відміну від класичних моделей клітинних автоматів, в процесі розвантаження блок втрачає тільки частину енергії, яку він накопичив раніше $E_i \rightarrow E_i^r = E_i^{th} \theta$, де залишкова енергія E_i^r визначається параметром θ . З урахуванням того, що частина енергії дисипує та випромінюється у вигляді сейсмічних хвиль, сусіднім блокам передається енергія $(E_i - E_i^{th} \theta)(1 - \gamma \psi)$, де $\psi \in [0, 1]$ – випадкова величина, а γ – коефіцієнт, який визначає долю енергії, що дисипує та випромінюється. Ця енергія розподіляється між сусідніми блоками пропорційно площі контакту

$$E_k \rightarrow E_k + \frac{\lambda_{ik} E_i^{th}}{S_i^2} (E_i - E_i^{th} \theta)(1 - \gamma \psi), \quad (10)$$

де λ_{ik} – площа контакту між i -м та k -м блоками, $S_i = 6l_i^2$. Порогове значення енергії блока E_i^{th} залежить від його розміру, а саме від площі поверхні $E_i^{th} = S_i(1 + \delta_i)$. Тут введено невеликий шум δ_i з гауссовим розподілом, нульовим середнім значенням $\langle \delta_i \rangle = 0$ та дисперсією d_δ .

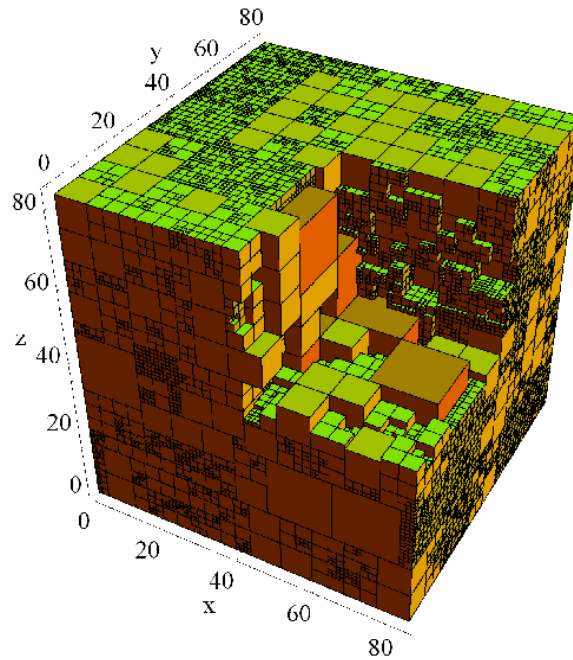


Рис. 13. Сейсмічна область Ω як ієрархічна система блоків.

Енергія вводиться в систему блоків дискретно: порціями $\Delta E = 1$ на одному кроці за часом, аналогічно тому, як це здійснюється у моделях клітинних автоматів. На початку розрахунку всі блоки мають певну енергію, розподілену випадковим чином так, що в жодному блоці вона не перевищує порогового значення. Доволі швидко система досягає стаціонарного, але нерівноважного стану з невеликими флуктуаціями сумарної енергії. На рис. 14 наведено кумулятивний розподіл землетрусів для чотирьох значень залишкової енергії. Тут пряма лінія відповідає значенню показника $\beta = 1,07 \pm 0,02$, тобто, модель з високою точністю відтворює закон Гутенберга-Ріхтера в енергетичному представленні

$$N(> E) \propto E^{-\beta}, \quad (11)$$

в якому показник ступеня β знаходиться в діапазоні 0,80–1,05 для всіх значень залишкової енергії. Відхилення від степеневі залежності має місце як для великих землетрусів, так і для малих, що пов'язано з обмеженням розмірів блоків.

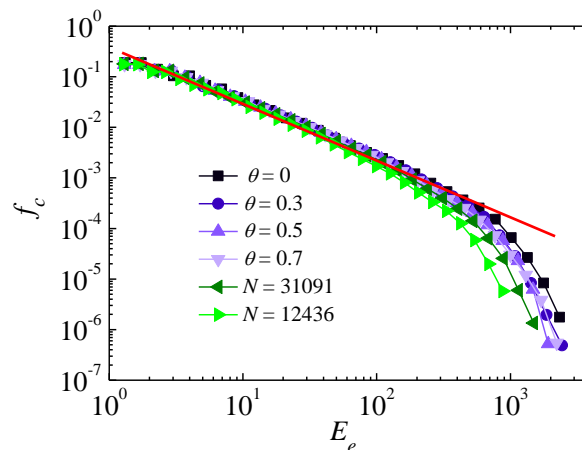


Рис. 14. Закон Гутенберга-Ріхтера. Кумулятивний розподіл кількості землетрусів за енергією для різних залишкових енергій та різної кількості блоків.

Згідно отриманих результатів, сейсмічна активність до та після великих землетрусів вказує на відсутність серій афтершоків, хоча при цьому присутні форшоки. Тому дана модель була удосконалена з тим, щоб описати реалістичну картину сейсмічного процесу, яка включала б існування афтершоків. Для цього було використано гіпотезу, що великі землетруси спричиняють значне руйнування гірського масиву та перерозподіл напруження в області, охопленій ними. Руйнування гірської породи призводить до зменшення критичних напружень (енергії), які визначають умови втрати рівноваги та генерування афтершоків. У цій моделі зменшення критичної енергії здійснюється за допомогою наступної процедури: на кожному часовому кроці для кожного блоку, який знаходиться у цій області, випадковим чином зменшується поріг

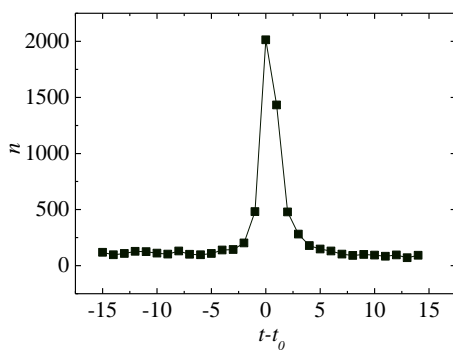
$$E_i^{th} \rightarrow \mu E_i^{th} (1 + \varepsilon_i), \quad (12)$$

де $0 < \mu < 1$, а ε_i – невеликий шум з гауссовим розподілом, з нульовим середнім значенням та дисперсією d_ε . Таке зменшення відбувається до тих пір, поки значення порогової енергії не досягне величини залишкової енергії $E_i^r = \theta S_i (1 + \delta_i)$. В подальшому, через деякий значний проміжок часу, відбувається відновлення (“заліковування”) зруйнованих зв’язків. Така вдосконалена модель суттєво змінює поведінку системи після великих землетрусів. На рис. 15, а наведено отримана в розрахунках кількість форшоків та афтершоків залежно від часу з використанням удосконаленої моделі.

