1983 ДОПОВІДІ АКАДЕМІЇ НАУК УКРАЇНСЬКОЇ РСР № 6
СЕРІЯ А. ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНІ ТА ТЕХНІЧНІ НАУКИ

## *Механіка*

УДК 532.5

В. О. ВАХНЕНКО, член-кореспондент АН УРСР В. М. КУДІНОВ,
Б. І. ПАЛАМАРЧУК

# АНАЛОГІЯ РУХУ ДВОФАЗНОГО СЕРЕДОВИЩА, ЯКЕ МІСТИТЬ НЕСТИСЛИВУ ТА ГАЗОВУ ФАЗИ, З РУХОМ ГАЗУ

У межах одношвидкісної моделі двофазного середовища гідродинамічні рівняння містять об'ємну долю конденсованої фази $\varepsilon$ як додаткову змінну, що не дозволяє застосовувати результати динаміки газу до двофазної суміші і ускладнює розв'язування рівнянь, які описують рух середовища.

На основі перетворення гідродинамічної системи рівнянь доведено, що в дійсності в межах звичайно прийнятих припущень [1—4] завжди можна визначити систему координат, в якій рух однорідного двофазного середовища з нестисливою конденсованою фазою повністю аналогічний руху газу.

В змінних Ейлера рівняння руху двофазного одношвидкісного середовища має вигляд [4]

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+u\frac{\partial}{\partial r}\right)\rho+\frac{\rho}{r^{\nu-1}}\cdot\frac{\partial r^{\nu-1}u}{\partial r}=0, \tag{1а}$$

$$\rho\left(\frac{\partial}{\partial t}+u\frac{\partial}{\partial r}\right)u+\frac{\partial p}{\partial r}=0, \tag{1б}$$

$$\rho\left(\frac{\partial}{\partial t}+u\frac{\partial}{\partial r}\right)E+\frac{p}{r^{\nu-1}}\cdot\frac{\partial r^{\nu-1}u}{\partial r}=0. \tag{1в}$$

Рівняння нерозривності для конденсованої нестисливої фази можна записати

$$\varepsilon=\varepsilon_0\frac{\rho}{\rho_0}. \tag{2}$$

Аналізуючи ударно-хвильові течії, рівняння (1) зручно замикати рівнянням стану в такому вигляді [4, 5]:

$$E=\frac{p(1-\varepsilon)}{\rho(\Gamma-1)}, \tag{3}$$

а у випадку адіабатичності руху замість рівнянь (1в) і (3) використати умову [1, 3]

$$\frac{d}{dt}\left[p\left(\frac{1-\varepsilon}{\rho}\right)^{\Gamma_1}\right]=0. \tag{4}$$

В рівняннях використані загальноприйняті позначення змінних, які належать до усереднених параметрів двофазної течії. Індексом 0 позначені параметри в незбуреному середовищі.

Тут параметри $\Gamma$ та $\Gamma_1$ не залежать від $\varepsilon$ при заданій концентрації конденсованої фази $\varepsilon_0$ і в загальному випадку є змінними величинами при наявності релаксаційних процесів [5]. У граничних випадках при відсутності обмінних процесів між фазами $\Gamma=\Gamma_1=\gamma$ ($\gamma$ — показник

адіабати Пуассона газу), а при термодинамічній рівновазі $\Gamma=\Gamma_1=\Gamma_0$ ($\Gamma_0$ — показник адіабати двофазної суміші [1, 3, 6]).