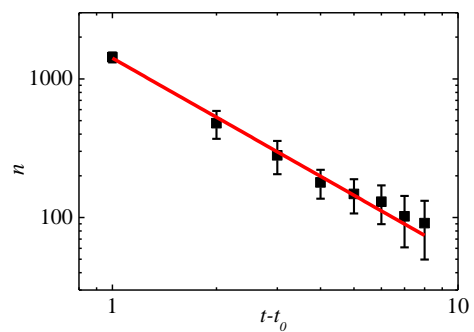
Затухання частоти афтершоків *in-situ* відбувається за законом Оморі, який в узагальненій формі має вигляд

$$n = k / (t + c)^p, \quad (13)$$

де показник степені p знаходиться в інтервалі від 1,0 до 1,8, а c – мала величина. Згідно з результатами моделювання, залежність афтершоків від часу апроксимується кривою з коефіцієнтами $k = 1489$, $c = 0,03$, $p = 1,5 \pm 0,04$ (рис. 15, б).



а



б

Рис. 15. Закон Оморі. Залежність середньої кількості землетрусів від часу до основного землетрусу (а); степенева апроксимація афтершоків (б).

Що стосується афтершоків, модель задовольняє закону продуктивності, запропонованому Утсу, який описує залежність загальної кількості спричинених землетрусом афтершоків, від його магнітуди m_{ms} : $\log_{10} N_a = K \log_{10} E_{ms} + C$, де $K = 0,41 \pm 0,03$ (рис. 16, а). Також модель непогано відтворює закон Бетта, який передбачає, що різниця в магнітудах між основним землетрусом з магнітудою m_{ms}

та найбільшим зафіксованим афтершоком з магнітудою m_{as}^{\max} близька до 1,2, незалежно від величини основного землетрусу (рис. 16, б).

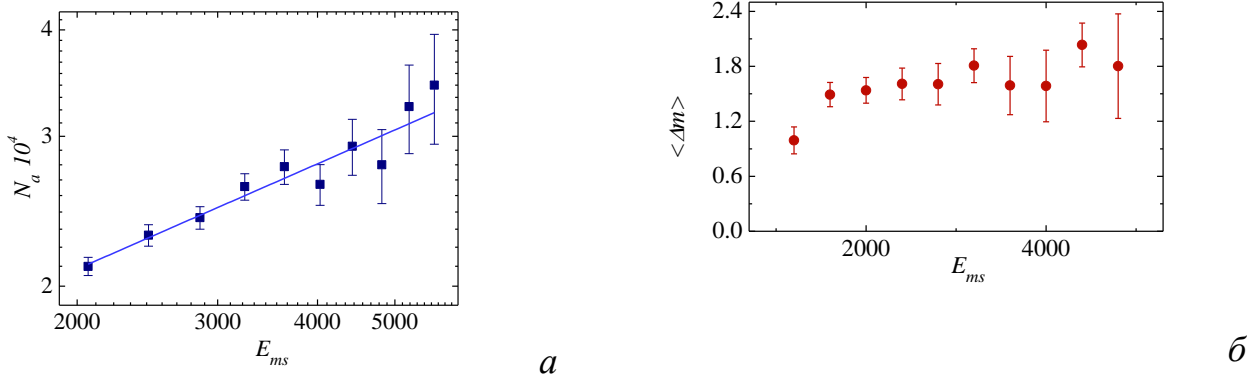


Рис. 16. Закон продуктивності афтершоків. Залежність загальної кількості афтершоків N_a від енергії E_{ms} основного землетрусу (а). Закон Бетта. Середнє значення відносної різниці $\langle \Delta m \rangle$ у магнітуді між основним землетрусом і його найбільшим афтершоком як функції енергії основного землетрусу E_{ms} (б).

Гіпоцентри та епіцентри землетрусів, як засвідчили числові розрахунки, розташовуються нерівномірно, утворюючи кластери. Фрактальні розмірності d_f^h та d_f^e цих розподілів оцінювалися за допомогою методу кореляційного інтегралу. Обчислена фрактальна розмірність для епіцентрів $\nu^e = 1,8$ попадає в межі експериментальних величин, а для гіпоцентрів $\nu^h = 2,8$ дещо перевищує фрактальні розмірності, отримані для реальних землетрусів.

Також досліджено модель, використовуючи підхід, розроблений Баком, Крістенсенем, Даномом та Сканлоном, в якому використовується час між землетрусами з рівною або більшою величиною (часом очікування). Цей підхід базується на існуванні уніфікованого самоподібного розподілу для часу очікування τ : $P(t) = Rf(R\tau)$, де $f(x)$ – масштабна функція, R – інтенсивність сейсмічної активності. Функція $f(x)$ дуже близька до γ -розподілу $f(x) \propto x^{\gamma-1} \exp(-x/\lambda)$.

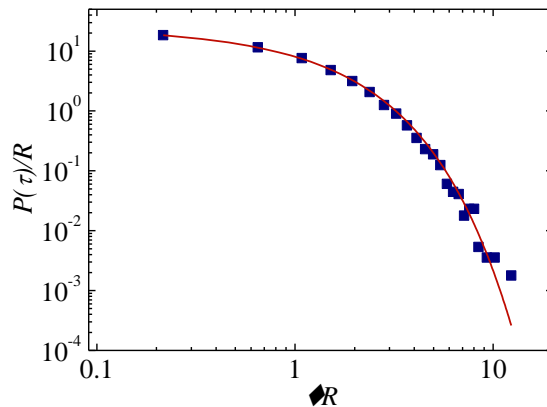


Рис.17. Розподіл часу очікування, знерозміреного швидкістю сейсмічної активності R .

На рис. 17 показано розподіл часу очікування після знерозмірення за допомогою швидкості сейсмічної активності R . Апроксимаційна функція – γ -розподіл з параметрами $\gamma = 0,51 \pm 0,02$ та $\lambda = 1,12 \pm 0,04$. Ці параметри дещо відрізняються від експериментальних для землетрусів: $\gamma = 0,67 \pm 0,05$ і $\lambda = 1,58 \pm 0,15$. Це пов'язано з тим, що у цій моделі повільні процеси накопичення та швидкі процеси релаксації енергії проходять в однаковій часовій шкалі. У природі, на відміну від моделі, накопичення пружної енергії триває роками чи десятиліттями, а виділення триває кілька хвилин. Числові розрахунки за даною моделлю показали, що збільшення тривалості накопиченої енергії, тобто зменшення ймовірності приведення енергії в систему, призводить до збільшення параметрів γ і λ .

У п'ятому розділі експериментально досліджується динаміка модельного середовища, утвореного гранульованим масивом у вигляді кубів, з використанням статистичної обробки отриманих експериментальних даних. Розглядається неієрархічна система, проте навіть у такій постановці, дане середовище веде себе подібно до складної системи з характерними дальнодіючими кореляціями. Виявляється, що поведінка цієї системи при зсувному навантаженні дуже подібна до поведінки геосередовища в сейсмоактивній зоні. Тому тут також вивчається можливість впливу на динаміку модельного середовища, а отже, можливість впливу на сейсмоактивну область і, відповідно, на сейсмічний процес.

Експериментальна установка включає в себе стэнд для дослідження деформування гранульованих середовищ при зсувних навантаженнях, джерело малих збурень та комплекс вимірювальної апаратури. Зовнішній вигляд експериментального стэнду показано на рис. 18. Експериментальний стэнд складається з пристрою для деформування гранульованого середовища, який являє собою ємність (1), утворену з двох частин: верхньої рухомої та нижньої нерухомої, плити для створення навантаження на середовище (2), на якій розташовуються вантажі (3), механізму для створення імпульсних збурень (4), датчика сили (5), акселерометрів (6), пристрою для створення тяги (7). Ємність виготовлена з органічного скла. Нижня частина має внутрішні розміри $0,2 \times 0,3 \times 0,07$ м та жорстко закріплена на масивному столі. Верхня частина має такі ж розміри і так само виготовлена з оргскла; її встановлено на нижню, з попередньо відшліфованими поверхнями контакту. Так само кубічні гранули виготовлені з оргскла.

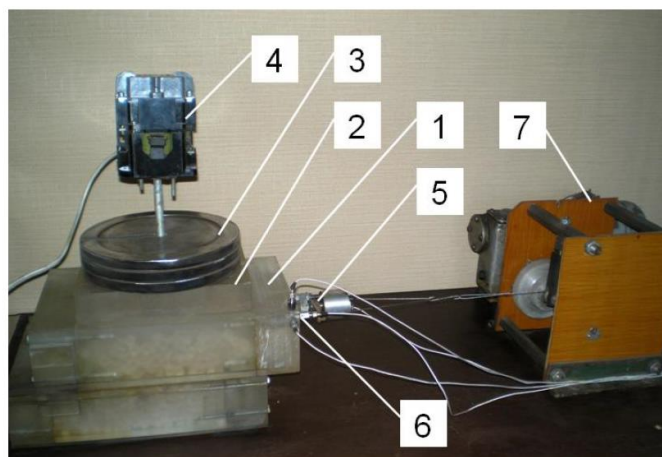


Рис. 18. Зовнішній вигляд експериментального стенду.

В якості джерела періодичних збурень з частотами 50–1000 Гц використовувався низькочастотний акустичний динамік потужністю 10 Вт. Крім періодичних збурень досліджувалась реакція блокової системи при дії неперіодичних збурень, а саме, збурень, які діють на систему коли сила тяги перевищує певне порогове значення F^* . Для цього блок управління вмикав джерело збурень в моменти, коли виконувалася умова $F \geq F^*$, де F – сила, яку реєструє датчик сили.

Була проведена серія експериментів для дослідження впливу зовнішнього навантаження на зсувне деформування гранульованого середовища. Середовище формувалося з масиву 3000 кубів однакового розміру $l = 10$ мм. За допомогою датчика сили реєструвався відгук середовища на зміщення верхньої ємності пристрою в процесі зсувного деформування. Аналіз часових залежностей сили $F(t)$, зареєстрованої датчиком, вказує на тенденцію до збільшення цієї сили при збільшенні навантаження P на верхню плиту. Спектри цих залежностей подібні та близькі до степеневих з однаковими показниками степені. Це свідчить про подібність процесів при різних навантаженнях, а також про масштабну інваріантність процесу зсувного деформування.

В процесі деформування гранульованого середовища здійснювались вимірювання трьох компонент прискорення в акустичних хвилях, що генеруються гранульованим середовищем у процесі деформування. На рис. 19, а показано частину сигналу $a_y(t)$, зареєстрованого датчиком прискорення у напрямку руху верхньої частини пристрою. Цей сигнал є послідовністю збурень. Кожна компонента a_q , $q = x, y, z$ була проінтегрована з тим, щоб отримати часові залежності компонент швидкостей $v_q(t)$, а потім обчислювались величини

$$\hat{e}_i = \frac{1}{(t_i^e - t_i^b)} \int_{t_i^b}^{t_i^e} \sum_{k=1}^3 v_k^2(t) dt, \text{ які є пропорційними енергії } i\text{-го збурення, де } t_i^b \text{ та } t_i^e -$$

початок та кінець i -го збурення. В результаті була отримана послідовність $e_i = \hat{e}_i / \max e_i$, яку можна розглядати як послідовність енергії акустичних збурень, віднормованої на максимальну величину. Дана послідовність була досліджена на виконання законів, які мають місце для сейсмічного процесу. Що стосується розподілу акустичних збурень за енергією, то він має степеневий характер, як у законі Гутенберга-Ріхтера (рис. 19, б) з показником $\beta = 0,93 \pm 0,03$, який попадає в діапазон, характерний для сейсмічних процесів 0,80-1,05.

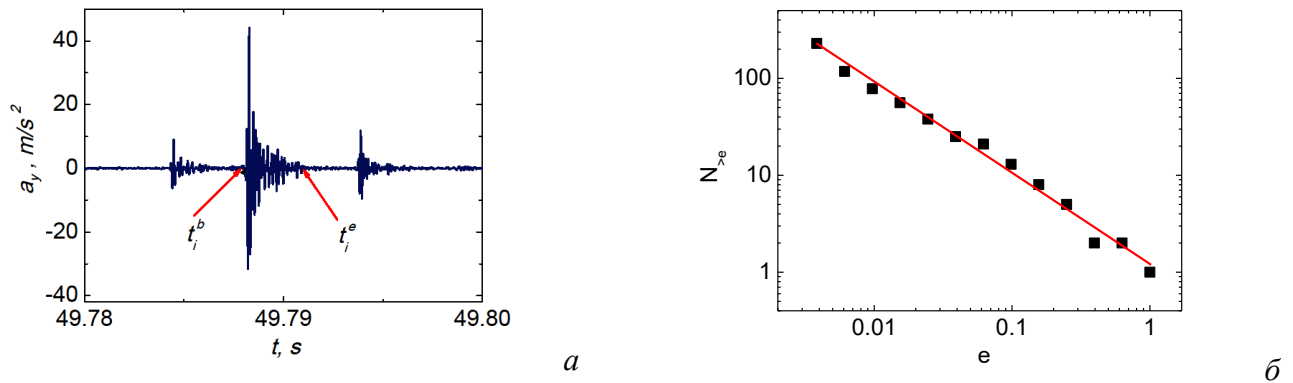


Рис. 19. Фрагмент часової залежності компоненти прискорення. Стрілками показано початок і кінець збурення (а). Розподіл збурень за енергією (б).

Для великих збурень з енергією більше $e = 0,02$ існують форшоки і афтершоки (рис. 20, а). Афтершоки згасають за законом Оморі (13) з коефіцієнтами $k = 0,13 \pm 0,03$, $c = 0,01$, $p = 0,91 \pm 0,06$ (рис. 20, б).

Наступна частина експериментальних досліджень стосувалася питання, чи можливо за допомогою малих збурень вносити зміну у поведінку такої складної системи. Це важливо для можливості впливу на природні сейсмічні процеси, процеси лавиноутворення, зсув ґрунту, тощо. За допомогою акустичного динаміка, розташованого на поверхні кришки, в середовище посилалися періодичні збурення в діапазоні частот 50-1000 Гц. В процесі деформування датчиком сили вимірювалась сила тяги.