Якщо $\varepsilon=0$, то рівняння (1), (3), (4) описують рух газу (в загальному випадку з перемінною теплоємкістю). Ось до такого вигляду рівнянь необхідно перетворити систему початкових рівнянь, щоб проводити аналогію між рухом газу та двофазних середовищ. Таке перетворення вдалося знайти, оскільки в силу припущень [1—4] конденсована фаза не змінює свого об'єму, знаходячись в стисливому середовищі і при цьому не вносячи внесок в тиск, рухається по траєкторії частинок стисливого середовища. Знайдене перетворення визначає систему координат (штриховані змінні), в якій рух двофазного середовища подібний руху газу, а зв'язок між змінними задається співвідношеннями

$$\rho'=a^{2(\nu-1)}(1-\varepsilon)^{-1}\rho,\quad u'=a^{1-\nu}u,\quad dr'=a(1-\varepsilon)\,dr+a^{\nu}\varepsilon u'dt,$$

$$dt'=a^{\nu}dt,\quad \left(\frac{\partial t'}{\partial r}\right)_t=0,\quad p'=p,\quad \left(\frac{\partial}{\partial t}+u\frac{\partial}{\partial r}\right)a^{\nu-1}=0, \tag{5}$$

де $a=r'/r$.

У випадку замикання системи (1), (2) рівнянням (3) перетворення доповнюється співвідношенням

$$E'=\frac{p'}{\rho'(\Gamma-1)}=Ea^{2(1-\nu)}, \tag{6}$$

а при використанні (4)

$$p'(\rho')^{-\Gamma_1}=a^{2\Gamma_1(\nu-1)}p\left(\frac{1-\varepsilon}{\rho}\right)^{\Gamma_1}. \tag{7}$$

Залежність штрихованих змінних від симетрії простору відображує нелінійність трансформації просторових координат при зміні об'єму середовища. Для плоскої симетрії ($\nu=1$) можна прийняти $a=1$, причому тоді $a\neq r'/r$.

У штрихованій системі координат вигляд математичного запису рівнянь (1), (3), (4) повністю аналогічний вигляду відповідних рівнянь для газу, тобто спостерігається повна аналогія руху двофазного та газового середовища. При цьому аналогія зберігається не тільки для відомого випадку з малою об'ємною долею конденсованої фази [2], але і в загальному випадку з довільним вмістом $\varepsilon_0$. Таким чином, щоб розв'язати систему рівнянь (1)—(4) досить розв'язати відомі газодинамічні рівняння і з допомогою перетворення (5)—(7) відшукати розв'язок початкової системи рівнянь (1)—(4) для заданої кількості $\varepsilon_0$.

Особливі переваги розробленого метод дає для описання стаціонарних і автомодельних течій внаслідок того, що перетворення (5)—(7) в таких випадках зводиться до алгебраїчних співвідношень.

*SUMMARY.* A coordinate system is found where the motion of a two-phase mixture with an arbitrary content of an incompressible phase is similar to the gas motion.

1. *Рудингер Г.* Влияние конечного объема, занимаемого частицами, на динамику смеси газа и частиц. — Ракетн. техника и космонавтика, 1965, 3, № 7, с. 3—10.
2. *Арутюнян Г. М.* Условия применимости результатов гидродинамики совершенного газа к дисперсным средам. — Изв. АН СССР, МЖГ, 1979, № 1, с. 157—160.
3. *Гельфанд Б. Е., Губанов А. В., Тимофеев Е. И.* Особенности распространения ударных волн в пенах. — Физика горения и взрыва, 1981, 17, № 4, с. 129—136.
4. *Pai S. I., Menon S., Fan Z. Q.* Similarity solutions of a strong shock wave propagation in a mixture of gas and dusty particles. — Int. J. Eng. Sci., 1980, 18, N 12, p. 1365—1373.
5. *Об эффективности* затухания ударных волн в релаксирующих средах / В. М. Кудинов, Б. И. Паламарчук, В. А. Вахненко, А. Т. Малахов, А. В. Черкашин. — В кн.: Докл. V Междунар. симп. по обработке металлов взрывом. ЧССР, Готвальдов, 1982, с. 349—356.
6. *Нигматулин Р. И.* Основы механики гетерогенных сред. — М.: Наука, 1978.—336 с.

Інститут електрозварювання
ім. Є. О. Патона АН УРСР

Надійшло
10.01.83