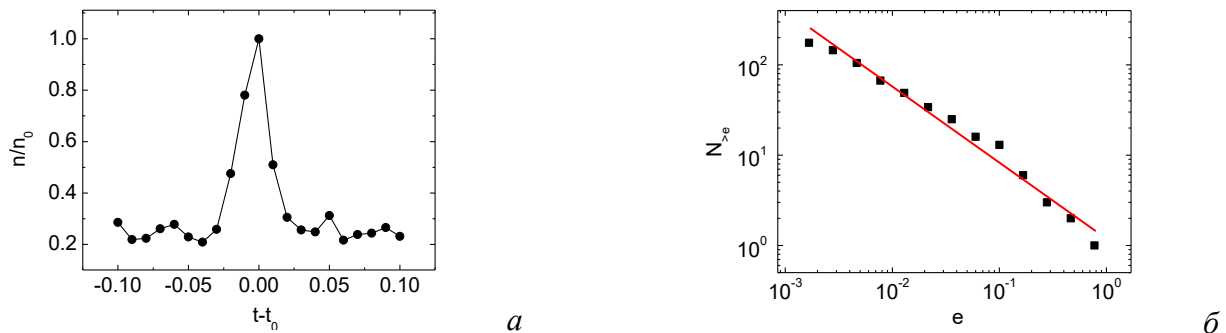


Рис. 20. Залежність середньої кількості акустичних збурень від часу до основного землетрусу (а); степенева апроксимація афтершоків (б).

Для аналізу впливу малих збурень обчислювались стрибки сили як різниця між сусідніми локальними максимумами та мінімумами. Дані стрибки сили пов'язані з реакцією гранульованого середовища на зсувну дію. Побудовані розподіли кількості стрибків за їх інтенсивністю для п'яти частот періодичних малих збурень показано на рис. 21, а.

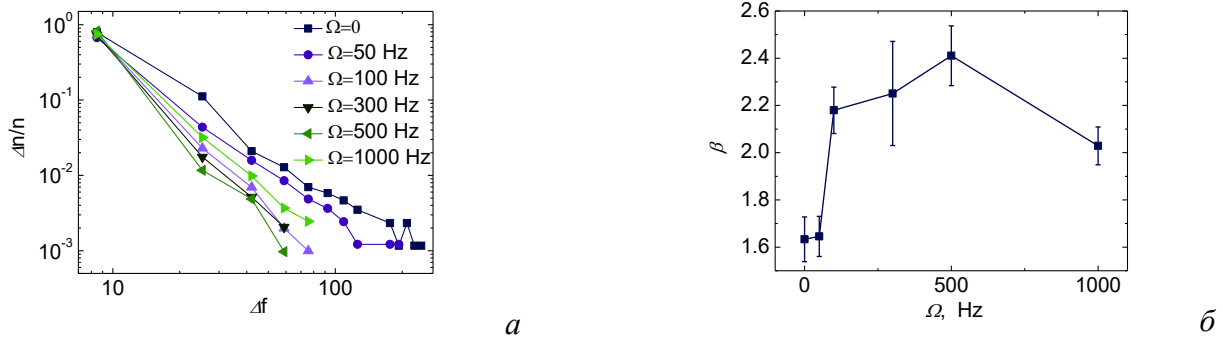


Рис. 21. Розподіли за стрибками сил при різних значеннях частот збурень Ω (а), залежність показника степені β в степеневій апроксимації розподілів від частоти збурення (б).

Ці розподіли, як випливає з рисунка, є степеневими функціями та залежать від частоти збурень. Залежність показника степені β від частоти наведено на рис. 21, б. Виявляється, що при частоті $\Omega = 500$ Гц дана залежність має максимум. Тобто при даній частоті кількість великих збурень є найменшою та й максимальні значення стрибків є найменшими серед всіх частот, а отже, деформаційний процес є найбільш плавним і “м’яким”, без різких стрибків сили.

Наступна серія експериментів із впливом зовнішніх збурень на зсувний процес виконувалася з використанням пристрою з оберненим зв’язком, коли в середовище посилався сигнал при досягненні силою тяги деякого порогового значення F^* .

Було проведено ряд експериментів для трьох порогових значень $F^* = 200, 150, 125$ Н. В усіх експериментах середовище навантажувалось вантажем вагою $P = 60$ Н. Часові залежності сили тяги для цих трьох порогових величин наведено на рис. 21, де також наведено часову залежність без зовнішньої дії. З рисунка випливає, що діючи на середовище малими збуреннями, можна уникнути великих натягів. Отже, експерименти продемонстрували, що при такому механізмі впливу деформування середовища є більш гладким і відбувається при менших напруженнях.

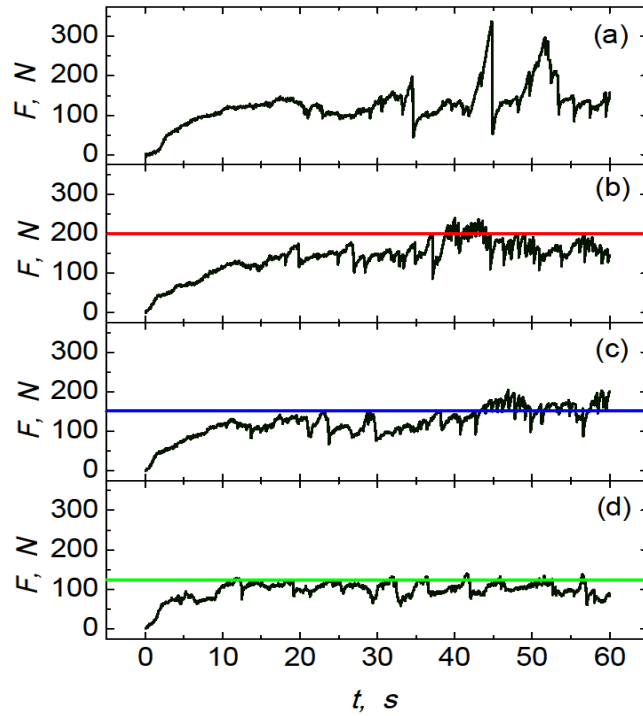


Рис. 21. Часові залежності сили натягу $F(t)$ при зсувному деформуванні масиву із кубічних гранул при збуренні з амплітудою $f^m = 44$ Н та порогових значеннях: $F^* = 200$ Н (б), $F^* = 150$ Н (в), $F^* = 125$ Н (г), без зовнішньої дії (а).

У шостому розділі приведені результати числового моделювання зсувного деформування гранульованого масиву в умовах, подібних до експериментальних. На даний момент немає універсальної математичної моделі, яка повністю описувала б динамічні процеси в гранульованих середовищах. Основною перешкодою є наявність довгохвильових кореляцій. У цьому випадку для моделювання динаміки гранульованих потоків доцільно використовувати метод дискретних елементів. У роботі моделюється гранульоване середовище, яке складається з кубічних гранул. Рівняння руху гранульованого середовища мають наступний вигляд:

$$m_i \frac{d^2 \mathbf{r}_{ci}}{dt^2} = \sum_j \mathbf{F}_{ij}, \quad \frac{d\mathbf{K}_i}{dt} = \sum_j \mathbf{M}_c(\mathbf{F}_{ij}), \quad (14)$$

де \mathbf{r}_{ci}, m_i – відповідно радіус-вектор центра та маса i -го куба, \mathbf{F}_{ij} – сила, що діє на i -й куб з боку j -го куба, $\mathbf{K}_{ci} = I_{ci} \boldsymbol{\omega}_{ci}$ – кінетичний момент i -го куба відносно його центра, $\mathbf{M}_c(\mathbf{F}_{ij})$ – момент сили відносно центра i -го куба. Додавання здійснюється для всіх j -х кубів, які мають контакт з i -м кубом. $\mathbf{K}_{ci} = I_{ci} \boldsymbol{\omega}_{ci}$, де $\boldsymbol{\omega}_{ci}$ – вектор кутової швидкості куба, що обертається навколо нерухомого центру; $I_{ci} = 2/3 m_i^2$ – момент інерції куба відносно центру. Момент контактної сили, що діє на куб i під час контакту з кубом j знаходиться за формулою $\mathbf{M}_c(\mathbf{F}_{ij}) = \mathbf{r}_{ij}^c \times \mathbf{F}_{ij}$, де \mathbf{r}_{ij}^c – вектор,

проведений з центру куба i до точки контакту кубів i та j . Повороти описуються за допомогою кінетичного рівняння для кватерніонів

$$\frac{d\Lambda}{dt} = \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}_{ci} \circ \Lambda - q(\|\Lambda\| - 1), \quad (15)$$

де $\Lambda = (\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \lambda_0 + \lambda_1 \mathbf{i}_1 + \lambda_2 \mathbf{i}_2 + \lambda_3 \mathbf{i}_3 = \lambda_0 + \boldsymbol{\lambda}$ – обертальний кватерніон.

Контактна взаємодія між тілами описується одиничною силою, яка залежить від об'єму V області перетину взаємодіючих тіл та глибини проникнення d : $F^n = kE\sqrt{Vd}$, де $k = 4/3\sqrt{\pi}$, $V = 1/6 \cdot d \cdot d_{\max} \cdot d_p$, d_{\max} – максимальна відстань між вершинами області перетину (напрямок \mathbf{l}_m), d_p – максимальна відстань між вершинами у напрямку $\mathbf{n}_p = \mathbf{n}^f \times \mathbf{l}_m$, \mathbf{n}^f – контактна нормаль до апроксимаційної площини, побудованої за допомогою методу найменших квадратів з використанням вершин фігури перетину взаємодіючих гранул, E – модуль Юнга. На базі описаного алгоритму розроблено на Фортрані комп'ютерний код *CuBluck*.

Проведено розрахунки зсувного деформування масиву із 3000 кубічних гранул при дії постійної сили навантаження (рис.22). Отримані залежності видів енергії масиву гранул від часу мають стохастичний характер, а їхні спектри є степеневими залежностями, за виключенням пружних енергій. Степеневий характер спектрів свідчить про відсутність виділених частот і про масштабну інваріантність процесу, що є характерним для систем, які перебувають у критичному стані.

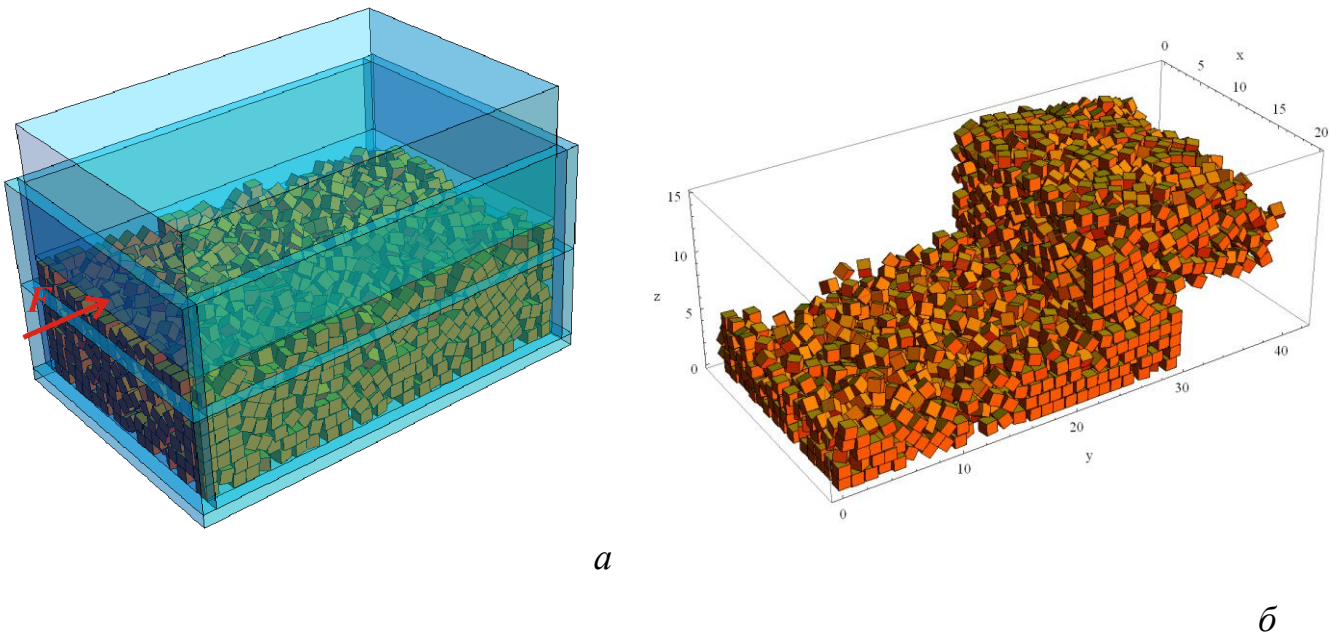


Рис. 22. Схема навантаження гранульованого середовища під дією постійної сили F (а). Розташування кубів у момент часу $t = 0,18$ с (б).

Методом детрендового флуктуаційного аналізу досліджено кореляційні властивості часового ряду, що являє собою сили, з якими гранульоване середовище діє на верхню частину ємності в напрямку зсуву. Аналіз показав, що в даному часовому ряді мають місце далекодіючі кореляції.

Проведено розрахунки зсувного деформування гранульованого середовища при постійній швидкості зсуву. Для стрибків кінетичної енергії поршня, які можна розглядати, як збурення, що передаються від гранульованої системи до зовнішнього середовища, побудовані розподіли енергії та часову залежність кількості збурень до та після великих збурень для двох швидкостей деформування та двох масивів з різними розмірами гранул. Аналіз цих залежностей вказує на те, що розподіли енергій збурень мають степеневий характер для всіх випадків показник степені близький до показника степені у законі Гутенберга-Ріхтера для землетрусів. Щодо форшоків та афтершоків, то їхнє існування залежить від швидкості деформування та розмірів гранул: при великих швидкостях і малих розмірах вони відсутні. Наявні афтершоки затухають з показником степені близьким до 1, тобто за законом Оморі.

Для деформування з постійною швидкістю побудовані розподіли флуктуацій швидкостей гранул та обчислено кореляцію флуктуацій швидкостей. Виявлено подібність розподілів флуктуацій швидкостей у модельному середовищі і у сейсмоактивному регіоні в Каліфорнії, який включає в себе розлом Сан Андреас. Також має місце подібність кореляційних функцій: вони в обох випадках є функціями витягнутої експоненти.

ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі встановлено нові закономірності структурованих геосередовищ на основі розроблених моделей з урахуванням їх дискретної та ієрархічної будови.

1. Показано, що хвильові поля, які виникають у процесі поширення нелінійних збурень у гранульованих середовищах, утворених гранулами сферичної форми, можуть кардинально відрізнятись залежно від виду упаковки. Зокрема, при щільній упаковці структурних елементів у середовищі поширюється стійка хвильова структура. Незалежність числа Струхала від розмірів структурних елементів та амплітуд стійких хвильових утворень у масивах регулярної структури дає можливість діагностувати розміри структурних елементів цих масивів за хвильовими швидкостями та спектральними характеристиками хвильових структур.
2. Доведено існування вихрових хвильових структур у процесі поширення хвилі стиснення в шарі гранульованого середовища зі сферичними гранулами, що знаходиться в полі сили тяжіння. На основі кореляційного аналізу визначено місце, момент утворення та тривалість існування цих хвильових структур. Якщо шар перебуває у напруженому стані, то хвильові структури не утворюються, а згасання хвилі стає значно повільнішим. Для процесу поширення хвилі в шарі гранульованого середовища з несферичними гранулами характерним є різке згасання її амплітуди, відсутність хвильових структур, а також суттєва чутливість до початкового напруженого стану. Ці результати отримані за допомогою двовимірних та тривимірних числових розрахунків.
3. За допомогою числового моделювання показано, що деформаційні властивості гранульованих середовищ з пружною, пружнов'язкою та пружно-пластичною

міжгранульною взаємодіями при динамічному навантаженні залежать від швидкості деформування, щільності упаковки та розмірів гранул. Характерною особливістю діаграм деформування для всіх видів взаємодії структурних елементів є нелінійність та наявність гістерезису. Такі характерні деформаційні властивості є типовими для ряду структурованих гірських порід: пісковиків, вапняків, тощо. Також виявлено прояви колективної поведінки структурних елементів, що виражається у збільшенні деформівності дискретного середовища.

4. Експериментально встановлено, що при збільшенні кратності навантаження гранульованого середовища має місце поступове його ущільнення і після 4-5 навантажень діаграма деформування залишається незмінною. Проведене експериментальне дослідження з деформування дисперсного гранульованого середовища, утвореного елементами двох розмірів при різних співвідношеннях кількості елементів одного розміру, показало, що в усіх випадках діаграми деформування також мають гістерезисний характер, а залишкова деформація залежить від пропорцій кількості різних елементів.
5. Розроблено експериментальну методику вимірювання сили, що діє на окремі гранули на дні гранульованого зразка. В результаті експериментальних та комп'ютерних досліджень встановлено, що розподіл максимального значення сил, з якими гранули діють на дно циліндра в гранульованому середовищі, утвореному сферичними гранулами, при імпульсному навантаженні має експоненційно згасаючий характер в діапазоні великих сил. Крім того, числове моделювання показало, що експоненційний розподіл сил має місце у всьому зразку і таким чином підтверджується наявність кореляцій міжгранульних сил у процесі його динамічного навантаження. Отримані в розрахунках часові залежності координаційного числа, параметра орієнтаційного порядку, радіусу кореляції та розподілу сил чітко продемонстрували нерівноважний характер процесу деформування в гранульованому середовищі при імпульсному навантаженні.
6. Розроблено модель ієрархічного структурованого середовища як системи вкладених ангармонічних осциляторів, рівняння руху яких отримано в рамках гамільтонового формалізму. Встановлено, що модель з трьома ієрархічними рівнями має періодичні, квазіперіодичні та хаотичні розв'язки. Коливальні процеси у багаторівневій системі значною мірою визначаються структурним параметром системи. Зокрема, знайдено умови, при яких амплітуда коливань на першому та останньому ієрархічному рівнях можуть бути одного порядку. Серед розв'язків дисипативної моделі тривірневої ієрархічної системи, коли найвищий структурний рівень зазнає дії гармонічної сили, існують стаціонарні режими, для яких розроблено методики амплітудно-частотних кривих. Аналіз амплітудно-частотних кривих показав, що ієрархічна структура в околі резонансів веде себе як суттєво нелінійна система та нелінійний підсилювач сигналу, прикладеного до найвищого рівня ієрархії. Це дозволяє зрозуміти механізм накопичення та перерозподілу пружної енергії у складних геосистемах при сейсмічних подіях. Представлені дослідження також важливі

для вивчення сейсмічних процесів в областях зі складною структурою та для забезпечення сейсмічної безпеки складних промислових та цивільних об'єктів.

7. Розроблено модель землетрусів, яка базується на двох фундаментальних принципах: ієрархічній структурі сейсмоактивних областей та концепції самоорганізованої критичності. Модель відтворює основні емпіричні властивості сейсмічних процесів: скейлінгове співвідношення частота-енергія (закон Гутенберга-Ріхтера), закон Оморі для інтенсивності згасання афтершоків, закон про продуктивність афтершоків, закон Бетта про середнє значення відносної різниці у магнітуді між основним землетрусом і його найбільшим афтершоком, фрактальні розподіли гіпоцентрів (епіцентрів) зі степеневими залежностями кількості подій від відстані між гіпоцентрами (епіцентрами) і, нарешті, γ -розподіл для часу очікування. Перевага цієї моделі полягає в тому, що немає необхідності вводити допоміжну неоднорідність для отримання просторового фрактального розподілу землетрусів, як це було зроблено в інших моделях: модель вже враховує природну ієрархічну структуру сейсмічної зони. У моделі керуючими є всього три параметри. Крім того, опис поведінки сейсмічної зони після сильного землетрусу фізично обґрунтовується.
8. Експериментальні дослідження зсувного деформування гранульованого середовища, сформованого з елементів кубічної форми, показали, що для акустичних збурень, які випромінює гранульоване середовище в процесі зсувного деформування, показник степені в розподілі збурень за енергією (закон Гутенберга-Ріхтера) знаходиться в межах, які характерні для землетрусів. Крім того, для великих акустичних збурень спостерігаються форшоки і афтершоки. Афтершоки затухають за степеневим законом з показником близьким до 1, як у законі Оморі для сейсмічного процесу. Опромінювання гранульованого середовища періодичними хвилями з різними частотами в процесі його деформування продемонструвало, що слабкі збурення впливають на цей процес та існує частота, при якій ефект максимальний. Розроблено алгоритм управління процесами зсувної деформації гранульованого середовища за допомогою зовнішніх імпульсних збурень, який забезпечує уникнення великих напружень.
9. Розрахунки зсувного деформування гранульованого середовища з гранулами кубічної форми як при дії постійної сили навантаження так і при постійній швидкості показали, що залежності видів енергії масиву елементів від часу мають стохастичний характер, а їхні Фур'є спектри є степеневими залежностями. Степеневий характер спектрів свідчить про відсутність виділених частот і масштабну інваріантність процесу, що є характерним для систем, які перебувають у критичному стані. Для стрибків кінетичної енергії поршня побудовано розподіли енергії та часову залежність кількості збурень до та після великих збурень. Аналіз цих залежностей вказує на те, що розподіли енергій збурень мають степеневий характер, а показник степеня близький до показника степеня у законі Гутенберга-Ріхтера для землетрусів. Щодо форшоків та афтершоків, то їхнє існування залежить від швидкості деформування та розмірів елементів: при великих швидкостях і малих

розмірах вони відсутні. Наявні афтершоки затухають з показником степеня близьким до 1, тобто за законом Оморі. Також виявлено подібність розподілів флуктуацій швидкостей та кореляційних функцій у модельному гранульованому середовищі та у сейсмоактивному регіоні в Каліфорнії, який включає в себе розлом Сан Андреас.

Результати, отримані в дисертаційній роботі, висвітлюють деякі аспекти динамічної поведінки структурованих середовищ, зокрема пояснюють такі властивості як нелінійність, залежність деформаційних властивостей від швидкості деформування, гістерезисний характер діаграм деформування, можливість утворення хвильових структур, тощо. Експерименти та розрахунки зсувного деформування гранульованого середовища продемонстрували статистичну подібність до процесів, що відбуваються у сейсмічно активних регіонах і це відкриває перспективи для подальшого дослідження поведінки такого модельного середовища з метою прогнозування потужних землетрусів та можливостей контрольованого впливу на сейсмоактивне середовище для запобігання виникнення руйнівних наслідків.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Даниленко, В.А., **Микуляк, С.В.**: Моделювання динаміки дискретного середовища. Доповіді НАН України. 7, 113-116 (1999).
2. Даниленко, В.А., **Микуляк, С.В.**: Особливості нелінійних збурень, що виникають в блокових середовищах різної структури під дією імпульсних навантажень. Доповіді НАН України. 5, 138-142 (2002).
3. **Микуляк, С.В.**, Даниленко, В.А.: Особливості поширення нелінійних хвиль в структурованих середовищах та використання їх для оцінки параметрів структури. Геофізичний журнал. **26**(3), 70-76 (2004).
4. Даниленко, В.А., **Микуляк, С.В.**, Скуратівський С.І.: Побудова моделі дискретного ієрархічного геофізичного середовища з урахуванням нелінійної взаємодії між елементами структури. Доповіді НАН України. 3, 110-116 (2006).
5. **Микуляк, С.В.**: Построение одномерных дискретных иерархических моделей геофизической среды и их исследование. Физическая мезомеханика. **9**(5), 63-67 (2006).
6. Даниленко, В.А., **Микуляк, С.В.**: Особливості утворення та поширення солітонів в пружно-пластичному структурованому середовищі. Доповіді НАН України. 12, 102-105 (2006).
7. **Микуляк, С.В.**: Моделирование процессов динамического деформирования дискретной среды под воздействием импульсной нагрузки. Физическая мезомеханика **10**(6), 69-74 (2007).
8. Даниленко, В.А., **Микуляк, С.В.**: Комп'ютерне моделювання процесів динамічного деформування структурованого геофізичного середовища. Доповіді НАН України. 2, 123-129 (2008).

9. Даниленко, В.А., **Микуляк, С.В.**: Комп'ютерне моделювання процесів деформування структурованого геофізичного середовища з в'язкопружною взаємодією між елементами структури. Доповіді НАН України. 6, 113-118 (2009).
10. Даниленко, В.А., **Микуляк, С.В.**: Комп'ютерне моделювання двовимірного процесу деформування структурованого геофізичного середовища з пружнопластичною взаємодією між елементами структури. Доповіді НАН України. 8, 96-100 (2009).
11. Даниленко, В.А., **Микуляк, С.В.**: Моделювання процесів динамічного деформування структурованого геофізичного середовища з пружнопластичною взаємодією елементів структури. Геофізичний журнал. **32**(3), 60-65 (2010).
12. Даниленко, В.А., **Микуляк, С.В.**: Розподіл сил у структурованому середовищі в полі сили тяжіння. Доповіді НАН України. 11, 96-99 (2011).
13. Даниленко, В.А., **Микуляк, С.В.**: Особливості поширення нелінійних хвиль у сипкому середовищі. Доповіді НАН України. 2. 95-98 (2012).
14. **Mykulyak, S.V.**: Features of nonlinear wave propagation in a layer of granular medium. *Phys. Mesomech.* **17**(2) 157-162 (2014), doi: <https://doi.org/10.1134/S1029959914020088>.
15. Даниленко, В.А., **Микуляк, С.В.**, Поляковський, В.О.: Експериментальне дослідження динамічного деформування структурованого геофізичного середовища. Доповіді НАН України. 10, 109-115 (2013).
16. **Микуляк, С.В.**, Поляковський, В.О.: Експериментальне дослідження динамічного деформування структурованого середовища під дією імпульсного навантаження. Геофізичний журнал. **36**(2), 120-126 (2014).
17. Danylenko, V.A., **Mykulyak, S.V.**, Skurativskyi, S.I.: Energy redistribution in hierarchical systems of oscillators. *Eur. Phys. J. B.* **88**, 143 (2015), doi: <https://doi.org/10.1140/epjb/e2015-60225-0>.
18. Danylenko, V.A., **Mykulyak, S.V.**, Polyakovskiy, V.O., Kulich, V.V., Oleynik, I.I.: Force distribution in a granular medium under dynamic loading. *Phys. Rev. E.* **96**, 012906 (2017), doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.96.012906>.
19. **Mykulyak, S.V.**, Skurativska, I.A., Skurativskyi, S.I.: Forced nonlinear vibrations in hierarchically constructed media. *Intern. J. Non-Lin. Mech.* **98**, 51–57 (2017), doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2017.10.005>.
20. **Mykulyak, S.V.**: Hierarchical block model for earthquakes. *Phys. Rev. E.* **97**, 062130 (2018), doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.97.062130>
21. **Mykulyak, S.**, Kulich, V., Skurativskyi, S.: Simulation of shear motion of angular grains massif via the discrete element method. In: Hu, Z., Petoukhov, S., Dychka, I., He, M. (eds.) *Advances in Intelligent Systems and Computing*, pp. 74–81. Springer, (2019), doi: https://doi.org/10.1007/978-3-319-91008-6_8.
22. **Микуляк С.В.**: Блоково-ієрархічна модель сейсмічних процесів. ДАН України. 11, 55-62 (2018), doi: <https://doi.org/10.15407/dopovidi2018.11.055>.
23. **Mykulyak S.V.**, Polyakovskiy V.O., Skurativskyi S.I.: Statistical properties of shear deformation of model block media and analogies with natural seismic processes. arXiv: submit/2444622 [physics.geo-ph] 24 Oct 2018.

АНОТАЦІЯ

Микуляк С.В. Закономірності динаміки структурованих геосередовищ: теорія, моделі, експеримент. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 04.00.22 – геофізика (103 – Науки про Землю). – Інститут геофізики ім. С.І. Субботіна НАН України, Київ, 2019.

Дисертаційна робота присвячена вивченню динаміки структурованих геосередовищ з урахуванням їх дискретної та ієрархічної будови. Геосередовища, про які йдеться в роботі, включають широкий клас природних дискретних масивів гірських порід: від масивів гранульованих порід, таких як пісок, до суттєво неоднорідних і фрагментованих областей, якими є сейсмоактивні зони. Дослідження здійснюються в рамках підходу, в якому геосередовище трактується як термодинамічно відкрита складна дискретна система з ієрархічною будовою та нелінійною і дисипативною взаємодією між структурними елементами. Для вивчення динаміки структурованих середовищ використовуються дискретні моделі, оскільки континуальні моделі не здатні відтворити всю різноманітність динамічної поведінки таких середовищ.

Розроблено модель землетрусів, яка базується на двох фундаментальних принципах: ієрархічній структурі сейсмоактивних областей та концепції самоорганізованої критичності. Модель відтворює основні емпіричні властивості сейсмічних процесів.

Експерименти та розрахунки зсувного деформування гранульованого середовища продемонстрували статистичну подібність до процесів, що відбуваються у сейсмічно активних регіонах. Ці результати поглиблюють розуміння природних сейсмічних процесів та розширюють можливості прогнозування та контрольованого впливу на них.

Ключові слова: геосередовище, гранульоване середовище, ієрархічні структури, самоорганізована критичність, землетруси, форшоки, афтершоки, ангармонічні осцилятори, метод дискретних елементів.

АННОТАЦИЯ

Микуляк С.В. Закономерности динамики структурированных геосред: теория, модели, эксперимент. – Квалификационный научный труд на правах рукописи.

Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 04.00.22 – геофизика (103 – Науки о Земле). – Институт геофизики им. С.И. Субботина НАН Украины, Киев, 2019.

Диссертация посвящена изучению динамики структурированных геосред с учетом их дискретного и иерархического строения. Геосреды, о которых идет речь в работе, включают широкий класс природных дискретных массивов горных пород: от массивов гранулированных пород, таких как песок, до существенно неоднородных и фрагментированных областей, которыми являются сейсмоактивные зоны. Исследования осуществляются в рамках подхода, в котором геосреда

трактуются как термодинамически открытая сложная дискретная система с иерархической структурой с нелинейным и диссипативным взаимодействием между структурными элементами. Для изучения динамики структурированных сред используются дискретные модели, поскольку континуальные модели не способны воспроизвести все разнообразие динамического поведения таких сред.

Разработана модель землетрясений, базирующаяся на двух фундаментальных принципах: иерархической структуре сейсмоактивных областей и концепции самоорганизованной критичности. Модель воспроизводит основные эмпирические свойства сейсмических процессов.

Эксперименты и расчеты сдвигового деформирования гранулированной среды продемонстрировали статистическое сходство с процессами, происходящими в сейсмически активных регионах. Эти результаты углубляют понимание природных сейсмических процессов и расширяют возможности прогнозирования и контролируемого воздействия на них.

Ключевые слова: геосреда, гранулированная среда, иерархические структуры, самоорганизованная критичность, землетрясения, форшоки, афтершоки, ангармонические осцилляторы, метод дискретных элементов.

ANNOTATION

Mykulyak S.V. The regularities of the dynamics of structured geomedia: theory, model, experiment.– Qualifying scientific work on the rights of manuscript.

Thesis for a doctor's degree in physical and mathematical sciences, specialty 04.00.22 – geophysics (10 natural sciences). – Institute of Geophysics, National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, 2019.

The thesis is devoted to studying the properties of dynamics of geomedia taking into account their discrete and hierarchical structure. The geomedia considered in the thesis cover a broad class of natural discrete rocks massifs: from granular rock massifs e.g. sand to substantially heterogeneous and fragmented areas such as seismically active zones. The research is carried out within the framework of the approach considering the geomedium as a thermodynamically open complex system consisted of hierarchically embedded discrete elements with nonlinear and dissipative interactions. Because of continuum models are not able to reproduce the entire variety of dynamic behavior of such media the discrete models were applied for studying the structured media dynamics.

The computer simulation of wave processes is performed using the discrete element method. The studies testify that in discrete media these processes fundamentally differ from similar ones in homogeneous solids and the wave fields depend on the type of structured elements packing. The simulation of the wave propagation in a layer of the granular medium with spherical grains discovered a rotating wave structure formation. It is shown that the deformation properties of granular media with elastic, elastic-viscous and elastic-plastic types of interaction between particles depend on the rate of deformation, on the package density and on the of the grain sizes.

To explore the granular medium microcharacteristics, namely forces acting on individual structural elements at the bottom of the granular sample under dynamic load,

the novel experimental technique is developed. As a result of experiments, the distributions exhibiting the exponentially decaying maximum values of the forces with which the spherical grains act on the cylinder bottom in the range of large forces are obtained. Moreover, the computer simulation demonstrates that the exponential force distribution takes place throughout the sample and thus confirms the presence of correlations between intergranular forces in the process of dynamic loading of granular specimen. The time dependencies of the coordination number, the orientation order parameter, the correlation radius and the distribution of forces obtained in the calculations clearly indicate the non-equilibrium nature of the deformation process in the granular medium under impulse loading.

To study the dynamics of hierarchically organized discrete media, the model of the system of embedded anharmonic oscillators is elaborated. Using the Poincaré section technique, it is stated that the system of equations for the model having three hierarchical levels with oscillators identical on each level and under the condition that they move simultaneously possesses the localized quasiperiodic and chaotic trajectories. The study of vibrating processes in the multilevel system is also carried out. It is shown that there exists a critical value of the structural parameter corresponding to the formation of comparative oscillations in the first and the last hierarchical levels. The effect of dissipation on the formation of oscillation processes in the hierarchical system is studied within the framework of the three-level model, when the highest structural level is subjected to the action of harmonic force. The analysis of obtained amplitude-frequency curves show that the hierarchical structure behaves as an amplifier of the signal applied to the highest level of the hierarchy.

The earthquake model is developed based on two fundamental principles: the hierarchical structure of seismically active regions and the concept of self-organized criticality. The model reproduces the basic empirical properties of seismic processes: the frequency-energy scaling relation (the Gutenberg-Richter law), the generalized Omori law for temporal decay of aftershocks, the aftershock productivity law, Båth's law for the mean value of the relative difference in magnitude between the major earthquake and its largest aftershock, the fractal distributions of hypocenters (epicenters) with power-law dependencies of the number of events on distances between hypocenters (epicenters), and, finally, the γ distribution for waiting times. In the model, the threshold energies depend on the block sizes and are distributed according to the Gauss law.

Experiments and simulation of shear deformation of the granular medium formed by the cubic elements demonstrate a statistical similarity to the processes occurring in seismically active regions. These results open the prospect of the better understanding of natural seismic processes and possibilities for forecasting and controlled influence on them.

Key words: geomedium, granular medium, hierarchical structures, self-organized criticality, earthquakes, forshocks, aftershocks, anharmonic oscillators, discrete element method.